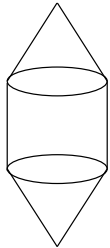


**מפתח תשובות נכונות**

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
תשובה	(1)	(3)	(4)	(3)	(1)	(4)	(1)	(3)	(4)	(2)	(4)

שאלה	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
תשובה	(1)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(2)	(2)

**הסברים**



**1. השאלה:** על שני בסיסיו של גליל שרדיוס בסיסו 2 ס"מ וגובהו 4 ס"מ נבנו חרוטים חופפים (ראו סרטוט). סכום נפחי החרוטים שווה לנפח הגליל. מה גובהו של כל אחד מהחרוטים (בס"מ)?

**פתרון:** בסרטוט מתואר גליל שעל שני בסיסיו נבנו חרוטים (כך שבסיסי החרוטים זהים לבסיס הגליל), ונתון הקשר בין נפח הגליל לנפח החרוטים. עלינו למצוא את גובהו של כל חרוט. בכדי למצוא אורך קו כאשר נתון קשר בין הנפחים, נרשום משוואה על פי הקשר הנתון ונחלץ מתוכה את אורך הקו המבוקש:

$$\pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi$$

$$\frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot h}{3} = \frac{4\pi h}{3}$$

נפח כל חרוט שווה למכפלת שטח הבסיס בגובה, חלקי 3:

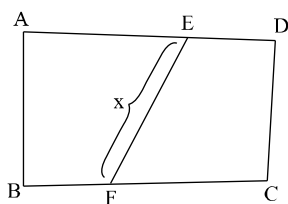
$$\frac{4\pi h}{3} + \frac{4\pi h}{3} = 16\pi \quad \text{כלומר:}$$

$$4\pi h + 4\pi h = 48\pi \quad \text{ונקבל:}$$

$$8\pi h = 48\pi$$

$$h = 6 \quad \text{ונקבל:}$$

**תשובה (1).**



**2. השאלה:** היקף מרובע ABCD הוא 30 ס"מ. היקף מרובע ABFE הוא 17 ס"מ. היקף מרובע EFCD הוא 19 ס"מ. על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,  $x = ?$

**פתרון:** בסרטוט מתואר מרובע גדול שחולק באמצעות ישר שאורכו x ס"מ לשני מרובעים קטנים יותר. נתונים היקפי שלושת המרובעים ועלינו למצוא את ערכו של x. מכיוון ש-x הוא חלק מהיקף המרובעים הקטנים, נוכל לחלץ את ערכו מתוך משוואה של היקפים:

$$ED + CD + FC + x = 19 \quad \text{היקף המרובע הימני}$$

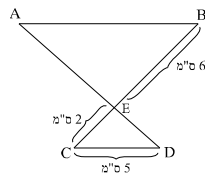
$$AE + AB + BF + x = 17 \quad \text{היקף המרובע השמאלי}$$

$$AB + BC + CD + AD = 30 \quad \text{היקף המרובע הגדול}$$

מכיוון ש-BC מורכב מ-BF ועוד FC, ו-AD מורכב מ-AE ועוד ED, הרי שניתן לומר שסכום היקפי המרובעים הקטנים שווה להיקף המרובע הגדול ועוד פעמיים x (פעם בהיקף המרובע הימני ופעם נוספת בהיקף המרובע השמאלי):  $19 + 17 = 30 + 2x$ .  
 כעת נחלץ את x מתוך המשוואה. נחסיר 30 משני האגפים, נכנס איברים, ונקבל:  $6 = 2x$ .

נחלק ב-2 את שני האגפים, ונקבל:  $3 = x$ .

**תשובה (3).**

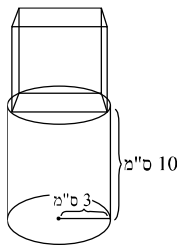


**3. השאלה:** נתון:  $AB \parallel CD$ .

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט, מה אורכו של AB (בס"מ)?

**פתרון:** בסרטוט מתואר מבנה מוכר של דמיון משולשים. למשולש העליון והתחתון זוויות שוות (זוג אחד של זוויות קודקודיות ועוד שני זוגות של זוויות מבנה ה-Z בין מקבילים). משולשים בעלי זוויות שוות דומים זה לזה ולכן ניתן למצוא את אורך הקו המבוקש על פי היחס בין צלעות המשולשים. הצלע BE במשולש העליון מתאימה לצלע CE במשולש התחתון (שכן הן מול זוויות שוות). מכיוון ש-BE שווה ל-6 ס"מ ו-CE שווה ל-2 ס"מ, הרי שהיחס בין הצלעות הללו הוא 3:1. מכיוון שהמשולשים דומים, כל זוג צלעות מתאימות יקיימו את אותו היחס. הצלע המבוקשת AB במשולש העליון מתאימה לצלע CD במשולש התחתון, השווה ל-5 ס"מ. בכדי לקיים את היחס שמצאנו, צלע AB צריכה להיות גדולה פי 3 מהצלע CD. כלומר, AB שווה ל-15 ס"מ ( $3 \cdot 5 =$ ).

