מפתח תשובות נכונות

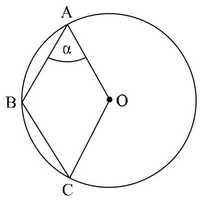
שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(3)	(1)	(4)	(1)	(2)	(1)	(4)	(1)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(3)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(1)	(3)	(4)

שאלה	21	22
תשובה	(4)	(4)

הסברים

.1 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו בנקודה O.
ABCO הוא מעוין.

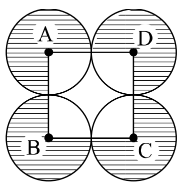


על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,
$\alpha = ?$

פתרון: במרובע ABCO הצלעות AO ו-OC הן רדיוסים במעגל.
מכיוון שנתון כי מרובע ABCO הוא מעוין הרי שניתן לסמן כי כל אורכן של כל צלעות המרובע שווה לרדיוס המעגל.
נחלק את המרובע ABCO לשני משולשים באמצעות העברת האלכסון BO. מכיוון שהאלכסון BO שווה אף הוא לרדיוס המעגל, הרי שקיבלנו שני משולשים שכל צלעותיהם שוות לרדיוס המעגל, משולשים שווי צלעות. במשולש שווה צלעות כל הזוויות הפנימיות שוות ל-60^o ומכאן שזווית α שווה ל-60^o.

תשובה (1).

.2 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ארבעה מעגלים חופפים, שמרכזיהם בנקודות A, B, C ו- D. כל שני מעגלים סמוכים משיקים זה לזה. מרכזי ארבעת המעגלים חוברו זה לזה, כך שנוצר ריבוע ששטחו 4 סמ״ר.



מה גודל השטח המושחר (בסמ״ר)?

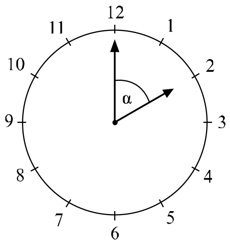
פיתרון: השטח המושחר בסרטוט, אותו התבקשנו למצוא הוא שטח גזרות.
על מנת למצוא שטח גזרה עלינו לדעת:
א) מהו שטח המעגל או במילים אחרות מה אורכו של רדיוס המעגל.
ב) מה הזווית המרכזית אשר יוצרת את הגזרה, כלומר, איזה חלק מהווה הגזרה מתוך המעגל.
על פי נתוני השאלה שטח הריבוע אשר נוצר כתוצאה מחיבור מרכזי המעגלים שווה ל-4 סמ״ר ומכאן נמצא כי אורכה של צלע הריבוע הוא 2 ס״מ.

כל אחת מצלעות הריבוע מורכבת משני רדיוסים ומכאן שאורכו של רדיוס כל אחד מן המעגלים שווה ל-1 ס״מ. שטח כל אחד מהמעגלים שווה ל-π סמ״ר $\left(1^2 \cdot \pi =\right)$.
הזווית המרכזית של כל אחד מהשטחים הלבנים היא זווית בת 90^o, זוויותיו הפנימיות של הריבוע, כלומר השטח הלבן מהווה $\frac{1}{4}$ משטח המעגל $\left(\frac{90^\circ}{360^\circ} =\right)$ והשטח המושחר מהווה $\frac{3}{4}$ משטח כל מעגל.

השטח המושחר מורכב מ-4 גזרות אשר שטח כל אחת מהן הוא $\frac{3}{4}\pi$ סמ״ר, כלומר 3π $\left(4 \cdot \frac{3}{4}\pi =\right)$.

תשובה (3).

3. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם שעון המורה על השעה 2:00.



$\alpha = ?$

פתרון: סכום זוויות מרכזיות במעגל שווה ל-360^o.

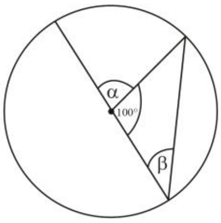
המעגל בסרטוט מחולק ל-12 גזרות (12 השעות של השעון) אשר הזווית המרכזית הנשענת על כל אחת מהן היא בת 30^o $\left(=\frac{360^\circ}{12}\right)$.

זווית α היא זווית מרכזית הנשענת על שתי גזרות, כלומר שווה ל-60^o $(=2\cdot 30^\circ)$.

תשובה (1).

---

4. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו בנקודה המודגשת.



על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\alpha - \beta = ?$?

