

מפתח תשובות נכונות

| | | | | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| שאלה | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| תשובה | (1) | (3) | (3) | (4) | (3) | (4) | (4) | (4) | (2) | (2) |

| | | | | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| שאלה | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| תשובה | (2) | (3) | (2) | (4) | (3) | (3) | (2) | (4) | (2) | (2) |

| | | | | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| שאלה | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| תשובה | (2) | (3) | (3) | (2) | (1) | (2) | (4) | (3) | (3) | (1) |

הסברים

1. השאלה: $\sqrt{50} \cdot \sqrt{0.02} = ?$

פתרון: מכיוון שהמדובר במכפלה של שורשים זהים (שורש שני בשורש שני), הרי שניתן, לפי חוקי השורשים, להכניס את שני הביטויים מתחת לשורש אחד.

על פי חוקי השורשים: $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \cdot b}$, ומכאן ש: $\sqrt{50} \cdot \sqrt{0.02} = \sqrt{50 \cdot 0.02}$.
איננו יודעים 'לעבוד' עם שורשים של שברים עשרוניים ולכן 'נמיר' את השבר העשרוני לשבר פשוט.

כאשר נמיר את השבר העשרוני 0.02 לשבר פשוט, נקבל: $\frac{2}{100}$, ומכאן:

$$\sqrt{50 \cdot 0.02} = \sqrt{50 \cdot \frac{2}{100}} = \sqrt{\frac{100}{100}} = \sqrt{1} = 1$$

תשובה (1).

2. השאלה: $(a \cdot b)^{2x} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$; $(1 < b, a)$

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להשוות את הבסיסים בשני אגפי המשוואה:

$$(a \cdot b)^{2x} = (a \cdot b)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow (a \cdot b)^{2x} = a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow (a \cdot b)^{2x} = \frac{a^1 b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} \Leftrightarrow (a \cdot b)^{2x} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$$

מכיוון שהבסיסים בשני אגפי המשוואה שווים ניתן להשוות את המעריכים, ומכאן ש:

$$2x = \frac{1}{2} \quad \text{נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל כי: } x = \frac{1}{4}$$

תשובה (3).

3. **השאלה:** $\sqrt[3]{3^{12}} = 3^4$.

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להשוות את הבסיסים בשני אגפי המשוואה:

$$3^{\frac{12}{x}} = 3^4 \Leftrightarrow \sqrt[3]{3^{12}} = 3^4$$

$$\frac{12}{x} = 4 \quad \text{כלומר:}$$

נכפול ב-x את שני האגפים, ונקבל: $12 = 4x$. נחלק את שני האגפים ב-3, ונקבל: $3 = x$.

תשובה (3).

4. **השאלה:** $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 3^{-3x+5}$.

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להשוות את הבסיסים בשני אגפי המשוואה:

על מנת להשוות בין האגפים נשתמש בכלל החזקה שלילית לפיו: $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{b}{a}\right)^{-m}$, ומכאן ש:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \text{ שווה ל- } 3^{-2x+1}$$

$$3^{-2x+1} = 3^{-3x+5} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 3^{-3x+5}$$

מכיוון שהבסיסים בשני אגפי המשוואה שווים, ניתן להשוות את המעריכים, כלומר: $-2x + 1 = -3x + 5$

נחבר $3x$ ונחסר 1 משני האגפים, ונקבל: $x = 4$.

תשובה (4).

5. **השאלה:** $\frac{3^x \cdot 3^y}{3^z} = 1$.

איזה מהשוויונות הבאים נכון בהכרח?

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להשוות את הבסיסים בשני אגפי המשוואה:

$$3^{x+y} = 3^z \Leftrightarrow 3^x \cdot 3^y = 3^z \quad \text{ונקבל:}$$

נכפול את שני האגפים של המשוואה ב- 3^z , ונקבל: $3^{x+y} = 3^z$. כאשר הבסיסים זהים ניתן להשוות את המעריכים, כלומר: $x + y = z$.