**תשובה (4).**



**4. השאלה:** על גבי גליל שרדיוס בסיסו 3 ס"מ וגובהו 10 ס"מ הונחה תיבה שבסיסה

ריבוע, כך שבסיס התיבה חסום בבסיס הגליל (ראו סרטוט).

נפח התיבה שווה לנפח הגליל.

מה גובה התיבה (בס"מ)?

**פתרון:** בסרטוט מתואר גליל שעל שני בסיסו נבנתה תיבה (כך שבסיס התיבה הוא ריבוע החסום בבסיס הגליל), ונתון הקשר בין נפח הגליל לנפח התיבה. עלינו למצוא את גובה התיבה. בכדי למצוא אורך קו כאשר נתון קשר בין הנפחים, נרשום משוואה על פי הקשר הנתון ונחלץ מתוכה את אורך הקו המבוקש:

$$\pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 90\pi$$

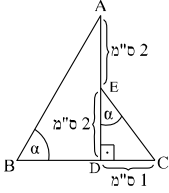
נפח התיבה שווה למכפלת שטח הבסיס בגובה. בסיס התיבה הוא ריבוע החסום בבסיס הגליל ולכן אלכסון הריבוע שווה לקוטר המעגל. מכיוון שרדיוס בסיס הגליל שווה ל-3 ס"מ, הרי שקוטר המעגל, השווה לאלכסון הריבוע הוא 6 ס"מ. שטח הריבוע שווה לאלכסון בריבוע חלקי 2, ולכן נפח התיבה הוא:

$$\frac{\text{אלכסון}^2}{2} \cdot h = \frac{6^2}{2} \cdot h = \frac{36}{2} \cdot h = 18h$$

נתון כי נפח התיבה שווה לנפח הגליל. כלומר:  $90\pi = 18h$ .

כעת נחלץ מתוך המשוואה את גובה התיבה. נחלק את שני האגפים ב-18, ונקבל:  $5\pi = h$ .

**תשובה (3).**

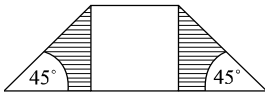


5. **השאלה:** על פי נתוני הסרטוט שלפניכם,  $BD = ?$

**פתרון:** בסרטוט מתוארים שני משולשים ששתיים מזוויותיהם שוות ( $90^\circ$  ו- $\alpha$ ). כאשר שתיים מתוך שלושה הזוויות שוות, גם הזווית השלישית חייבת להיות שווה, שהרי היא משלימה את שתי האחרות ל- $180^\circ$ .

משולשים בעלי זוויות שוות דומים זה לזה ולכן ניתן למצוא את אורך הקו המבוקש על פי היחס בין צלעות המשולשים.  
 הצלע DC במשולש הקטן מתאימה לצלע AD במשולש הגדול (שכן הן מול זוויות שוות). מכיוון ש-DC שווה ל-1 ס"מ ו-AD שווה ל-2 ס"מ ( $2 = 2 + 0$ ), הרי שהיחס בין הצלעות הללו הוא 1:2.  
 מכיוון שהמשולשים דומים, כל זוג צלעות מתאימות יקיימו את אותו היחס.  
 הצלע המבוקשת BD במשולש הגדול מתאימה לצלע DE במשולש הקטן, השווה ל-2 ס"מ. בכדי לקיים את היחס שמצאנו, צלע BD צריכה להיות גדולה פי 2 מהצלע DE. כלומר, BD שווה ל-4 ס"מ ( $4 = 2 \cdot 2$ ).

**תשובה (1).**



6. **השאלה:** על שתיים מצלעותיו של הריבוע בסרטוט שלפניכם נבנו משולשים, כך שנוצר טרפז שווה-שוקיים.

היקף הריבוע קטן ב-10 ס"מ מסכום היקפי המשולשים הכהים.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט, מה אורך צלע הריבוע (בס"מ)?

**פתרון:** בשאלה זו מתואר טרפז המורכב מריבוע ושני משולשים ישרי-זווית ושווי-שוקיים. נתון הקשר בין היקף הריבוע להיקפי המשולשים. עלינו למצוא את אורך צלע הריבוע. בכדי למצוא אורך קו כאשר נתון קשר בין היקפים, נרשום משוואה על פי הקשר הנתון ונחלץ מתוכה את אורך הקו המבוקש:

נסמן את אורך צלע הריבוע, שהיא גם ניצב במשולשים, ב- $x$ .

