

מפתח תשובות נכונות

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(1)	(2)	(3)	(1)	(4)	(3)	(2)	(2)	(2)	(4)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(2)	(2)	(2)	(2)	(1)	(1)	(1)	(2)	(2)	(3)	תשובה

הסברים

1. השאלה: $(x-1)^2 - 4x = ?$.

פתרון: דרך א': אלגברה

נפתח את הסוגריים, באמצעות נוסחת הכפל המקוצר: $(x-1)^2 - 4x = x^2 + 1 - 2x - 4x = x^2 + 1 - 6x$.

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב כי ערכו של x הוא 2, ונקבל כי ערך הביטוי הוא: $-7 = [(x-1)^2 - 4x]_{x=2} = (2-1)^2 - 4 \cdot 2 = 1 - 8$.
 כעת נציב ערך זה בתשובות המוצעות, ונמצא כי ערכן של תשובות (1), (2) ו-(3) שונה מ-(7) ומכאן שתשובות אלו נפסלות. לפיכך ניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (4).

תשובה (4).

2. השאלה: $\frac{(x+6)^2}{x^2-36} = ?$.

פתרון: דרך א': אלגברה

הביטוי בסוגריים הוא ביטוי מהסוג $a^2 - b^2 = (x+6) \cdot (x-6)$: $x^2 - 36 = x^2 - 6^2 = (x+6) \cdot (x-6)$.

$$\frac{(x+6)^2}{x^2-36} = \frac{(x+6) \cdot (x+6)}{(x+6) \cdot (x-6)} = \frac{x+6}{x-6}$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב כי ערכו של x הוא 0, ונקבל כי ערך הביטוי הוא -1: $\left[\frac{(x+6)^2}{x^2-36} = \frac{(0+6)^2}{0-36} = \frac{36}{-36} = -1 \right]$

כעת נציב ערך זה בכל אחת מהתשובות המוצעות, ונמצא כי תשובות (1) ו-(3) נפסלות.

נציב שוב כי x שווה 1 על מנת להכריע בין תשובות (2) ו-(4), ונקבל כי ערך הביטוי כעת הוא $-\frac{7}{5}$.

$$\left[\frac{(x+6)^2}{x^2-36} = \frac{(1+6)^2}{1-36} = \frac{49}{-35} = -\frac{7}{5} \right]$$

נציב x שווה ל-1 בתשובות (2) ו-(4), ונמצא כי ערכה של תשובה (2) הוא $-\frac{7}{5}$ וכי ערכה של תשובה (4) הוא

$-\frac{5}{7}$. מכיוון שערכה של תשובה (4) אינו שווה כעת לערכו של הביטוי, הרי שתשובה זו נפסלת.

תשובה (2).

3. **השאלה:** $(x-2)(a+b) - (2-x)(b-a) = ?$

פתרון: דרג א': פתיחת הסוגריים

נפשט את הביטוי שבתוך הסוגריים על ידי פתיחת הסוגריים. בשלב ראשון נפתח את שתי המכפלות בנפרד, ורק לאחר מכן נחסר ביניהן:

$$(x-2)(a+b) - (2-x)(b-a) = (xa + xb - 2a - 2b) - (2b - 2a - xb + xa) =$$

$$= xa + xb - 2a - 2b - 2b + 2a + xb - xa = 2xb - 4b$$

נוציא גורם משותף $2b$ מהביטוי שקיבלנו, ונקבל: $2b(x-2)$

דרג ב': הוצאת גורם משותף

את הביטוי $(2-x)$ אפשר להפוך על ידי הוצאת גורם משותף (-1) , ל- $(x-2)$, כך שנקבל:

$$(x-2)(a+b) + (x-2)(b-a)$$

כעת נוציא $(x-2)$ כגורם משותף, ונקבל:

$$(x-2)(a+b) + (x-2)(b-a) = (x-2)[a+b+b-a] = (x-2) \cdot 2b$$

תשובה (2).

4. **השאלה:** נתון: $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

$$|a| \neq |b|$$

פתרון: יש שתי אפשרויות אלגבריות לפתרון השאלה:

(א) פתיחת הסוגריים שבצד שמאל של המשוואה.