תשובה (3).

6. **השאלה:** $x^{3y+1} = \frac{1}{x^{z^2-6y-1}}$

$|z| = ?$

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להשוות את הבסיסים בשני אגפי המשוואה.

על מנת להשוות בין הבסיסים נשתמש בכלל החזקה שלילית לפיו: $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{b}{a}\right)^{-m}$.

$x^{3y+1} = x^{-z^2+6y+1} \Leftrightarrow x^{3y+1} = \frac{1}{x^{z^2-6y-1}}$: ומכאן ש: x^{-z^2+6y+1} שווה ל- $\frac{1}{x^{z^2-6y-1}}$

מכיוון שהבסיסים זהים ניתן להשוות את המעריכים, כלומר: $3y + 1 = -z^2 + 6y + 1$.

נחסר 1 משני האגפים, ונקבל: $3y = -z^2 + 6y$. נחסר $3y$ ונחבר z^2 משני האגפים, ונקבל: $z^2 = 3y$.

$|z| = \sqrt{3y} \Leftrightarrow z = \pm\sqrt{3y}$

תשובה (4).

7. **השאלה:** $\left(\frac{1}{x}\right)^y = x^{3y}$

$y^x = ?$

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להשוות את הבסיסים בשני אגפי המשוואה.

על מנת להשוות בין האגפים נשתמש בכלל החזקה שלילית לפיו: $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{b}{a}\right)^{-m}$.

מכאן ש- $\left(\frac{1}{x}\right)^y$ שווה ל- x^{-y} , ולכן: $\left(\frac{1}{x}\right)^y = x^{3y} \Leftrightarrow x^{-y} = x^{3y}$.

כאשר הבסיסים זהים ניתן להשוות את המעריכים, כלומר: $-y = 3y$ $\Leftrightarrow 2y = 0 \Leftrightarrow y = 0$.

$y^x = 0^x = 0$

תשובה (4).

8. **השאלה:** $a = x^3$

$\sqrt{a^3} = ?$

פתרון: מכיוון שבכל התשובות מופיע המשתנה x נציב במקום a את x^3 , ונקבל:

$\sqrt{a^3} = \sqrt{(x^3)^3} = \sqrt{x^{3 \cdot 3}} = \sqrt{x^9}$

תשובה (4).

9. השאלה: $\left(\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}\right)^4 = ?$

פתרון: מכיוון שכמעט כל התשובות הנתונות מתייחסות ל-3 בחזקה כלשהי, נתרגם את השורשים לחזקות

באמצעות החוק: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$.

$$\left(\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}\right)^4 \Leftrightarrow \left(\sqrt{\frac{1}{3^{\frac{1}{3}}}}\right)^4 \Leftrightarrow \left(\sqrt[2]{\frac{1}{3^{\frac{1}{3}}}}\right)^4 \Leftrightarrow \left(3^{-\frac{1}{6}}\right)^4$$

על פי חוק החזקה השלילית $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$, ולפיכך:

$$\left(\sqrt[2]{\frac{1}{3^{\frac{1}{3}}}}\right)^4 \Leftrightarrow \left(\sqrt[2]{3^{-\frac{1}{3}}}\right)^4 \Leftrightarrow \left(3^{-\frac{1}{6}}\right)^4$$

נפשט את הביטוי באמצעות חוק החזקות: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$: $\left(3^{-\frac{1}{6}}\right)^4 \leftarrow 3^{-\frac{1}{6} \cdot 4} \leftarrow 3^{-\frac{2}{3}}$

תשובה (2).

10. השאלה: $(x^a)^b = x^{a-b}$ ($1 < x, a, b$)

מה מבין הבאים נכון **בהכרח** -

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להשוות את הבסיסים בשני אגפי המשוואה.

על פי החוק $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ ולכן $(x^a)^b = x^{a \cdot b}$, ומכאן ש: $x^{a \cdot b} = x^{a-b}$.
 כאשר הבסיסים זהים ניתן להשוות את המעריכים, כלומר: $a \cdot b = a - b$.