פתרון: ניתן לראות כי הזווית α והזווית 100° נמצאות על ישר אחד, ולכן סכומן הוא 180°, מכאן נמצא את α:

$\alpha + 100^\circ = 180^\circ \rightarrow \alpha = 80^\circ$

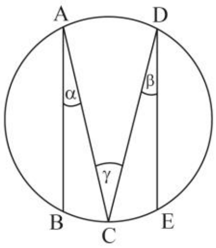
על מנת למצוא את הזווית β נשים לב כי α היא זווית מרכזית, ו- β היא זווית היקפית הנשענות על אותה הקשת. זווית מרכזית גדולה פי 2 מזווית היקפית הנשענת על אותה הקשת ולכן גודלה של β הוא 40° $\left(=\frac{80^\circ}{2}\right)$.

כעת עלינו לחשב את ההפרש בין הזוויות, כפי שביקשו בשאלה: $\alpha - \beta = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$

תשובה (4).

---

5. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל.
הנקודה C נמצאת על הקשת הקצרה BE.
נתון: $AB \parallel DE$



על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\frac{\alpha + \beta}{\gamma} = ?$

פתרון: הזווית γ היא זווית היקפית הנשענת על הקשת AD. הזוויות α ו- β גם הן זוויות היקפיות הנשענות על הקשתות BC ו- CE בהתאמה., וניתן לראות כי סכום הקשתות הללו שווה לקשת BE.

כמו כן, נתון כי $AB \parallel DE$ ולכן קשת AD בהכרח שווה לקשת BE. ראינו כי זווית γ נשענת על קשת השווה באורכה לסכום הקשתות שעליהן נשענות α ו- β, ולכן מתקיים: $\gamma = \alpha + \beta$.

מצאנו כי המונה והמכנה בביטוי המבוקש שווים זה לזה ולכן, $\frac{\alpha + \beta}{\gamma} = 1$.

תשובה (1).

6. **השאלה**: אם שטחו של רבע מעגל שווה ל- H, למה שווה רדיוס המעגל?

פתרון: השאלה מכוונת אותנו לכתיבת המשוואה הבאה: $H = \text{שטח מעגל} \cdot \frac{1}{4}$

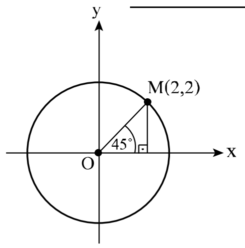
כעת נציב את הביטוי לשטח מעגל: $H = \pi r^2 \cdot \frac{1}{4}$

התבקשנו לבטא את רדיוס המעגל באמצעות H, ולכן נבודד את הרדיוס מהמשוואה למעלה. תחילה נכפיל את שני אגפי המשוואה ב- 4: $\pi r^2 = 4H$, נחלק את שני האגפים ב-π, ונקבל: $r^2 = \frac{4H}{\pi}$

כעת, על מנת לבודד את r, עלינו להוציא שורש משני האגפים: $r = \sqrt{\frac{4H}{\pi}} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{\frac{H}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{H}{\pi}}$

תשובה (2).

7. **השאלה**: נתון מעגל שמרכזו בנקודת החיתוך של הצירים, כמתואר בסרטוט.



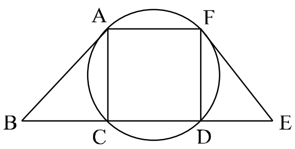
על פי נתון זה ונתוני הסרטוט, מה ערכו של רדיוס המעגל?

פתרון: רדיוס המעגל הוא יתר המשולש ישר זווית בסרטוט שלפנינו.

שיעורי הנקודה M הם (2,2), כלומר המשולש ישר הזווית הוא משולש שווה שוקיים אשר אורך כל אחד מניצביו הוא 2. במשולש ישר זווית ושווה שוקיים אורך היתר גדול פי $\sqrt{2}$ מאורך הניצבים, כלומר אורכו של יתר המשולש המהווה גם את רדיוס המעגל הוא $2\sqrt{2}$.

תשובה (1).

8. **השאלה**: ACDF ריבוע החסום במעגל שרדיוסו 1 ס״מ, כמתואר בסרטוט.
AB ו-FE משיקים למעגל בנקודות A ו-F בהתאמה.
$BC = DE = AF$.



מה היקפו של טרפז ABEF (בס״מ)?