היקף הריבוע שווה ל-4 פעמים אורך הצלע שלו:  $4x$ .

במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים שאורך אחד מניצביו  $x$ , אורך הניצב השני שווה גם הוא ל- $x$  ואורך היתר שווה ל- $x\sqrt{2}$ . לכן היקף כל משולש הוא:  $2x + x\sqrt{2}$ .

נתון כי היקף הריבוע קטן ב-10 ס"מ מסכום היקפי המשולשים. כלומר, אם נוסיף להיקף הריבוע 10 ס"מ

הוא יהיה שווה לסכום היקפי המשולשים:  $2x + x\sqrt{2} + 2x + x\sqrt{2} = 4x + 10$ .

כעת נחלץ מתוך המשוואה את ערכו של  $x$ . נחסיר  $4x$  משני האגפים, נכנס איברים, ונקבל:  $2x\sqrt{2} = 10$ .

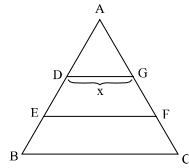
נחלק ב-2 את שני האגפים, ונקבל:  $x\sqrt{2} = 5$ .

נחלק את שני האגפים ב- $\sqrt{2}$ , ונקבל:  $x = \frac{5}{\sqrt{2}}$ .

**תשובה (4).**

7.

**השאלה:** בסרטוט שלפניכם משולש ABC שלגביו נתון כי :



$$AD = DE = EB$$

$$AG = GF = FC$$

$$EF + BC = ?$$

**פתרון:** כאשר מחברים את אמצעי צלעותיו של שתיים

מצלעות המשולש, נוצר ישר המקביל לצלע השלישית. כך גם כאשר מחלקים את הצלעות ל-3 חלקים שווים. כלומר, הישרים DG ו-EF מקבילים לצלע BC, ולכן משולשים ADG, AEF ו-ACB דומים זה לזה.

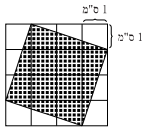
בכדי לחשב את אורכו של EF, נתבונן במשולשים ADG ו-AEF. מול הזווית ADG במשולש הקטן נמצאת הצלע AG, ומול הזווית המתאימה במשולש הגדול נמצאת הצלע AF. נתון כי AG שווה ל-GF, ולכן כל צלע במשולש הגדול גדולה פי 2 מהצלע המתאימה במשולש הקטן. הצלע EF במשולש הגדול מתאימה לצלע x במשולש הקטן ולכן גדולה ממנה פי 2. כלומר, EF שווה ל-2x.

בכדי לחשב את אורכו של BC, נתבונן במשולשים ADG ו-ABC. מול הזווית ADG במשולש הקטן נמצאת הצלע AG, ומול הזווית המתאימה במשולש הגדול נמצאת הצלע AC. נתון כי AG שווה ל-GF ושווה ל-FC, ולכן כל צלע במשולש הגדול גדולה פי 3 מהצלע המתאימה במשולש הקטן. הצלע BC במשולש הגדול מתאימה לצלע x במשולש הקטן ולכן גדולה ממנה פי 3. כלומר, BC שווה ל-3x. ומכאן:  $EF + BC = 2x + 3x = 5x$

**תשובה (1).**

8.

**השאלה:** בסרטוט שלפניכם ריבוע גדול חולק ל-16 ריבועים



חופפים שאורך צלעם 1 ס"מ, כמתואר בסרטוט.

מה היקפו של השטח הכהה (בס"מ)?

**פתרון:** בסרטוט מתואר ריבוע גדול המורכב מ-16 ריבועים קטנים שאורך צלעם 1 ס"מ. בתוך

הריבוע הגדול מסורטט מרובע כהה, ועלינו למצוא את היקפו. לצורך כך נחשב את אורך כל אחת מצלעות המרובע הכהה. מכיוון שבכל ריבוע הזוויות שוות ל-90°, נוה יהיה לחשב את אורך הצלעות המבוקשות באמצעות משפט פיתגורס:

כל אחת מצלעותיו של המרובע הכהה היא למעשה יתר במשולש ישר-זווית שבו אורכי הניצבים הם 1 ס"מ ו-3 ס"מ (המשולשים הלבנים בפינות). לפיכך, אורך כל צלעותיו של המרובע הכהה שוות זו לזו. נסמן את אורכן ב-x ונמצא אותו על פי משפט פיתגורס:  $1^2 + 3^2 = x^2 \Leftrightarrow 1 + 9 = x^2 \Leftrightarrow 10 = x^2$ .

