

מפתח תשובות נכונות

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(1)	(1)	(4)	(3)	(2)	(2)	(3)	(2)	(3)	(2)	תשובה

15	14	13	12	11	שאלה
(2)	(4)	(4)	(2)	(3)	תשובה

הסברים

1. השאלה: נתון: $6 \leq a \leq 18$

$$2 \leq b \leq 3$$

פתרון: בכדי למצוא את טווח הערכים של הביטוי $\frac{a}{b}$, נמצא את ערכו המקסימלי ואת ערכו המינימלי של

הביטוי:

מקסימום: בכדי שערכו של שבר חיובי יהיה מקסימלי, עלינו למצוא את המונה (a) הגדול ביותר והמכנה (b) הקטן ביותר. ערכו המקסימלי של a הוא 18 וערכו המינימלי של b הוא 2, ולכן ערכו המקסימלי של הביטוי

$$\frac{a}{b} \text{ הוא: } 9 \left(\frac{a}{b} = \frac{18}{2} = 9 \right)$$

מינימום: בכדי שערכו של שבר חיובי יהיה מינימלי, עלינו למצוא את המונה (a) הקטן ביותר והמכנה (b) הגדול ביותר. ערכו המינימלי של a הוא 6 וערכו המקסימלי של b הוא 3, ולכן ערכו המינימלי של הביטוי

$$\frac{a}{b} \text{ הוא: } 2 \left(\frac{a}{b} = \frac{6}{3} = 2 \right)$$

קיבלנו את טווח הערכים של הביטוי המבוקש: $2 \leq \frac{a}{b} \leq 9$.

תשובה (2).

2. השאלה: בבניין יש שלוש קומות. בכל קומה גרים יותר דיירים מאשר בקומה שמתחתיה.

בקומה העליונה מתגוררים 13 דיירים.

מה מספר הדיירים המתגוררים בבניין **לכל היותר**?

פתרון: בכדי למצוא כמה דיירים מתגוררים בבניין, לכל היותר, נמצא מה המספר המקסימלי של דיירים המתגוררים בכל קומה, ונחבר את המספרים שנקבל.

בקומה העליונה גרים 13 דיירים (נתון).

בקומה האמצעית גרים פחות דיירים מבקומה העליונה, כלומר, לכל היותר 12 דיירים.

בקומה התחתונה גרים פחות דיירים מבקומה האמצעית, כלומר, לכל היותר 11 דיירים.

נחבר ונקבל את מספר הדיירים המקסימלי בבניין כולו: $13 + 12 + 11 = 36$.

תשובה (3).

3. השאלה: אמיר קנה 4 חבילות סוכריות. בכל חבילה ישנן לכל הפחות 10 סוכריות ולכל היותר 40 סוכריות. אם ידוע כי מספר הסוכריות שקנה אמיר אינו קטן מ-100 ואינו גדול מ-150, מהו המספר המינימלי של חבילות בהן היו יותר מ-10 סוכריות?

פתרון: נתון כי בכל אחת מהחבילות היו בין 10 ל-40 סוכריות. לפיכך, בכדי למצוא את מספר החבילות המינימלי בהן היו יותר מ-10 סוכריות, נבדוק בכמה חבילות, לכל היותר, היו בדיוק 10 סוכריות. אם בכל 4 החבילות היו בדיוק 10 סוכריות, היו בסך-הכל 40 סוכריות, ולא בין 100 ל-150 כפי שנתון. לפיכך מצב זה אינו אפשרי.

אם ב-3 מ-4 החבילות היו בדיוק 10 סוכריות, הרי שבחבילה הרביעית צריכות להיות 70 סוכריות לפחות (בכדי להשלים ל-100 לפחות) ולא בין 10 ל-40 כפי שנתון. לפיכך גם מצב זה אינו אפשרי. אם ב-2 מ-4 החבילות היו בדיוק 10 סוכריות, הרי שב-2 החבילות הנותרות צריכות להיות ביחד 80 סוכריות לפחות (בכדי להשלים ל-100 סוכריות לפחות). מצב זה ייתכן אם בכל אחת משתי החבילות יש 40 סוכריות. כלומר, יש לכל היותר 2 חבילות בהן 10 סוכריות בדיוק, ולכן יש לכל הפחות 2 חבילות בהן יש יותר מ-10 סוכריות.