פתרון: על מנת למצוא את היקפו של טרפז ABEF עלינו למצוא את אורך השוקיים: AB ו-FE ואת אורך בסיסי הטרפז: AF ו-BE.
על מנת לעשות זאת עלינו למצוא תחילה את אורכה של צלע הריבוע.
נחבר את אלכסון הריבוע - הישר AD ונתבונן במשולש ACD.
זווית ACD היא זווית היקפית בת 90^o, מכאן שישר AD הוא קוטר המעגל ואורכו שווה לפעמיים רדיוס המעגל, כלומר ל-2 ס״מ.

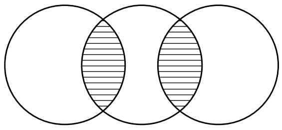
אורך אלכסון הריבוע גדול פי $\sqrt{2}$ מאורך צלע הריבוע ומכאן שאורך צלע הריבוע הוא $\sqrt{2}$ ס״מ $\left(= \frac{2}{\sqrt{2}}\right)$.

נתבונן במשולש ACB: נתון כי $BC = DE = AF$. מכיון שעל פי הנתון, הצלע AF, צלע הריבוע, שווה לצלע BC, הרי שבהכרח הצלע AC אשר גם היא צלע הריבוע שווה לצלע BC.

משולש ACB הוא משולש ישר זווית שווה שוקיים $(BC = AC)$, ומכאן שאורך היתר AB גדול פי $\sqrt{2}$ מאורך ניצבי המשולש, השווים באורכם לצלע הריבוע, כלומר שווה ל-2 ס״מ.
באופן זהה ניתן להוכיח כי גם משולש FDE הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים הזהה למשולש ACB.
קיבלנו כי אורך הבסיס התחתון, הצלע BE שווה ל-3 פעמים צלע הריבוע, כלומר ל- $3\sqrt{2}$ ס״מ.
אורך הבסיס העליון הוא $\sqrt{2}$ ס״מ ואורך כל אחת משוקי הטרפז שווה ל-2 ס״מ.
היקף הטרפז שווה ל-$\left(4 + 4\sqrt{2}\right)$ ס״מ $\left(3\sqrt{2} + \sqrt{2} + 2 + 2 =\right)$.

תשובה (4).

.9 **השאלה**: הצורה בסרטוט שלפניכם מורכבת משלושה מעגלים חופפים.
השטח הכולל של הצורה הוא 30 סמ"ר.
סכום השטחים הכהים הוא 6 סמ"ר.
מה שטחו של כל אחד מהמעגלים (בסמ"ר)?



פתרון: מכיוון שנתבקשנו למצוא את שטח כל אחד מן המעגלים, נסמן שטח כל מעגל ב-x.

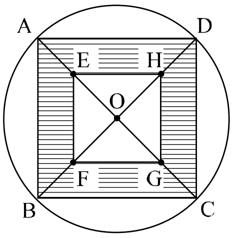
שטחה הכולל של הצורה מורכב משטח שני מעגלים (שטח המעגל הימני והשמאלי שבסרטוט), כלומר $2x$ + השטח הלבן שנותר במעגל האמצעי לאחר שנוריד ממנו את השטח הכהה, השטח המשותף למעגל האמצעי ולמעגלים שבקצוות, כלומר ל-$(x-6)$.

מנתונים אלו ניתן ליצור משוואה שלפיה: $2x + x - 6 = 30 \Leftarrow 3x = 36 \Leftarrow x = 12$.

תשובה (1).

.10 **השאלה**: ריבוע ABCD חסום במעגל שמרכזו בנקודה O (ראו סרטוט).
קודקודיו של ריבוע EFGH מונחים על אלכסוניו של ריבוע ABCD.
נתון: $AE = EO$.

$$? = \frac{\text{השטח הכהה}}{\text{שטח ריבוע EFGH}}$$



פתרון: נסמן את AE ב-x. נתון כי $AE = EO$, ומכאן:

א) אורך מחצית אלכסון הריבוע הקטן, הישר EO, הוא x ואורך האלכסון כולו הוא $2x$.
ב) אורך מחצית אלכסון הריבוע הגדול, הישר AO, הוא $2x$ ואורך האלכסון כולו הוא $4x$.