(ב) יצירת סוגרים באמצעות נוסחת הכפל המקוצר בצד ימין של המשוואה.

דרג א': פתיחת סוגריים

$$(a-b)^2 = a^2 - b^2$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = a^2 - b^2$$

נחסר a^2 ונחבר b^2 משני האגפים, ונקבל: $2b^2 - 2ab = 0$

נוציא גורם משותף $2b$, ונקבל: $2b(b-a) = 0$

כאשר מכפלה מסוימת שווה ל-0, הרי שבהכרח אחד מהגורמים במכפלה שווה ל-0, ומכאן או ש: $2b = 0$ או

ש: $b-a = 0$.

נתון כי $|a| \neq |b|$, ומכאן שלא יתכן כי $b-a = 0$ שהרי על מנת ש: $b-a = 0$, על a ו- b להיות שווים זה

לזה. מכאן שהאפשרות היחידה היא כי $2b = 0$, כלומר $b = 0$.

דרג ב': יצירת סוגריים

$$(a-b)^2 = a^2 - b^2$$

על פי נוסחת הכפל המקוצר השלישית $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, ולכן:

$$(a-b)^2 = (a+b)(a-b)$$

מכיוון שעל פי הנתון לא יתכן כי a שווה ל- b , הרי שניתן לחלק את שני האגפים בביטוי $(a-b)$ אשר בהכרח

שווה מ-0, ולקבל:

$$a-b = a+b$$

נחסר a ונחבר b לשני האגפים, ונקבל: $0 = 2b$, כלומר $b = 0$

תשובה (2).

5. **השאלה:** לכל שני מספרים a ו- b הוגדרה הפעולה $\$$ כך: $a\$b = a^2(a - b)$

$$3\$2 - 2\$3 = ?$$

פתרון: נפשט את שני חלקי הביטוי באמצעות הגדרת פעולת ה- $\$$:

$$3\$2 = 3^2(3 - 2) = 9 \cdot 1 = 9$$

$$2\$3 = 2^2(2 - 3) = 4 \cdot (-1) = -4$$

$$3\$2 - 2\$3 = 9 - (-4) = 9 + 4 = 13$$

תשובה (3).

6. **השאלה:** $\left(\frac{a}{a-b}\right)^2 - \frac{(a+b)(a-b)}{a^2+b^2-2ab} = ?$ ($a \neq b$)

פתרון: דרך א': אלגברה

נזהה את נוסחאות הכפל המקוצר בשבר הימני, גם במונה וגם במכנה:

$$\left(\frac{a}{a-b}\right)^2 - \frac{(a+b)(a-b)}{a^2+b^2-2ab} = \left(\frac{a}{a-b}\right)^2 - \frac{a^2-b^2}{(a-b)^2} = \frac{a^2}{(a-b)^2} - \frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$$

$$\cdot \frac{a^2 - (a^2 - b^2)}{(a-b)^2} = \frac{b^2}{(a-b)^2} = \left(\frac{b}{a-b}\right)^2$$

מכיוון שלשני האיברים מכנה זהה, ניתן לחסר ביניהם:

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב לדוגמה כי $a = 2$ ו- $b = 1$ ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 1

$$\cdot \left[\left(\frac{a}{a-b}\right)^2 - \frac{(a+b)(a-b)}{a^2+b^2-2ab} = \left(\frac{2}{2-1}\right)^2 - \frac{(2+1) \cdot (2-1)}{2^2+1^1-2 \cdot 2 \cdot 1} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 - \frac{3 \cdot 1}{4+1-4} = 4 - \frac{3}{1} = 1 \right]$$

תשובה (1): $-b^2$. נציב כי ערכו של b הוא 1, ונמצא כי ערך הביטוי הוא -1, ומכאן שתשובה זו נפסלת.

תשובה (2): $\frac{a^2}{a-b}$. נציב את המספרים שבחרנו, ונמצא כי ערך הביטוי הוא 4 $\left(\frac{a^2}{a-b} = \frac{2^2}{2-1} = \frac{4}{1} = 4\right)$

ומכאן שתשובה זו נפסלת.