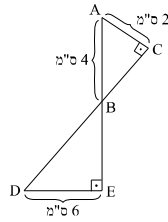
נוציא שורש משני האגפים, ונקבל:  $\sqrt{10} = x$ .

היקף המרובע שווה לסכום צלעותיו, כלומר ל-4 פעמים הצלע:  $4\sqrt{10}$ .

**תשובה (3).**

9.

**השאלה:** על פי נתוני הסרטוט שלפניכם, מה אורכו של BD (בס"מ)?



**פתרון:** בסרטוט מתוארים שני משולשים ישרי זווית. אחת מזוויות המשולש העליון קודקודית לאחת מזוויות המשולש התחתון. כאשר שתיים מתוך שלוש הזוויות שוות, גם הזווית השלישית חייבת להיות שווה, שהרי היא משלימה את שתי האחרות ל- $180^\circ$ .

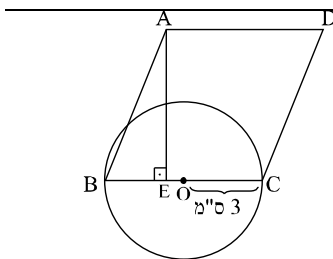
משולשים בעלי זוויות שוות דומים זה לזה ולכן ניתן למצוא את אורך הקו המבוקש על פי היחס בין צלעות המשולשים.

הצלע AC במשולש העליון מתאימה לצלע DE במשולש התחתון (שכן הן מול זוויות שוות). מכיוון ש-AC שווה ל-2 ס"מ ו-DE שווה ל-6 ס"מ, הרי שהיחס בין הצלעות הללו הוא 1:3.

מכיוון שהמשולשים דומים, כל זוג צלעות מתאימות יקיימו את אותו היחס.

הצלע המבוקשת BD במשולש התחתון מתאימה לצלע AB במשולש העליון, השווה ל-4 ס"מ. בכדי לקיים את היחס שמצאנו, צלע BD צריכה להיות גדולה פי 3 מהצלע AB. כלומר, BD שווה ל-12 ס"מ ( $3 \cdot 4$ ).

**תשובה (4).**



**10. השאלה:** BC הוא קוטר המעגל שבסרטוט אשר מרכזו בנקודה O.

אורכו של רדיוס המעגל הוא 3 ס"מ.

שטח מעוין ABCD שווה ל- $\frac{2}{3}$  משטח המעגל.

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,

$AE = ?$

**פתרון:** בסרטוט מתואר מעוין שאחת מצלעותיו היא קוטר של מעגל. נתון הקשר בין שטח המעוין לשטח המעגל, ועלינו למצוא את אורכו של AE (גובה המעוין). בכדי למצוא אורך קו כאשר נתון קשר בין שטחים, נרשום משוואה על פי הקשר הנתון ונחלץ מתוכה את אורך הקו המבוקש:

שטח המעוין שווה למכפלת הצלע בגובה. צלע המעוין שווה לקוטר המעגל, כלומר ל-6 ס"מ. לפיכך שטח המעוין שווה ל:  $6 \cdot AE$ .

שטח המעגל שווה למכפלת הרדיוס בריבוע ב- $\pi$ :  $\pi r^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$ .

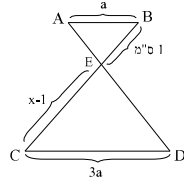
נתון כי שטח המעוין שווה ל- $\frac{2}{3}$  משטח המעגל. כלומר:  $6 \cdot AE = \frac{2}{3} \cdot 9\pi$ .

כעת נחלץ מתוך המשוואה את אורכו של AE. נמצא את האגף הימני, ונקבל:

$$6 \cdot AE = \frac{2}{3} \cdot 9\pi = 2 \cdot 3\pi = 6\pi$$

נחלק ב-6 את שני האגפים, ונקבל:  $AE = \pi$ .

**תשובה (2).**

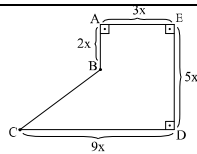


11. השאלה: בסרטוט שלפניכם  $AB \parallel CD$ .