תשובה (2).

11. השאלה: $\frac{a^2 \cdot a^{\frac{5}{4}}}{\sqrt[4]{a}} = ?$

פתרון: מכיוון שכמעט כל התשובות הנתונות מתייחסות ל-a בחזקה כלשהי, נתרגם את השורשים לחזקות

באמצעות החוק: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, ונפשט את הביטוי באמצעות חוקי חזקות:

$$\frac{a^2 \cdot a^{\frac{5}{4}}}{\sqrt[4]{a}} = \frac{a^{2+\frac{5}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}} = \frac{a^{\frac{13}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}} = a^{\frac{13}{4}-\frac{1}{4}} = a^3$$

תשובה (2).

12. השאלה: $(a^2)^{y+x} = a^{x-y}$

$$\sqrt[y]{a^x} = ?$$

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להשוות את הבסיסים בשני אגפי המשוואה.

על פי החוק $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ ולפיכך: $(a^2)^{x+y} = a^{2x+2y}$, ומכאן ש: $a^{2y+2x} = a^{x-y}$.
 כאשר הבסיסים זהים ניתן להשוות את המעריכים, כלומר: $2y + 2x = x - y \Leftrightarrow x = -3y$.

מכיוון שעל פי החוק $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, הרי ש: $\sqrt[y]{a^x} = a^{\frac{x}{y}}$.

$$\text{מצאנו כי: } x = -3y, \text{ ומכאן ש: } a^{\frac{x}{y}} = a^{-3} = \frac{1}{a^3}$$

תשובה (3).

13. השאלה: נתון: $\sqrt{x} = 4^{-1}$

$$x = ?$$

פתרון: נפשט את הביטוי הנתון. מכיוון שחזקה היא פעולה הפוכה לשורש, נעלה בריבוע את שני אגפי

$$\text{המשוואה הנתונה על מנת 'להיפטר' מהשורש: } (\sqrt{x})^2 = (4^{-1})^2 \Leftrightarrow \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 4^{-2} \Leftrightarrow x^{\frac{1}{2} \cdot 2} = \frac{1}{4^2}$$

$$. x = \frac{1}{16}$$

תשובה (2).

14. השאלה: $-1 < x < 0$

איזה מהביטויים הבאים הוא הקטן ביותר?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית.

נציב $x = -\frac{1}{2}$ ונבדוק ערכה של מי מהתשובות הוא הקטן ביותר:

תשובה (1): x^5 . כאשר נציב $x = -\frac{1}{2}$ נקבל: $-\frac{1}{32} \leftarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^5$

תשובה (2): x^{-2} . כאשר נציב $x = -\frac{1}{2}$ נקבל: $4 \leftarrow (-2)^2 \leftarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$

תשובה (3): x^3 . כאשר נציב $x = -\frac{1}{2}$ נקבל: $-\frac{1}{8} \leftarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^3$

תשובה (4): x^{-5} . כאשר נציב $x = -\frac{1}{2}$ נקבל: $-32 \leftarrow (-2)^5 \leftarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5}$.

הביטוי הקטן ביותר הוא הביטוי המופיע בתשובה (4).

תשובה (4).

15. השאלה: נתון: $(27)^y = 3^{2y} \cdot 3^x$ (1 < x, y)

$$\sqrt[x]{3^y} = ?$$

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להשוות את הבסיסים בשני אגפי המשוואה.

$$\text{על פי החוק } (a^m)^n = a^{m \cdot n}. \text{ הביטוי } 27^7 \text{ שווה ל- } (3^3)^y \text{ כלומר ל- } 3^{3y}.$$

$$3^{3y} = 3^{2y+x} \Leftrightarrow (27)^y = 3^{2y} \cdot 3^x$$

כאשר הבסיסים זהים ניתן להשוות את המעריכים, כלומר: $3y = 2y + x \Leftrightarrow y = x$

$$\sqrt[x]{3^y} = 3^{\frac{y}{x}} = 3^{\frac{y}{y}} = 3^1 = 3$$

תשובה (3).