תשובה (3): $\frac{a(a-1)-b}{(a-b)^2}$. נציב את המספרים שבחרנו, ונמצא כי ערך הביטוי הוא 1

$$\cdot \left(\frac{a(a-1)-b}{(a-b)^2} = \frac{2 \cdot (2-1) - 1}{(2-1)^2} = \frac{2 \cdot 1 - 1}{1} = \frac{1}{1} = 1 \right)$$

לא ניתן לפסול אותה בשלב זה.

תשובה (4): $\left(\frac{b}{a-b}\right)^2$. נציב את המספרים שבחרנו, ונמצא כי ערך הביטוי הוא 1

$$\cdot \left(\left(\frac{b}{a-b}\right)^2 = \left(\frac{1}{2-1}\right)^2 = \left(\frac{1}{1}\right)^2 = 1 \right)$$

מכיוון שערכה של התשובה שווה לערך הביטוי, לא ניתן לפסול

אותה בשלב זה.

כעת על מנת להכריע בין תשובות (3) ו-(4), נציב כי $a = 3$ ו- $b = 1$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $\frac{1}{4}$

$$\left[\left(\frac{a}{a-b} \right)^2 - \frac{(a+b)(a-b)}{a^2 + b^2 - 2ab} = \left(\frac{3}{3-1} \right)^2 - \frac{(3+1) \cdot (3-1)}{3^2 + 1^2 - 2 \cdot 3 \cdot 1} = \left(\frac{3}{2} \right)^2 - \frac{4 \cdot 2}{9+1-6} = \frac{9}{4} - \frac{8}{4} = \frac{1}{4} \right]$$

תשובה (3): $\frac{a(a-1)-b}{(a-b)^2}$. נציב את המספרים שבחרנו, ונמצא כי ערך הביטוי הוא $\frac{1}{4}$

מכיוון שערכה של התשובה אינו שווה לערך $\frac{1}{4}$, נציב את המספרים שבחרנו, ונמצא כי ערך הביטוי הוא $\frac{1}{9}$

$$\left(\frac{a(a-1)-b}{(a-b)^2} = \frac{3 \cdot (3-1) - 1}{(3-1)^2} = \frac{3 \cdot 2 - 1}{2^2} = \frac{5}{4} \right)$$

הביטוי, ניתן לפסול תשובה זו ולסמן את תשובה (4) מבלי לבדוק אותה. לשם השלמת ההסבר נבדוק את תשובה (4).

תשובה (4): $\left(\frac{b}{a-b} \right)^2$. נציב את המספרים שבחרנו, ונמצא כי ערך הביטוי הוא $\frac{1}{9}$

$$\left[\left(\frac{b}{a-b} \right)^2 = \left(\frac{1}{3-1} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \right]$$

תשובה (4).

7. השאלה: $(4a + 7b)(7b - 4a) = ?$

פתרון: דרך א': אלגברה

נפתח את הביטוי שבסוגריים, ונקבל:

$$(4a + 7b)(7b - 4a) = 28ab - 16a^2 + 49b^2 - 28ab = 49b^2 - 16a^2$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $a = 1$ ו- $b = 1$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא 33 $[(4a + 7b)(7b - 4a) = (4 \cdot 1 + 7 \cdot 1)(7 \cdot 1 - 4 \cdot 1) = 11 \cdot 3 = 33]$

תשובה (1): $49b^2 - 16a^2$. נציב את המספרים שבחרנו, ונמצא כי ערך הביטוי שבתשובה הוא 33 $(49 \cdot 1^2 - 16 \cdot 1^2 = 49 - 16 = 33)$, ולפיכך לא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

תשובה (2): $4a^2 - 7b^2$. נציב את המספרים שבחרנו, ונמצא כי ערך הביטוי הוא (-3) $(4 \cdot 1^2 - 7 \cdot 1^2 = 4 - 7 = -3)$, ולכן ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (3): $16a^2 + 49b^2 + 56ab$. נציב את המספרים שבחרנו, ונמצא כי ערך הביטוי הוא 121 $(16 \cdot 1^2 + 49 \cdot 1^2 + 56 \cdot 1 \cdot 1 = 16 + 49 + 56 = 121)$, ולכן ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (4): $14b^2$. נציב את המספרים שבחרנו, ונמצא כי ערך הביטוי הוא 14 $(14 \cdot 1^2 = 14)$, ולכן ניתן לפסול תשובה זו.