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,  
 $x = ?$

**פתרון:** בסרטוט מתואר מבנה מוכר של דמיון משולשים. למשולש העליון והתחתון זוויות שוות (זוג אחד של זוויות קודקודיות ועוד שני זוגות של זוויות מבנה ה-Z בין מקבילים). משולשים בעלי זוויות שוות דומים זה לזה ולכן ניתן למצוא את אורך הקו המבוקש על פי היחס בין צלעות המשולשים.  
 הצלע AB במשולש העליון מתאימה לצלע CD במשולש התחתון (שכן הן מול זוויות שוות). מכיוון ש-AB שווה ל-a ו-CD שווה ל-3a, הרי שהיחס בין הצלעות הללו הוא 3:1.  
 מכיוון שהמשולשים דומים, כל זוג צלעות מתאימות יקיימו את אותו היחס.  
 הצלע CE במשולש התחתון מתאימה לצלע BE במשולש העליון, השווה ל-1 ס"מ. בכדי לקיים את היחס שמצאנו, צלע CE צריכה להיות גדולה פי 3 מהצלע BE. כלומר, CE שווה ל-3 ס"מ ( $3 \cdot 1 =$ ).  
 נתון כי הצלע CE שווה ל- $(x - 1)$ . כלומר:  $x - 1 = 3$ .  
 נחבר 1 לשני האגפים, ונקבל את ערכו של x:  $x = 4$ .

תשובה (4).

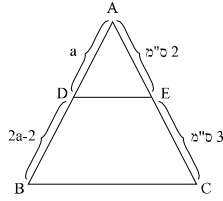


12. השאלה: על פי נתוני הסרטוט שלפניכם,

$BC = ?$

**פתרון:** בשאלה זו עלינו למצוא את אורכו של BC. מכיוון שבסרטוט נתונים ישרים המאונכים זה לזה, נבנה משולש ישר-זווית שאחת מצלעותיו היא הישר המבוקש, ונמצא את ערכו באמצעות משפט פיתגורס.  
 נאריך את הקטע AB עד שיחתוך את CD ונקבל מלבן ומשולש ישר-זווית ש-BC הוא היתר שלו. ניצב אחד של המשולש שווה ל- $3x$  (שכן הוא משלים את AB השווה ל- $2x$  לצלע המלבן השווה ל- $5x$ ) והניצב השני שווה ל- $6x$  (שכן הוא שווה ל-CD פחות AE, שהם  $9x$  פחות  $3x$ ).  
 כעת נחשב את אורכו של BC באמצעות משפט פיתגורס:  $(3x)^2 + (6x)^2 = (BC)^2$ .  
 נפתח סוגריים באגף השמאלי, ונקבל:  $9x^2 + 36x^2 = (BC)^2$ .  
 נכנס איברים, ונקבל:  $45x^2 = (BC)^2$ .  
 נוציא שורש משני האגפים, ונקבל:  $x\sqrt{45} = BC$ .

תשובה (1).



13. השאלה: בסרטוט שלפניכם  $DE \parallel BC$ .

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,  
 $a = ?$

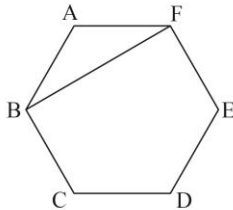
**פתרון:** בשאלה זו מתואר אחד ממבני הדמיון המוכרים בהם מעבירים מקביל לאחת הצלעות במשולש, כך שהמשולש שנוצר דומה למשולש המקורי, מכיוון שזוויותיהם זהות. למשל, במקרה שלנו: זווית BAC משותפת לשני המשולשים. זווית ABC שווה לזווית ADE ו- זווית ACB שווה לזווית AED, בגלל ש-DE מקביל ל-BC. נשתמש בדמיון בכדי למצוא את אורך הקו המבוקש. מול הזווית AED במשולש הקטן נמצאת צלע שאורכה 2 ס"מ, ומול הזווית המתאימה במשולש הגדול נמצאת צלע שאורכה 5 ס"מ ( $2 + 3 = 5$ ). כלומר היחס בין צלע במשולש הקטן לצלע מתאימה במשולש הגדול הוא 2:5. מול הזווית AED במשולש הקטן נמצאת צלע שאורכה a, ומול הזווית המתאימה במשולש הגדול נמצאת צלע שאורכה  $3a - 2$  ( $a + 2a - 2 = 3a - 2$ ). גם היחס בין הצלעות הללו צריך להיות 2:5. ניתן לרשום זאת

$$\text{כמשוואה: } \frac{a}{3a - 2} = \frac{2}{5}$$

כעת נחלץ מהמשוואה על ערכו של a. נכפול את שני האגפים ב-5 וב-  $3a - 2$  (כפל בהצלבה), ונקבל:

$$5a = 6a - 4 \quad \text{נחסר } 5a \text{ ונחבר } 4 \text{ לשני האגפים, ונקבל: } 4 = a$$

**תשובה (4).**



14. השאלה: בסרטוט שלפניכם ABCDEF הוא משושה משוכלל שצלעו a.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,  
 מהו אורך האלכסון BF?