16. השאלה: $2^x \cdot 2^{-y} = \frac{\sqrt[y]{2^2}}{\sqrt[x]{2^2}}$

איזו מהשוויונות הבאים נכון בהכרח?

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להשוות את הבסיסים בשני אגפי המשוואה.

$$2^{x-y} = 2^{\frac{2}{y} - \frac{2}{x}} \Leftrightarrow 2^{x-y} = \frac{2^{\frac{2}{y}}}{2^{\frac{2}{x}}} \Leftrightarrow 2^x \cdot 2^{-y} = \frac{\sqrt[y]{2^2}}{\sqrt[x]{2^2}}$$

$$\text{כאשר הבסיסים זהים ניתן להשוות את המעריכים, כלומר: } x - y = \frac{2}{y} - \frac{2}{x}$$

$$\text{נכפול את שני האגפים ב- } x \cdot y, \text{ ונקבל: } x^2 y - xy^2 = 2x - 2y$$

$$\text{נוציא גורם משותף משני האגפים: } xy(x - y) = 2(x - y)$$

$$\text{נחלק את שני האגפים ב- } (x - y), \text{ ונקבל: } xy = 2$$

תשובה (3).

17. השאלה: $2^a \cdot 5^{2a} = \sqrt[3]{50^2}$

$$a = ?$$

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להביא את שני אגפי המשוואה למצב שבו הבסיסים זהים.

$$50^a = 50^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow (2 \cdot 25)^a = 50^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow 2^a \cdot (5^2)^a = 50^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow 2^a \cdot (5^2)^a = 50^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow 2^a \cdot 5^{2a} = \sqrt[3]{50^2}$$

$$\text{כאשר הבסיסים זהים ניתן להשוות את המעריכים, כלומר: } a = \frac{2}{3}$$

תשובה (2).

18. השאלה: $(x + 3)^4 = 81$

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להשוות את הבסיסים או את המעריכים. מכיוון שלא ניתן להשוות את הבסיסים נשווה את המעריכים: $(x + 3)^4 = 81 \Leftrightarrow (x + 3)^4 = 3^4$.
על מנת שהשוויון הנתון יתקיים על הבסיסים להיות שווים או נגדיים,
כלומר $x + 3 = 3$ או $x + 3 = -3$.
על פי שתי המשוואות שקיבלנו ישנם שני ערכים אפשריים ל- x : $x = 0$ ו- $x = -6$.
תשובה (4).

19. השאלה: $7 \cdot x^6 \cdot x^2 = x^{10}$

פתרון: ראשית נפשט את אגף שמאל של המשוואה, ונקבל: $7x^8 = x^{10}$.
על מנת לבדוד את x נחלק את שני אגפי המשוואה ב- x^8 , ונקבל: $7 = x^2 \Leftrightarrow \pm\sqrt{7} = x$.
נתון כי x חיובי, ומכאן ש- $x = \sqrt{7}$.
תשובה (2).

20. השאלה: $\sqrt[3]{5} = (\sqrt{5})^a$

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להשוות את הבסיסים בשני אגפי המשוואה.

$$\frac{1}{3} = 5^{\frac{1}{2}a} \Leftrightarrow 5^{\frac{1}{3}} = \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^a \Leftrightarrow \sqrt[3]{5} = (\sqrt{5})^a$$

כאשר הבסיסים זהים ניתן להשוות את המעריכים, כלומר: $\frac{1}{3} = \frac{1}{2}a$.
נכפול את שני האגפים ב-6, ונקבל: $2 = 3a \Leftrightarrow \frac{2}{3} = a$.

תשובה (2).