מכיוון שפסלנו את תשובות (2), (3) ו-(4), הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה (1).

תשובה (1).

$$8. \text{ השאלה: } \frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9} = ? \quad (x \neq -3)$$

פתרון: דרך א': אלגברה

על מנת לצמצם את הביטוי נשתמש בנוסחאות הכפל המקוצר. הביטוי שבמונה ניתן לפישוט בעזרת נוסחת הכפל המקוצר השלישית ל- $(x-3)(x+3)$ ואילו הביטוי שבמכנה שווה על פי נוסחת הכפל המקוצר הראשונה ל- $(x+3)^2$.

$$\cdot \frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)^2}$$

$$\cdot \frac{x-3}{x+3} \text{ נצמצם את המונה והמכנה ב- } (x+3), \text{ ונקבל: } \frac{x-3}{x+3}$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

$$\left(\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9} = \frac{1^2 - 9}{1^2 + 6 \cdot 1 + 9} = \frac{1 - 9}{1 + 6 + 9} = \frac{-8}{16} = -\frac{1}{2} \right) \text{ נציב כי } x = 1, \text{ ונקבל כי ערך הביטוי הוא } -\frac{1}{2}$$

תשובות (1), (2) ו-(4) נפסלות, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (3).

תשובה (3)

$$9. \text{ השאלה: } \frac{x-1}{\frac{1}{x}-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{x}\right) = ? \quad (x \neq 0; x \neq 1)$$

פתרון: דרך א': אלגברה

נשים לב שהביטוי מכיל שני ביטויים נגדיים: $\frac{1}{x} - 1 = -\left(1 - \frac{1}{x}\right)$, נשתמש בעובדה זו על מנת לצמצם

$$\text{ביטויים אלו: } \frac{x-1}{-\left(1 - \frac{1}{x}\right)} \cdot \left(1 - \frac{1}{x}\right) = \frac{x-1}{-1} = -(x-1) = 1-x$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

$$\left[\frac{x-1}{\frac{1}{x}-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{x}\right) = \frac{2-1}{\frac{1}{2}-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{-1} = -1 \right] \text{ נציב למשל כי } x = 2, \text{ ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא } (-1)$$

כעת נציב ערך זה של x בתשובות:

תשובה (1): $\frac{x-1}{x^2}$. כאשר מציבים כי x שווה ל-2 ערך הביטוי שבתשובה הוא $\frac{1}{4}$, ומכאן שתשובה זו נפסלת

$$\cdot \left(\frac{x-1}{x^2} = \frac{2-1}{2^2} = \frac{1}{4} = \right)$$

תשובה (2): $1-x$. כאשר נציב כי $x = 2$, נמצא כי ערך התשובה הוא (-1) , ומכאן שלא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה $(1-x = 1-2 = -1)$.

תשובה (3): $\frac{1-x}{x}$. כאשר נציב כי $x = 2$, נמצא כי ערך התשובה הוא $-\frac{1}{2}$, ומכאן שתשובה זו נפסלת

$$\left(\frac{1-x}{x} = \frac{1-2}{2} = \frac{-1}{2} = \right)$$

תשובה (4): $(x-1)^2$. כאשר נציב כי $x = 2$, נמצא כי ערך התשובה הוא 1, ומכאן שתשובה זו נפסלת

$$\left[(x-1)^2 = (2-1)^2 = 1^2 = \right]$$

תשובה (2).

10. השאלה: נתון: $a^4 = 2,401$

$$(a^3 - a^2 + a - 1)(a + 1) = ?$$

פתרון: נפתח את הסוגריים בביטוי המבוקש ונקבל:

$$(a^3 - a^2 + a - 1)(a + 1) = (a^4 - a^3 + a^2 - a) + (a^3 - a^2 + a - 1) = a^4 - 1$$

מכיוון שנתון בשאלה מה ערכו של a^4 , הרי שעלינו להציב ערך זה בביטוי המבוקש, ולקבל כי ערך הביטוי הוא $2,400 (2,401 - 1 =)$.