**פתרון:** נתבונן במשולש ABF.

משולש ABF הוא משולש שווה שוקים אשר זווית הראש שלו היא בת  $120^\circ$  (זווית פנימית במשושה משוכלל). נוריד גובה מהנקודה A, קודקוד המשולש, לצלע BF. מכיוון שגובה במשולש שווה שוקיים הוא גם חוצה זווית וגם תיכון, קיבלנו שני משולשי זהב אשר אורך היתר שלהם הוא a (צלע המשושה) והניצב הקטן שלהם הוא הגובה אשר הורדנו ואורכו של הניצב הגדול שלהם הוא מחצית מהיתר BF.

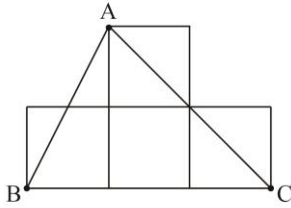
כאמור הגובה שהורדנו הוא הניצב הקטן במשולש זהב ולכן אורכו שווה למחצית מאורך היתר, כלומר  $\frac{a}{2}$ ,

$$\text{ואורך מחצית הצלע BF, שהוא הניצב הגדול במשולש, שווה ל- } \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

אורך הצלע BF כולה שווה ל-  $a\sqrt{3}$ .

**תשובה (1).**

15. **השאלה:** 4 ריבועים חופפים שאורך צלעם a הוצמדו כמתואר בסרטוט.



על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט, מה היקף המשולש ABC?

**פתרון:** נתבונן במשולש ABC. בסיס המשולש, הצלע BC, מורכבת מצלעם של שלושה ריבועים קטנים, כלומר שווה ל- $3a$ .

הצלע AB, היא יתר במשולש ישר זווית שאחד מניצביו הוא צלע אחת של ריבוע קטן והניצב השני מורכב משתי צלעות של ריבועים קטנים. אורך ניצב אחד שווה ל- $a$  ואורך הניצב השני שווה ל- $2a$ , ומכאן שבאמצעות משפט פיתגורס נמצא את אורך הצלע AB:

$$5a^2 = (AB)^2 \Leftrightarrow a^2 + 4a^2 = (AB)^2 \Leftrightarrow a^2 + (2a)^2 = (AB)^2$$

נוציא שורש ונקבל כי אורך הצלע AB הוא  $a\sqrt{5}$ .

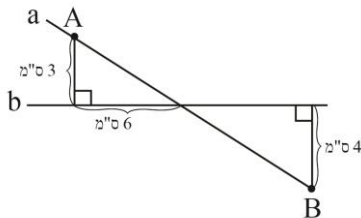
הצלע AC, היא יתר במשולש ישר זווית שווה שוקיים אשר אורך כל אחד מניצביו מורכב משתי צלעות של ריבועים קטנים, כלומר שווה ל- $2a$ .

מכיוון שבמשולש ישר זווית שווה שוקיים אורך היתר גדול פי  $\sqrt{2}$  מן הניצבים, הרי שאורך הצלע AC הוא  $2a\sqrt{2}$ .

סיכום: היקף המשולש ABC שווה ל-  $3a + a\sqrt{5} + 2a\sqrt{2}$

**תשובה (2).**

16. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם ישרים a ו-b, אשר ביניהם מונחים שני משולשים ישרי זווית (ראו סרטוט).



על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט, מה אורך הקטע AB (בס"מ)?

**פתרון:** לשני המשולשים ישרי הזווית שבסרטוט לפנינו שתי זוויות שוות: זוויות קודקודיות וזוויות בנות  $90^\circ$ . מכאן שבהכרח שני המשולשים דומים זה לזה.

נמצא את יתר המשולש השמאלי באמצעות משפט פיתגורס:  $3^2 + 6^2 = x^2 \Leftrightarrow 9 + 36 = x^2 \Leftrightarrow 45 = x^2$ .

יתר המשולש השמאלי שווה ל- $\sqrt{45}$  נפשט ביטוי זה ונקבל:  $3\sqrt{5}$ .

כאשר שני משולשים דומים זה לזה קיים יחס קבוע בין צלעותיהם.

מכיוון שבמשולש השמאלי הניצב הגדול גדול פי 2 מהניצב הקטן הרי שאורכו של הניצב הגדול במשולש הימני הוא 8 ס"מ ( $2 \cdot 4 = 8$ ).

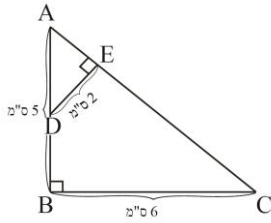
נמצא את יתר המשולש הימני באמצעות משפט פיתגורס:  $4^2 + 8^2 = x^2 \Leftrightarrow 16 + 64 = x^2 \Leftrightarrow 80 = x^2$ .

יתר המשולש הקטן שווה ל- $\sqrt{80}$  נפשט ביטוי זה ונקבל:  $4\sqrt{5}$ .