21. השאלה: $\frac{\sqrt{50} - \sqrt{18}}{\sqrt{12}} = ?$

פתרון: דרך א'

מכיוון שאיננו יודעים מה ערכו של $\sqrt{50}$, נפרק את $\sqrt{50}$.
 $\sqrt{50}$ שווה ל- $5\sqrt{2}$ ($\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$).
באותו אופן נפרק את $\sqrt{18}$ ל- $3\sqrt{2}$ ($\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$).
באופן דומה נפרק את $\sqrt{12}$ ל- $2\sqrt{3}$ ($\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$).
קיבלנו: $\frac{\sqrt{50} - \sqrt{18}}{\sqrt{12}} = \frac{5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

דרך ב':

משני המחזורים שבמונה ניתן להוציא גורם משותף $\sqrt{2}$, ולקבל כי ערכו של הביטוי במונה הוא:

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{25} - \sqrt{9}) = \sqrt{2} \cdot (5 - 3) = 2\sqrt{2}$$

את הביטוי שבמכנה ניתן לפרק למכפלה ולפשט ל: $2\sqrt{3}$ ($\sqrt{12} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$).

לאחר פישוט המונה והמכנה קיבלנו את הביטוי: $\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$.

נחלק את המונה והמכנה ב-2, ונקבל: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{2}{3}}$.

תשובה (2).

22. השאלה: $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^4}{\left(\frac{8}{6}\right)^2} = ?$

פתרון: על מנת לפשט את הביטוי, עלינו לעבוד עם בסיסים זהים. על מנת לעשות זאת יש לפרק את המספרים שבביטוי במכנה למספרים הראשוניים המרכיבים אותם, כלומר 2 ו-3. המספרים

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^4}{\left(\frac{8}{6}\right)^2} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^4}{\left(\frac{2^3}{2 \cdot 3}\right)^2} = \frac{\frac{2^4}{3^4}}{\left(\frac{2^2}{3}\right)^2} = \frac{2^4}{3^4} \cdot \frac{3^2}{2^4} = \frac{3^2}{3^4} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

תשובה (3).

23. השאלה: $\frac{2^{a+2}}{3^{a+4}} \cdot \frac{2^{a+1}}{3^{a+3}} = ?$

פתרון: **דרך א':** אלגברה

נשתמש בחוקי חזקות על מנת לפשט את הביטויים שבמונה ובמכנה.

$$\frac{2^{a+2}}{3^{a+4}} \cdot \frac{2^{a+1}}{3^{a+3}} = \frac{2^{a+2-(a+1)}}{3^{a+4-(a+3)}} = \frac{2^{a+2-a-1}}{3^{a+4-a-3}} = \frac{2^1}{3^1} = \frac{2}{3}$$

הרי ש: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, הרי ש: $\frac{2}{3}$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שכל התשובות מספריות ויש רק משתנה אחד ניתן לפתור שאלה זו בקלות באמצעות הצבת דוגמה

$$\frac{2^{a+2}}{3^{a+4}} \cdot \frac{2^{a+1}}{3^{a+3}} = \frac{2^3}{3^5} = \frac{2^{3-2}}{3^{5-4}} = \frac{2^1}{3^1} = \frac{2}{3} \quad : a = 1$$

למשל $a = 1$ מספרית,

תשובה (3).

24. השאלה: $\sqrt{\frac{0.36}{0.09}} = ?$

פתרון: מכיוון שאיננו יודעים 'לעבוד' עם שורשים של שברים עשרוניים, נמיר' את השברים העשרוניים לשברים פשוטים.

השבר העשרוני 0.36 שווה ל- $\frac{36}{100}$, ואילו השבר העשרוני 0.9 שווה ל- $\frac{9}{10}$.

$$\sqrt{\frac{0.36}{0.09}} = \sqrt{\frac{\frac{36}{100}}{\frac{9}{10}}} = \sqrt{\frac{36}{100} \cdot \frac{100}{9}} = \sqrt{\frac{36}{9}} = \sqrt{4} = 2$$

תשובה (2).

25. השאלה: $\frac{1}{2^{-\frac{1}{2}}} - \sqrt{2} = ?$

פתרון: על פי חוק החזקה השלילית $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$, ולכן את הביטוי $\frac{1}{2^{-\frac{1}{2}}}$ ניתן לתרגם ל: $2^{\frac{1}{2}}$ אשר למעשה שווה ל- $\sqrt{2}$.