תשובה (2).

4. השאלה: בית קולנוע פועל בכל אחד מ-7 ימי השבוע. ביום א' נרכשו בבית הקולנוע 50 כרטיסים, ביום ב' נרכשו 150 כרטיסים ובכל אחד מהימים האחרים נרכשו בין 50 ל-150 כרטיסים. אם מחיר כרטיס קולנוע הוא 10 שקלים, מהו טווח ההכנסות של בית הקולנוע ממכירת כרטיסים במהלך שבוע זה?

פתרון: בכדי למצוא את טווח ההכנסות ממכירת כרטיסים, נמצא את ההכנסה המקסימלית ואת ההכנסה המינימלית.

מקסימום: בכדי שההכנסה תהיה מקסימלית, נניח שבכל אחד מ-5 הימים שלגביהם אין נתונים, הימים ג' עד שבת, נמכרו מספר הכרטיסים המקסימלי ליום - 150. כלומר, מספר הכרטיסים שנמכרו לאורך השבוע כולו הוא $950 (= 5 \cdot 150 + 50)$.

מכיוון שמחיר כרטיס הוא 10 שקלים, ההכנסות המקסימליות הן 9,500 שקלים $(= 950 \cdot 10)$.

מינימום: בכדי שההכנסה תהיה מינימלית, נניח כי בכל אחד מ-5 הימים שלגביהם אין נתונים, הימים ג' עד שבת, נמכרו מספר הכרטיסים המינימלי, כלומר 50 כרטיסים ליום. במצב זה, מספר הכרטיסים שנמכרו לאורך השבוע כולו הוא $450 (= 5 \cdot 50 + 50)$.

מכיוון שמחיר כרטיס הוא 10 שקלים, ההכנסות המינימליות הן 4,500 שקלים $(= 450 \cdot 10)$.

הטווח שקיבלנו הוא: 4,500 - 9,500.

תשובה (3).

5. **השאלה:** נתון: $a^2 \leq 16$

$$-27 \leq b^3 \leq 0$$

מה ערכה המקסימלי של המכפלה $a \cdot b$?

פתרון: בכדי להגיע לערכה המקסימלי של המכפלה $a \cdot b$, נבדוק את מצבי הקיצון של a ו- b .

נתון כי $a^2 \leq 16$. כלומר, מצב הקיצון הוא: $a^2 = 16$. במצב זה: $a = \pm 4$.

נתון כי $-27 \leq b^3 \leq 0$. כלומר, מצבי הקיצון הם: $b^3 = 0$ ו- $b^3 = -27$. במצב הראשון: $b = 0$, ובמצב השני: $b = -3$.

כעת נבדוק איזה זוג של a ו- b יוביל לערכה המקסימלי של המכפלה. אם b יהיה 0 גם המכפלה תהיה שווה ל-0, אך אם b יהיה שלילי, כלומר -3, וגם a יהיה שלילי, כלומר -4, המכפלה תהיה חיובית. מכאן שערכה המקסימלי של המכפלה הוא 12: $[a \cdot b = (-3) \cdot (-4) = 12]$.

תשובה (2).

6. **השאלה:** בטיול בית הספר השתתפו 400 תלמידים. מספר הבנות בטיול גדול ב-80 ממספר הבנים.

ידוע כי 30% מהתלמידים חבשו כובע.

כמה מהבנות, **לכל הפחות**, לא חבשו כובע?

פתרון: ראשית נמצא מה מספר הבנות והבנים אשר השתתפו בטיול. נתון כי מספר הבנות גדול ב-80 ממספר הבנים.

נסמן את מספר הבנים ב- x ואת מספר הבנות ב- $x + 80$. נרכיב משוואה ונחלץ את גודלו של x :

מכיוון שבסך הכול השתתפו בטיול 400 תלמידים, הרי ש: $x + x + 80 = 400 \Leftrightarrow 2x + 80 = 400$ נחסר 80 משני האגפים, ונקבל: $2x = 320$

נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $x = 160$.

כלומר מספר הבנים שהשתתפו בטיול הוא 160 ומספר הבנות: $240 (= 160 + 80)$.