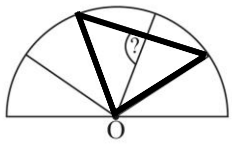
ניתן לחשב שטח ריבוע באמצעות מכפלת אלכסונים חלקי 2, כלומר שטח ריבוע EFGH הוא $2x^2$ $\left(= \frac{2x \cdot 2x}{2}\right)$ ושטח הריבוע הגדול, הריבוע ABCD, הוא $8x^2$ $\left(= \frac{4x \cdot 4x}{2}\right)$.

השטח הכהה שווה לשטח הריבוע הגדול (ABCD) פחות שטח הריבוע הקטן (EFGH), כלומר ל-$6x^2$.

$$3 = \frac{6x^2}{2x^2} = \frac{\text{השטח הכהה}}{\text{שטח ריבוע EFGH}}.$$

תשובה (3).

.11 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם חצי מעגל שמרכזו O, המחולק ל-5 גזרות שוות.
מה גודלה של הזווית המסומנת?



פתרון: חצי המעגל מחולק ל-5 גזרות **שוות**, ומכאן שכל אחת מהזוויות המרכזיות שווה ל-$36°$ $\left(= \frac{180°}{5}\right)$.

כעת נתמקד במשולש המודגש בסרטוט, זהו משולש שווה שוקיים, שהרי שתיים מצלעותיו הן רדיוסים.
כמו כן, זווית הראש שלו שווה לסכום שתי זוויות מרכזיות, כלומר ל-$72°$ $(= 36° \cdot 2)$.

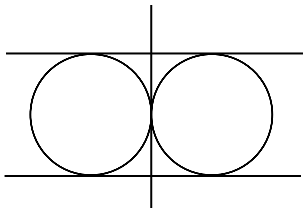
במשולש שווה שוקיים, בהינתן זווית הראש, ניתן למצוא את זוויות הבסיס: $54° = \frac{180° - 72°}{2}$.

כעת ניתן להתמקד במשולש קטן יותר (המהווה מחצית מהמשולש המודגש).
במשולש זה ידועות לנו שתיים מהזוויות, זווית בת $36°$ וזווית בת $54°$ ואנו מחפשים את השלישית.
סכום זוויות פנימיות בכל משולש שווה $180°$, ומכאן שהזווית השלישית שווה ל-$90°$ $(= 180° - 36° - 54°)$.

תשובה (3).

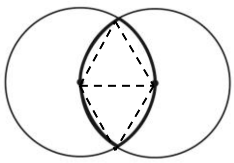
.12 **השאלה**: נתונים שני מעגלים חופפים המשיקים זה לזה.
כמה ישרים שונים ישנם, המשיקים לשני המעגלים **בו זמנית**?

פתרון: ישנם 3 ישרים המשיקים לשני המעגלים בו זמנית, כמתואר בסרטוט:



תשובה (3).

.13 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם שני מעגלים חופפים שרדיוסם 1 ס״מ, העוברים זה דרך מרכזו של זה.



על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,
מה אורכו של הקו המודגש (בס״מ)?

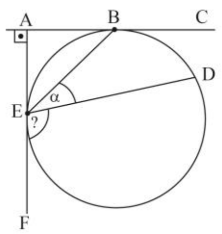
פתרון: הקו המודגש הוא למעשה חיבור של שתי קשתות זהות.
על מנת למצוא את אורכן עלינו לדעת מה גודל הזווית המרכזית הנשענת על כל קשת, או במילים אחרות, איזה חלק מהווה הקשת מהיקף המעגל. אם נחבר את מרכזי המעגלים אל נקודות ההשקה ביניהם נקבל שני משולשים שווי צלעות, מפני שכל הצלעות שהתקבלו הן רדיוסים השווים זה לזה. מכאן שהזווית המרכזית הנשענת על כל אחת מהקשתות המודגשות שווה ל- $120°$ $\left(= 60° + 60°\right)$.

מצאנו כי כל קשת מהווה $\frac{1}{3}$ $\left(= \frac{120°}{360°}\right)$ מהיקף המעגל, וכעת אנו יכולים למצוא את גודל כל אחת מהקשתות: $\text{קשת} = \frac{1}{3} \cdot 2\pi r = \frac{1}{3} \cdot 2\pi \cdot 1 = \frac{2\pi}{3}$.

מכיוון שהקו המודגש מורכב משתי קשתות כאלה, עלינו לכפול גודל זה ב- 2: $2 \cdot \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$.

תשובה (2).