קיבלנו כי הביטוי $\frac{1}{2^{-\frac{1}{2}}} - \sqrt{2}$ שקול לביטוי: $\sqrt{2} - \sqrt{2}$, כלומר שווה ל-0.

נצמצם את הביטוי שבמונה ובמכנה ב- $\sqrt{3}$, ונקבל: $\frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{2}}$

$$\frac{\sqrt{15} + \sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{5} + 1)}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}$$

תשובה (1).

26. השאלה: לכל מספר טבעי x הוגדרה הפעולה הבאה: $\$(x) = x^x$

$\$(a^2) = ?$

פתרון: נבצע את פעולת ה-\$ על הביטוי הנתון.

$$\$(a^2) = (a^2)^{a^2}$$

נשתמש בחוק החזקות שלפיו $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, ונקבל:

$$(a^2)^{a^2} = (a)^{2a^2}$$

תשובה (2).

27. השאלה: $4\sqrt{2} = ?$

פתרון: על מנת לפשט את הביטוי 'נכניס' את המספר 4 לתוך השורש. על מנת לעשות זאת יש לשאול מי המספר שהשורש הריבועי שלו שווה ל-4. התשובה היא 16, ומכאן: $4\sqrt{2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2}$
 על פי חוק החזקות: $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \cdot b}$, ולכן, $\sqrt{16} \cdot 2 = \sqrt{32}$

תשובה (4).

28. השאלה: $(a^b)^b = ?$

פתרון: כעת נשתמש בחוק החזקות שלפיו $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$(a^b)^b = a^{b \cdot b} = a^{b^1 \cdot b^1} = a^{b^{1+1}}$$

תשובה (3).

29. השאלה: $3^x \cdot 4^x \cdot 5^x = \sqrt[3]{60}$

$x = ?$

פתרון: על מנת לפתור משוואה בחזקות יש להשוות את הבסיסים בשני אגפי המשוואה.

על פי חוק החזקות: $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ ולכן: $(3 \cdot 4 \cdot 5)^x = 60^{\frac{1}{3}}$ $\Leftrightarrow 60^x = 60^{\frac{1}{3}}$, כאשר הבסיסים זהים

ניתן להשוות את המעריכים, ומכאן ש: $x = \frac{1}{3}$

תשובה (3).

$$30. \text{ השאלה: } \left(\sqrt{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{8}}} \right)^4 = ?$$

$$\text{פתרון: על מנת לפשט את הביטוי נפרק את חזקת 4 באופן הבא: } \left(\left(\sqrt{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{8}}} \right)^2 \right)^2$$

מכיוון ששורש שני וחזקה שנייה הן פעולות נגדיות המבטלות זו את זו, הרי שניתן לפשט את הביטוי ל:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{8}} \right)^2$$

כעת ניתן לפשט את הביטוי על ידי פתיחת הסוגריים באמצעות נוסחת הכפל המקוצר או על ידי חיבור שני

$$\text{הביטויים שבסוגריים באמצעות מכנה משותף: } \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{8}} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{8} + \sqrt{3}}{\sqrt{24}} \right)^2$$

נפתח את הביטוי באמצעות נוסחת הכפל המקוצר הראשונה, ונקבל:

$$\left(\frac{\sqrt{8} + \sqrt{3}}{\sqrt{24}} \right)^2 = \frac{8 + 3 + 2\sqrt{8}\sqrt{3}}{24} = \frac{11 + 2\sqrt{24}}{24}$$

הביטוי שקיבלנו ניתן לפישוט באמצעות פירוק $\sqrt{24}$ למכפלה $\sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

$$\text{קיבלנו כי הביטוי } \frac{11 + 2\sqrt{24}}{24} = \frac{11 + 2 \cdot 2\sqrt{6}}{24} = \frac{11 + 4\sqrt{6}}{24}$$

תשובה (1).