30% מהתלמידים שהשתתפו בטיול חבשו כובע. 10% מ-400 הם 40 ולפיכך 30% מ-400 שווים ל-120. על מנת למצוא את מספר הבנות המינימלי שלא חבשו כובע נניח שאך ורק בנות חבשו כובעים. מכיוון שבטיול השתתפו 240 בנות, הרי שגם אם 120 בנות חבשו כובע ישנן 120 בנות שלא חבשו כובע $(= 240 - 120)$.

תשובה (2).

7. **השאלה:** בגינה יש 50 חתולים. 30 מהם לבנים והשאר שחורים. ל-10 מהחתולים יש קולר.

כמה חתולים שחורים ללא קולר יש בגינה, לכל הפחות?

פתרון: בכדי למצוא את המספר המינימלי של חתולים שחורים ללא קולר, נמצא את החפיפה המינימלית בין

קבוצת החתולים השחורים (20) לקבוצת החתולים ללא קולר (40).

חפיפה מינימלית שווה לסכום הקבוצות פחות השלם ולכן ישנם לכל הפחות 10 חתולים שחורים ללא קולר $(= 20 + 40 - 50 = 60 - 50)$.

תשובה (3).

8. **השאלה:** ברכבת נוסעים 15 גברים ו-15 נשים.

16 נוסעים קוראים עיתון.

17 נוסעים אוכלים תפוח.

כמה גברים שקוראים עיתון ואוכלים תפוח נוסעים ברכבת, **לכל הפחות?**

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא כמה גברים שקוראים עיתון ואוכלים תפוח יש ברכבת, לכל הפחות. כלומר למעשה עלינו למצוא חפיפה בין שלוש קבוצות. נתחיל בחפיפה בין שתיים מהקבוצות: גברים האוכלים תפוח. בחפיפה המינימלית, כל 15 הנשים יאכלו תפוח, ולכן יוותרו רק 2 תפוחים לגברים. כעת נוסיף את קוראי העיתון. במצב המינימלי כל 15 הנשים יקראו עיתון, ולכן יוותר רק עיתון אחד לגברים. מכיוון שיש 15 גברים, יתכן שהגבר שקורא עיתון אינו אחד משני הגברים שאוכלים תפוח, ולכן בחפיפה המינימלית אין אף גבר שאוכל תפוח וגם קורא עיתון.

תשובה (4).

9. **השאלה:** נתון: $4 < a < 9$

$$a = 3b$$

איזו מהקביעות הבאות נכונה בהכרח לגבי b?

פתרון: נתון טווח עבור a ומשוואה המתארת את הקשר בין a ל-b. עלינו לקבוע איזה מאי-השוויונים שבתשובות נכון בהכרח. מכיוון שבתשובות מתייחסים ל-b בלבד, נציב במקום ה-a שבנתון $3b$ (שהרי $a = 3b$), ונקבל: $4 < a < 9 \Leftrightarrow 4 < 3b < 9$

$$\text{נחלק ב-3 את כל אגפי אי-השוויון, ונקבל: } 3 < b < 3\frac{1}{3}$$

כעת נתבונן בתשובות:

תשובה (1): מכיוון ש-b גדול מ-1, הרי שגם b^2 גדול מ-1. תשובה (1) נכונה ואין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (1).

10. **השאלה:** במשרד פרסום ישנם 4 עובדים: אלון, ברק, גדעון ודוד.

בחדר הישיבות של המשרד מתקיימות מדי יום ישיבות אשר בכל אחת מהן משתתפים לפחות שניים מהעובדים.

ביום מסוים השתתף אלון בישיבה אחת, ברק השתתף ב-2 ישיבות, גדעון השתתף ב-3 ישיבות ודוד השתתף ב-4 ישיבות.