.14 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם הישרים AC ו-AF מאונכים זה לזה ומשיקים למעגל בנקודות B ו-E בהתאמה.



על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\angle DEF = ?$

פתרון: AE ו-AB הם שני משיקים למעגל היוצאים מאותה הנקודה ולכן שווים זה לזה. מכאן שהמשולש ABE הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים, ולכן זוויות הבסיס שלו הן בנות $45°$. כעת נסתכל על הישר AF: $\angle AEB + \alpha + \angle DEF = 180°$ ⇐ $45° + \alpha + \angle DEF = 180°$
נחסר $45°$ ו-α משני האגפים ונקבל: $\angle DEF = 180° - 45° - \alpha = 135° - \alpha$.

תשובה (3).

15. **השאלה:** איזה מן השטחים הבאים **לא** ניתן לחשב בהינתן רדיוסו של מעגל?

פתרון : נבדוק את התשובות המוצעות :

תשובה (1) : שטח המעגל. הנוסחה לחישוב שטח מעגל היא πr^2 . הפרמטר היחידי שיש לדעת לצורך חישוב השטח הוא רדיוס המעגל, לכן גודל זה ניתן לחישוב.

תשובה (2) : שטח משולש שווה צלעות החסום בתוך המעגל. כאשר חוסמים משולש שווה צלעות במעגל, הזווית המרכזית על אחת מצלעות המשולש שווה ל-$120°$. כאשר נוריד גובה במשולש זה יתקבל משולש זהב אשר היתר שלו שווה לרדיוס המעגל ואחד מניצביו שווה למחצית מצלעהמשולש, ומכאן שניתן למצוא את צלע המשולש ולחשב את שטח המשולש לפי הנוסחה $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. גודל זה ניתן לחישוב.

תשובה (3) : שטח ריבוע החוסם את המעגל. בריבוע החוסם מעגל, מתקיים שקוטר המעגל שווה לצלע הריבוע. לכן, בהינתן רדיוס המעגל ניתן למצוא את צלע הריבוע ואת שטחו (שטח ריבוע שווה לצלע הריבוע בחזקת 2). שטח זה ניתן לחישוב.

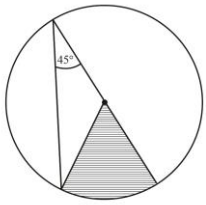
ראינו כי כל השטחים ניתנים לחישוב בהינתן רדיוס המעגל ולכן תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

16. **השאלה** : בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו הוא הנקודה המודגשת בסרטוט ורדיוסו 2ס״מ.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מה שטח הגזרה הכהה (בסמ״ר)?



פתרון : על מנת לחשב שטח של גזרה עלינו לדעת את שטח המעגל (או במילים אחרות, את רדיוס המעגל), ואת החלק שמהווה הגזרה מתוך שטלח המעגל (או במילים אחרות, את גודל הזווית המרכזית של הגזרה).

הזווית הנתונה בסרטוט היא זווית היקפית, ולכן עלינו למצוא תחילה את הזווית המרכזית הנשענת על אותה הקשת. כידוע, זווית מרכזית גדולה פי 2 מזווית היקפית הנשענת על אותה הקשת, לכן הזווית המרכזית הרצויה שווה ל- $90°$ $(45°\cdot 2 =)$.

זווית מרכזית בת $90°$ מהווה $\frac{1}{4}$ מהמעגל, ועל כן הגזרה הכהה מהווה $\frac{1}{4}$ משטח המעגל.

שטח המעגל שווה ל-4π, ושטח הגזרה הכהה המהווה $\frac{1}{4}$ מן המעגל שווה ל-π.

תשובה (1).

---

17. **השאלה** : נתון מעגל שהיקפו (בס״מ) גדול או שווה לשטחו (בסמ״ר).
איזה מהטענות הבאות נכונה **בהכרח** בנוגע לאורכו של רדיוס המעגל?

פתרון : נכתוב את הנתון בצורה אלגברית : היקף המעגל ≤ שטח המעגל ⇦ $\pi r^2 \leq 2\pi r$

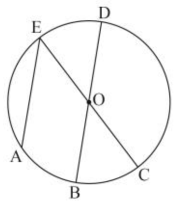
מכיוון שהשאלה מתייחסת לרדיוס המעגל, עלינו לבודד את r מתוך אי השוויון שקיבלנו.
כדי לעשות זאת נחלק את שני האגפים ב- πr (נזכור ש- r הוא רדיוס ולכן הוא בהכרח גודל חיובי),
נקבל : $r \leq 2$
כלומר, רדיוס המעגל קטן או שווה ל-2, או במילים אחרות, הוא שווה לכל היותר ל-2 ס״מ.