**סיכום:** אורך הישר AB הוא  $7\sqrt{5}$  ( $3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$ ).

**תשובה (3).**





**17. השאלה:** בסרטוט שלפניכם ABC ו-ADE משולשים ישרי זווית בעלי קודקוד משותף.

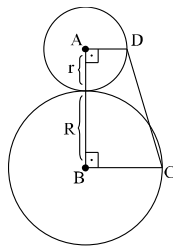
על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$$AE = ?$$

**פתרון:** בסרטוט שלפנינו שני משולשים דומים. משולש ADE ומשולש ABC. מכיוון שהמשולשים דומים, הרי שהיחס בין ניצבי המשולש הקטן שווה ליחס שבין ניצבי המשולש הגדול,

$$\text{כלומר: } \frac{6}{5} = \frac{2}{AE} \Leftrightarrow AE = \frac{5}{3}$$

**תשובה (4).**



**18. השאלה:** הנקודות A ו-B הן מרכזי המעגלים המשיקים שבסרטוט. נתון כי  $R = 3r$ .

$$DC = ?$$

**פתרון:** בשאלה זו עלינו למצוא את אורכו של DC. לצורך כך נבנה משולש ישר-זווית שהקו המבוקש הוא אחת מצלעותיו. נוריד אנך מנקודה D אל הישר BC ונסמן את נקודת המפגש באות E. קיבלנו משולש ישר זווית DEC שהקו המבוקש הוא היתר שלו. נמצא את ניצביו ואז נחשב את אורך היתר באמצעות משפט פיתגורס. הניצב DE שווה ל-AB כלומר ל- $(R + r)$ . הניצב EC שווה ל-BC (R) פחות BE. מכיוון ש-BE שווה ל-AD (r), הרי ש-EC שווה ל- $(R - r)$ . כעת ניתן לחשב את אורכו של DC באמצעות משפט פיתגורס:

$$(R + r)^2 + (R - r)^2 = DC^2 \quad \text{נתון כי } R = 3r, \text{ נציב זאת במשוואה, ונקבל: } (3r + r)^2 + (3r - r)^2 = DC^2$$

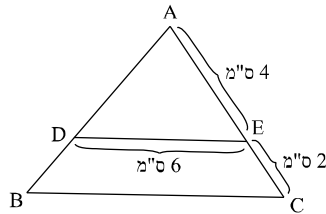
$$\Leftrightarrow (4r)^2 + (2r)^2 = DC^2 \Leftrightarrow 16r^2 + 4r^2 = DC^2 \Leftrightarrow 20r^2 = DC^2 \Leftrightarrow r\sqrt{20} = DC$$

**תשובה (1).**

**19. השאלה:** בסרטוט שלפניכם משולש ABC.

ישר DE מקביל לצלע BC.

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט, מה אורכה של הצלע BC (בס"מ)?



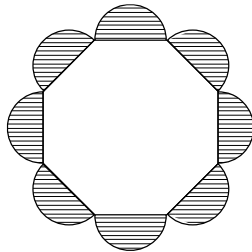
**פתרון:** בשאלה זו מתואר אחד ממבני הדמיון המוכרים בהם מחברים את אמצעי שתיים מצלעות משולש, כך שהמשולש שנוצר דומה למשולש המקורי, מכיוון שזוויותיהם זהות. למשל, במקרה שלנו: זווית BAC משותפת לשני המשולשים. זווית ABC שווה לזווית ADE ו- זווית ACB שווה לזווית AED, בגלל ש-DE מקביל ל-BC. נשתמש בדמיון בכדי למצוא את אורך הקו המבוקש. מול הזווית ADE במשולש הקטן נמצאת צלע שאורכה 4 ס"מ, ומול הזווית המתאימה במשולש הגדול נמצאת צלע שאורכה 6 ס"מ ( $4 + 2 = 6$ ). כל צלע במשולש הגדול גדולה פי 1.5 מהצלע המתאימה במשולש הקטן. מול הזווית DAE במשולש הקטן נמצאת צלע שאורכה 6, ומול הזווית המתאימה במשולש הגדול נמצאת הצלע המבוקשת BC. על פי היחס שמצאנו, הצלע BC צריכה להיות גדולה פי 1.5 מהצלע שאורכה 6 ס"מ, ולכן אורכה של BC הוא 9 ס"מ ( $6 \cdot 1.5 = 9$ ).

**תשובה (2).**

**20. השאלה:** על כל צלע של המתומן המשוכלל בנו חצי מעגל

(ראו סרטוט).

סכום השטחים המקווקוים  $48\pi$  סמ"ר. מה אורך צלע המתומן (בס"מ)?