כמה ישיבות, לכל היותר, התקיימו ביום זה בחדר הישיבות

פתרון: על מנת שמספר הפגישות יהיה המקסימלי האפשרי, בכל פגישה צריכים להיות מינימום אנשים. על פי נתוני השאלה מספר האנשים הקטן ביותר האפשרי בכל פגישה הוא 2 אנשים. כעת נחשב את מספר הפגישות המקסימלי. נתון כי אלון השתתף בפגישה אחת, ברק ב-2, גדעון ב-3 ודוד ב-4. נחבר, ונקבל: 10

$$(4 + 3 + 2 + 1) = 10. \text{ נחלק ל-2 אנשים לפגישה, ונקבל כי מספר הפגישות המקסימלי הוא } 5 \left(= \frac{10}{2} \right)$$

שימו לב: ניתן גם לפתור את השאלה על ידי סידור האנשים בפגישות (שני אנשים לפגישה), למשל באופן הבא:

פגישה 1	פגישה 2	פגישה 3	פגישה 4	פגישה 5
דוד	דוד	דוד	דוד	גדעון
גדעון	גדעון	ברק	ברק	אלון

תשובה (1)

11. השאלה: נתון: $1 < x < 7$

$$2 < y < 5$$

איזה מהמצבים הבאים לא ייתכן?

פתרון: מכיוון ששאלו איזה המצבים שבתשובות אינו אפשרי, נבדוק את התשובות:

תשובה (1): $x + y = 11$. מצב זה אפשרי אם למשל $x = 6.5$ ו- $y = 4.5$.

תשובה (2): $x < y$. מצב זה אפשרי אם למשל $x = 2$ ו- $y = 4$.

תשובה (3): $x + y = 3$. מצב זה לא ייתכן, שכן x גדול מ-1 ו- y גדול מ-2, ולכן סכומם בהכרח גדול מ-3.

אין צורך להמשיך ולבדוק את התשובה האחרונה.

תשובה (3).

12. השאלה: ארנון משתכר 5,000 שקלים בכל חודש. המשכורת נכנסת לחשבון הבנק של ארנון ב-10 לכל חודש.

במהלך כל חודש מוציא ארנון בין 3,000 ל-4,200 שקלים.

אם ב-1 במרץ היו בחשבון הבנק של ארנון 2,000 שקלים, כמה שקלים היו בחשבון כעבור שלושה חודשים בדיוק?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא מהו הטווח עבור סכום הכסף שהיה בחשבון ב-1 ביוני (3 חודשים בדיוק לאחר ה-1 במרץ). לצורך כך נבדוק כמה כסף נכנס וכמה כסף יצא מהחשבון במהלך התקופה המבוקשת. בתחילה היו בחשבון 2,000 שקלים.

נכנס: ב-10 במרץ, ב-10 באפריל וב-10 במאי נכנסו לחשבון 5,000 שקלים. לסיכום: במהלך התקופה נכנסו לחשבון 15,000 שקלים ($= 3 \cdot 5,000$).

יצא: בכל חודש מוציא ארנון בין 3,000 ל-4,200 שקלים. ולכן במהלך שלושה חודשים הוא הוציא לכל הפחות 9,000 ולכל היותר 12,600 שקלים ($= 3 \cdot 4,200$).

כעת נחשב את הטווח, כלומר את המקסימום והמינימום.

מקסימום: במצב המקסימלי ארנון יוציא הכי מעט שאפשר (כלומר, 9,000 שקלים) ולכן הסכום שישאר בחשבון יהיה מקסימלי. בתחילה היו בחשבון 2,000 שקלים, אליהם יש להוסיף 15,000 ומהם יש להוריד הוצאה של 9,000 שקלים. נקבל 8,000 שקלים ($= 2,000 + 15,000 - 9,000$).

מינימום: במצב המינימלי ארנון יוציא הכי הרבה שאפשר (כלומר, 12,600 שקלים) ולכן הסכום שישאר בחשבון יהיה מינימלי. בתחילה היו בחשבון 2,000 שקלים, אליהם יש להוסיף 15,000 שקלים ומהם נוריד 12,600 שקלים. נקבל 4,400 שקלים ($= 2,000 + 15,000 - 12,600$).

תשובה (2).

13. השאלה: בכיתה 39 תלמידים. 15 מהתלמידים רשומים לחוג כדורסל ו-15 רשומים לחוג ג'ודו. ידוע כי $\frac{2}{3}$

מהתלמידים שרשומים לחוג כדורסל רשומים גם לחוג ג'ודו. שאר תלמידי הכיתה אינם רשומים לאף חוג.

כמה מתלמידי הכיתה אינם רשומים לאף חוג?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא מהו מספר התלמידים אשר אינם רשומים לאף חוג. לצורך כך נבדוק מה מספר הילדים שרשומים אך ורק לחוג כדורסל, מה מספר הילדים אשר רשומים אך ורק לחוג ג'ודו נכנס ומה מספר הילדים שרשומים לשני החוגים.