תשובה (2).

---

18. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו הנקודה O. BD ו-EC קטרים במעגל.

נתון: $AE \parallel BD$



על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מה היחס בין אורך הקשת הקצרה AB לבין אורך הקשת הקצרה BC?

פתרון: נזכור שהיחס בין קשתות שונות במעגל נקבע על ידי היחס בין הזוויות המרכזיות הנשענות על אותן קשתות.
נסמן את הזווית $\angle BOC$ הנשענת על קשת BC ב- x. מכיוון שהישרים AE ו-BD מקבילים אז גם $\angle AEC = x$ (זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים). אם זווית היקפית הנשענת על קשת AC שווה ל- x, הרי שזווית מרכזית הנשענת על אותה הקשת תהיה שווה ל- 2x, כלומר $\angle AOC = 2x$.
מכאן ניתן להסיק כי: $\angle AOB = 2x - x = x$.
קיבלנו: $\angle AOB = \angle BOC$ ולכן גם הקשתות שעליהן הן נשענות (קשת AB וקשת BC) שוות זו לזו, ובמילים אחרות, היחס ביניהן הוא 1:1.

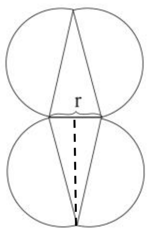
תשובה (1).

---

19. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעוין שעל כל אחת מצלעותיו בנו חצי מעגל שרדיוסו r.

נתון כי האלכסון הקצר של המעוין שווה גם הוא ל- r.

מה שטח הצורה שנוצרה?



פתרון: שטח הצורה כולה מורכב משטח המעוין ועוד שטחי ארבעת חצאי המעגלים, או שטח מעוין ועוד שטחי שני מעגלים שלמים.

רדיוס המעגלים נתון, ולכן שטחי 2 המעגלים שווה ל- $2r^2\pi$.
שטח מעוין מחושב לפי מכפלת האלכסונים חלקי 2, ולכן עלינו למצוא את אורכו של האלכסון הארוך במעוין. נשים לב שמחצית מאלכסון זה יוצר משולש ישר זווית ששתיים מצלעותיו ידועות: מחצית מאורך האלכסון הקטן וצלע המעוין.
מכיוון שאלכסונים במעוין חוצים זה את זה, אורך הניצב הקטן שווה למחצית מהאלכסון הקטן, כלומר ל- $\frac{r}{2}$, והיתר שהוא צלע המעוין שווה לקוטר המעגל, כלומר יתר המשולש שווה ל-2r.
הניצב הגדול במשולש זה הוא למעשה מחצית מהאלכסון הארוך של המעוין.
נסמן ניצב זה ב- x ונמצא אותו לפי משפט פיתגורס: $\left(\frac{r}{2}\right)^2 + x^2 = (2r)^2$

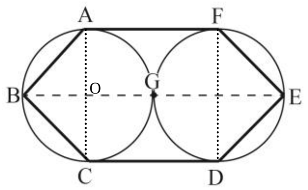
נעביר אגפים ונבודד את x: $x^2 = (2r)^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2 = 4r^2 - \frac{1}{4}r^2 = \frac{15}{4}r^2$

$$x = \sqrt{\frac{15}{4}}r = \frac{\sqrt{15}}{2}r$$

ביטוי זה שווה למחצית מאורך האלכסון, ולכן אורך האלכסון הארוך שווה ל- $r\sqrt{15}$.
קיבלנו כי אורך האלכסון הקצר שווה ל-r, ואורך האלכסון הארוך שווה ל- $r\sqrt{15}$.
שטח המעוין שווה למכפלת האלכסונים לחלק ב-2, כלומר: $\frac{r^2\sqrt{15}}{2} = \frac{r \cdot r\sqrt{15}}{2} =$ שטח המעוין
בסך הכול שטח הצורה כולה הוא: $\frac{r^2\sqrt{15}}{2} + 2\pi r^2 = r^2\left(\frac{\sqrt{15}}{2} + 2\pi\right)$

תשובה (3).

20. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם שני מעגלים חופפים שרדיוסם r המשיקים זה לזה.