תשובה (1).

11. השאלה: $(3x^2 - y + 5) - (x^2 - y - 1) = ?$

פתרון: נפשט את הביטוי באמצעות פתיחת הסוגריים, ונקבל: $3x^2 - y + 5 - x^2 + y + 1 = 2x^2 + 6$

תשובה (3).

12. השאלה: $\frac{(2a+6)^2}{2a^2} = ?$ ($a \neq 0$)

פתרון: דרך א': אלגברה

$$\frac{(2a+6)^2}{2a^2} = \frac{4a^2 + 36 + 24a}{2a^2}$$

$$\frac{4a^2}{2a^2} + \frac{36}{2a^2} + \frac{24a}{2a^2} = 2 + \frac{18}{a^2} + \frac{12}{a}$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

$$\left[\frac{(2a+6)^2}{2a^2} = \left[\frac{(2+6)^2}{2 \cdot 1^2} = \frac{8^2}{2} = \right] \right] 32$$

נציב למשל כי $a = 1$, ונמצא כי ערך הביטוי הוא 32. נמצא כי תשובות (1), (3) ו-(4) נפסלות, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (2).

תשובה (2).

13. השאלה: נתון: $a = a^2 - b^2$

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b} = ?$$

פתרון: נפשט את הביטוי באמצעות מכנה משותף:

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b} = \frac{a-b+a+b}{(a+b)(a-b)} = \frac{2a}{(a+b)(a-b)} = \frac{2a}{a^2-b^2}$$

זכור שנתון כי $a = a^2 - b^2$, ונציב זאת במכנה. נקבל: $\frac{2a}{a} = 2$.

תשובה (2).

14. השאלה: $(x \neq \pm 2) \frac{x^4 - 8x^2 + 16}{(x+2)(x-2)} = ?$

פתרון: דרג א': אלגברה

$$. x^4 - 8x^2 + 16 = (x^2)^2 - 2 \cdot 4 \cdot x^2 + 4^2 = (x^2 - 4)^2$$

את הביטוי שבמכנה נפשט באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית: $(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

$$\frac{(x^2 - 4)^2}{x^2 - 4} = x^2 - 4$$

דרג ב': הצבת דוגמה מספרית

$$\left[\frac{x^4 - 8x^2 + 16}{(x+2)(x-2)} = \frac{1^4 - 8 \cdot 1^2 + 16}{(1+2)(1-2)} = \frac{1-8+16}{3 \cdot (-1)} = \frac{9}{-3} = -3 \right]$$

נציב בביטוי כי $x = 1$, ונקבל כי ערכו הוא (-3)

כעת נציב ערך זה בתשובות, ונקבל כי תשובות (2), (3) ו-(4) נפסלות.

תשובה (1).

15. השאלה: $x(x+a)(x-a) - x^3 = ?$

פתרון: דרג א': אלגברה

נפתח את הביטוי באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית, ונקבל:

$$x(x+a)(x-a) - x^3 = x(x^2 - a^2) - x^3 = x^3 - xa^2 - x^3 = -xa^2$$

דרג ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $x = 1$ ו- $a = 2$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא (-4)

$$\left[x(x+a)(x-a) - x^3 = 1 \cdot (1+2)(1-2) - 1^3 = 1 \cdot 3 \cdot (-1) - 1 = -3 - 1 = -4 \right]$$

כעת נציב ערכים אלו בתשובות, ונקבל כי תשובות (2), (3) ו-(4) נפסלות.