כדורסל: 15 ילדים רשומים לחוג כדורסל אולם $\frac{2}{3}$ מהם, כלומר 10 ($= \frac{2}{3} \cdot 15$), רשומים גם לחוג ג'ודו,

כלומר ישנם 5 ילדים שרשומים רק לחוג הכדורסל ($= 15 - 10$).

גידו: 15 ילדים רשומים לחוג גידו אולם כפי שמצאנו ישנם 10 הרשומים גם לחוג לכדורסל, כלומר ישנם 5 ילדים שרשומים אך רק לחוג גידו ($= 15 - 10$).

כדורסל + גידו: 10 ילדים רשומים לשני החוגים.

סיכום: 5 ילדים רשומים רק לכדורסל, 5 ילדים רשומים רק לחוג גידו ו-10 רשומים לשני החוגים, סך הכול ישנם 20 ילדים המשתתפים בחוג אחד או שניים, ולפיכך 19 ילדים אשר אינם משתתפים באף חוג ($= 39 - 20$).

תשובה (4).

14. השאלה: בנדנדה בגן שעשועים כל ילד מתנדנד בין 5 ל-8 דקות. ברגע שילד אחד מסיים להתנדנד עולה ילד אחר על הנדנדה ומתחיל להתנדנד. גלית נמצאת בתור לנדנדה וידוע שעומדים לפניו בתור 4 ילדים, בתוך כמה דקות תסיים גלית להתנדנד?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא בתוך כמה זמן תסיים גלית להתנדנד כאשר אנו יודעים שיש לפניו 4 ילדים בתור אולם איננו יודעים האם כרגע יש ילד שהחל להתנדנד או שברגע זה מישהו יורד מהנדנדה.

מינימום: אם כרגע ירד ילד מהנדנדה וכל אחד מ-4 הילדים שלפני גלית התנדנד 5 דקות בלבד, הרי שגלית תעלה לאחר 20 דקות על הנדנדה ולכל הפחות תסיים לאחר 5 דקות להתנדנד, כלומר לכל הפחות גלית תסיים להתנדנד בתוך 25 דקות.

מקסימום: אם מלבד ל-4 הילדים הנמצאים לפני גלית ישנו ילד שכרגע עלה על הנדנדה וכל אחד מ-5 הילדים (4 הילדים שלפני גלית + הילד הנמצא על הנדנדה) התנדנד את הזמן המקסימלי, כלומר 8 דקות, הרי שגלית תעלה על הנדנדה רק בעוד 40 דקות ($= 5 \cdot 8$), ותרד ממנה לכל היותר לאחר 8 דקות נוספות, כלומר מרגע זה ועד שגלית תרד מהנדנדה יחלפו בסך הכול 48 דקות ($= 40 + 8$).

תשובה (4).

15. השאלה: בכל שנה מתפרסמים 6 גיליונות של כתב עת מסוים. בכל גיליון יש בין 2 ל-4 מאמרים ואורכו של כל מאמר הוא בין 3 ל-5 עמודים. אם בכל עמוד יש בין 100 ל-400 מילים, מה מספר המילים אשר מופיעות בשנה במאמרים המתפרסמים בכתב העת?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא מהו טווח מספר המילים המתפרסמות בשנה בגיליונותיו של כתב העת. בתחילה היו בחשבון 2,000 שקלים.

מינימום: על מנת למצוא את המספר המינימלי, נניח כי בכל גיליון יהיו 2 מאמרים, אורכו של כל מאמר יהיה 3 עמודים ובכל עמוד יהיו 100 מילים בלבד. במצב כזה יהיה מספר המילים אשר יתפרסמו בשנה במאמרי של הגיליון 3,600 ($= 6 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 100$). תשובות (1) ו-(4) נפסלות.

מקסימום: על מנת למצוא את המספר המקסימלי, נניח כי בכל גיליון יהיו 4 מאמרים, אורכו של כל מאמר יהיה 5 עמודים ובכל עמוד יהיו 400 מילים. במצב כזה יהיה מספר המילים אשר יתפרסמו בשנה במאמרי של הגיליון 48,000 ($= 6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 400$). תשובה (3) נפסלת.

תשובה (2).