BG ו- GE הם קטרים המונחים על ישר אחד.
על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

מהו היקף המשושה ABCDEF?

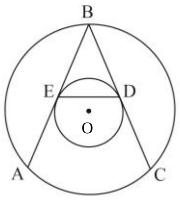
פתרון: נמתח שני גבהים AC ו- DF. גבהים אלה מחלקים את המשושה לריבוע שכל אחת מצלעותיו שווה ל- 2r, ו- 4 משולשים ישרי זווית קטנים וזהים.
נתמקד באחד המשולשים, ABO: זהו משולש ישר זווית ושווה שוקיים, אשר שוקיו שוות ל- r.
היתר במשולש ישר זווית שווה שוקיים גדול פי $\sqrt{2}$ מכל אחד מהניצבים, ולכן $AB = \sqrt{2}$.
נקבל כי: $AB = BC = FE = DE = r\sqrt{2}$

כעת נחשב את היקף הצורה, המורכב מסכום כל צלעותיה:
$$AF + CD + AB + BC + FE + DE = 4r + 4r\sqrt{2} = 4r\left(1 + \sqrt{2}\right)$$

תשובה (4).

---

21. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם שני מעגלים בעלי מרכז משותף.



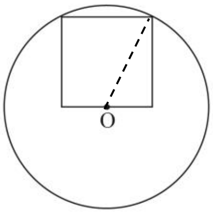
AB ו- BC מיתרים במעגל הגדול, המשיקים למעגל הקטן בנקודות E ו- D בהתאמה.
נתון כי רדיוס המעגל הקטן 1 ס״מ ורדיוס המעגל הגדול 2 ס״מ.
על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מהו היקף המשולש BED (בס״מ)?

פתרון: נמתח בניות עזר: OE (רדיוס במעגל הקטן), ו- OB (רדיוס במעגל הגדול).
נזכור כי משיק חייב להיות מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה ולכן $\angle BEO = 90°$.
קיבלנו משולש ישר זווית BEO, אשר אורכו של הניצב הקטן בו שווה ל- 1 ואורכו של היתר שווה ל- 2.
משולש זה הוא משולש זהב, הזווית שמול הניצב הקטן במשולש זהב, זווית OBE שווה ל-30°.
על פי יחסי הצלעות במשולש זהב, הניצב שמול הזווית בת ה-60°, זווית BOE, גדול פי $\sqrt{3}$ מהניצב הקטן, כלומר אורכו של BE הוא $\sqrt{3}$ ס״מ.
מכיוון שבאופן דומה ניתן להוכיח כי גם זווית OBD שווה ל-30°, הרי שניתן לקבוע כי זווית EBD שווה ל-60°.
נתבונן במשולש EBD:
שני המשיקים BE ו- BD יוצאים מאותה נקודה ולכן שווים זה לזה, כלומר המשולש EBD הוא משולש שווה שוקיים אשר זווית הראש שלו שווה ל- 60°, ולכן הוא למעשה משולש שווה צלעות.
לסיכום: $EB = BD = ED = \sqrt{3}$, ולפיכך היקף המשולש הוא: $EB + BD + ED = 3\sqrt{3}$

תשובה (4).

---

22. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם ריבוע החסום בתוך מעגל שמרכזו O ורדיוסו r , כך ששניים מקודקודיו נמצאים על היקף המעגל ושני קודקודיו האחרים נמצאים על קוטר המעגל.



על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,
מהו שטח הריבוע?

פתרון: נסמן את צלע הריבוע ב- a.
נמתח רדיוס ממרכז המעגל לקודקוד הריבוע על מנת ליצור משולש ישר זווית.
משיקולי סימטריה מרכז המעגל בהכרח נמצא על אמצע צלעו של הריבוע, כך שניתן לקבוע כי אורכי צלעותיו של המשולש ישר הזווית שיצרנו הן: a, $\frac{a}{2}$ ו- r.

משולש זה מקיים, כמובן, את משפט פיתגורס: $\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2 = r^2$

מכאן ניתן לחלץ את הגודל a^2 , שהוא למעשה שטח הריבוע: $\frac{a^2}{4} + a^2 = r^2 \rightarrow \frac{5}{4}a^2 = r^2$

נחלק את שני האגפים ב- $\frac{5}{4}$ ונקבל: $a^2 = \frac{4}{5}r^2$

תשובה (4).