**פתרון:** על כל אחת מצלעותיו של מתומן משוכלל בנו חצי מעגל. סכום חצאי המעגלים נתון ועלינו למצוא את אורך צלע המתומן. צלע המתומן שווה לקוטר המעגל. לכן, בכדי לענות על השאלה, נחלץ מתוך סכום שטחי חצאי המעגל את רדיוס המעגל ובעזרתו נחשב את צלע המתומן.

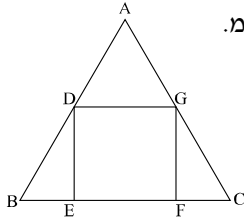
נרשום משוואה לגבי סכום שטחי חצאי המעגל. שטח כל מעגל הוא:  $\pi \cdot r^2$ . נחלק ב-2 ונקבל את שטחו של חצי מעגל:  $\frac{\pi \cdot r^2}{2}$ . סכום השטחים המקווקוים,  $48\pi$ , שווה לשטחם של 8 חצאי מעגל:  $8 \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{2} = 48\pi$

$\Leftrightarrow 4\pi \cdot r^2 = 48\pi$ . נחלק את שני האגפים ב- $4\pi$ , ונקבל:  $r^2 = 12$ . נוציא שורש, ונקבל:  $r = \sqrt{12}$ .

מצאנו את רדיוס המעגלים. צלע המתומן שווה לקוטר המעגל, כלומר לפעמיים הרדיוס:

$2 \cdot \sqrt{12} = 2 \cdot \sqrt{4 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

**תשובה (3).**



**21. השאלה:** בסרטוט שלפניכם משולש שווה צלעות ABC שבתוכו חסום ריבוע שהיקפו 16 ס"מ.

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט, מה אורכה של צלע AB (בס"מ)?

**פתרון:** בשאלה זו עלינו למצוא את אורכו של AB. נחשב את אורכו באמצעות סכום אורכי AD ו-DB:

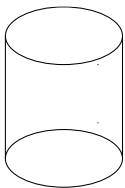
AD היא צלע במשולש ADG. הצלע DG שווה לצלע הריבוע, כלומר ל-4 ס"מ (ההיקף 16 ס"מ לחלק ל-4 צלעות). מכיוון שצלעות נגדיות בריבוע מקבילות זו לזו, הישר DG מקביל לצלע BC ולכן נוצר מבנה דמיון מוכר, על-פיו משולש ADG דומה למשולש ABC, כלומר גם הוא שווה-צלעות. מכאן שצלע AD שווה לצלע DG וגם אורכה 4 ס"מ.

BD היא יתר במשולש DBE. במשולש זה זווית BED שווה ל- $90^\circ$  (מכיוון שהיא משלימה את זווית הריבוע ל- $180^\circ$ ) וזווית DBE שווה ל- $60^\circ$  (מכיוון שהיא זווית במשולש שווה צלעות ABC). מכאן שזהו משולש זזה. הניצב הגדול (הצלע שמול הזווית בת ה- $60^\circ$ ) שווה ל-4 ס"מ (צלע הריבוע). ולכן הניצב הקטן שווה ל- $\frac{4}{\sqrt{3}}$ ,

$$\text{והיתר שווה ל-} 2 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$\text{מכאן שאורכה של AB שווה ל-} 4 + \frac{8}{\sqrt{3}}$$

**תשובה (2).**



**22. השאלה:** בסרטוט שלפניכם גליל שגובהו הוא 6 ס"מ ואורך רדיוסו בסיסו 3 ס"מ.

מה המרחק הגדול ביותר האפשרי בין 2 נקודות כלשהן על מעטפת הגליל (בס"מ)?

**פתרון:** המרחק הגדול ביותר בין שתי נקודות הנמצאות על מעטפת הגליל הוא האלכסון. כלומר, אחת הנקודות תהיה בקצה הימני ביותר של הבסיס התחתון והשנייה תהיה בקצה השמאלי ביותר של הבסיס העליון. נחשב מרחק זה באמצעות פיתגורס. האלכסון המבוקש הוא למעשה יתר במשולש בו הניצבים הם קוטר בסיס הגליל (השווה לפעמיים רדיוסו, כלומר ל-6 ס"מ) וגובה הגליל (השווה ל-6 ס"מ). נסמן את אורך האלכסון המבוקש ב-x. ונחשב את אורכו באמצעות משפט פיתגורס:  $6^2 + 6^2 = x^2 \Leftrightarrow 36 + 36 = x^2 \Leftrightarrow 72 = x^2 \Leftrightarrow \sqrt{72} = x$ .

מכיוון שהשורשים בתשובות מפורקים, נפרק את השורש שקיבלנו על-פי חוקי שורשים, ונקבל:

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

**תשובה (2).**