תשובה (1).

$$16. \text{ השאלה: } \frac{x^2 - 4}{x(x+2) - 2(x+2)} = ? \quad (x \neq \pm 2)$$

פתרון: דרך א': אלגברה:

$$\text{ניתן לפשט את המונה באמצעות נוסחת הכפל המקוצר: } x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

ניתן לפשט את המכנה באמצעות אחת משתי דרכים:

$$(א) \text{ נפתח את הסוגריים, ונקבל: } x(x+2) - 2(x+2) = x^2 + 2x - 2x - 4 = x^2 - 4$$

$$(ב) \text{ נוציא גורם משותף: } (x+2), \text{ ונקבל: } x(x+2) - 2(x+2) = (x+2) \cdot (x-2)$$

נתבונן על השבר שקיבלנו: $\frac{(x+2) \cdot (x-2)}{(x+2) \cdot (x-2)}$, מכיוון שקיבלנו כי ערכו של המונה שווה לערכו של המכנה, הרי

שערכו של השבר הוא 1.

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $x = 1$ בביטוי, ונקבל:

$$\frac{x^2 - 4}{x(x+2) - 2(x+2)} = \frac{1^2 - 4}{1(1+2) - 2(1+2)} = \frac{1 - 4}{1 \cdot 3 - 2 \cdot 3} = \frac{-3}{3 - 6} = \frac{-3}{-3} = 1$$

כעת נציב $x = 1$ בתשובות, ונפסול את תשובות (2), (3) ו-(4).

תשובה (1).

$$17. \text{ השאלה: נתון: } a - b \neq 4$$

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2 - 16}{a - b - 4} = ?$$

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נציב מספרים במקום a ו- b , כך שההפרש ביניהם יהיה שונה מ-4, במטרה לפסול 3 תשובות.

נציב למשל $a = 2$ ו- $b = 1$, ונקבל:

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2 - 16}{a - b - 4} = \frac{2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 + 1^2 - 16}{2 - 1 - 4} = \frac{4 - 4 + 1 - 16}{-3} = \frac{-15}{-3} = 5$$

מצאנו שערך הביטוי הוא 5, כעת יש להציב את אותם ערכים בתשובות ולפסול תשובות שאינן תואמות את

הערך שקיבלנו:

תשובה (1): $a - b + 1$. נציב $a = 2$ ו- $b = 1$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא $2 (= 2 - 1 + 1)$. מכיוון שערכה של

התשובה אינו זהה לערך הביטוי שקיבלנו, תשובה זו נפסלת.

תשובה (2): $a - b + 4$. נציב $a = 2$ ו- $b = 1$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא $5 (= 2 - 1 + 4)$. מכיוון שערכה של

התשובה זהה לערך הביטוי שקיבלנו, תשובה זו אינה נפסלת.

תשובה (3): $a + b - 4$. נציב $a = 2$ ו- $b = 1$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא $-1 (= 2 + 1 - 4)$. מכיוון שערכה של

התשובה אינו זהה לערך הביטוי שקיבלנו, תשובה זו נפסלת.

תשובה (4): $a + b - 1$. נציב $a = 2$ ו- $b = 1$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא $2 (= 2 + 1 - 1)$. מכיוון שערכה של

התשובה אינו זהה לערך הביטוי שקיבלנו, תשובה זו נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, אין צורך לבצע הצבה נוספת, וניתן לסמן את תשובה (2) כתשובה הנכונה.

דרך ב': אלגברה- פישוט הביטוי

נתמקד במונה הביטוי הנתון: ניתן לזהות כי חלקו הראשון של המונה מורכב מנוסחת הכפל השנייה, לכן נשתמש בנוסחת הכפל המקוצר השנייה על מנת ליצור סוגריים מהביטוי:

$$(a-b)^2 - 16 = (a-b)^2 - 4^2 : 4^2 \text{ כ-} 16 \text{ נתן גם לכתוב את } a^2 - 2ab + b^2 - 16 = (a-b)^2 - 16$$

כעת, ניתן לזהות כי המבנה של הביטוי זהה לנוסחת הכפל המקוצר השלישית: $x^2 - y^2$.

כאשר האיבר הראשון הוא $(a-b)$ והאיבר השני הוא 4.

על פי נוסחת הכפל המקוצר השלישית ניתן לכתוב את הביטוי הנתון גם:

$$(a-b)^2 - 4^2 = (a-b+4) \cdot (a-b-4)$$

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2 - 16}{a-b-4} = \frac{(a-b+4)(a-b-4)}{(a-b-4)} = a-b+4 : \text{כעת, נציב בביטוי המקורי את המונה לאחר הפישוט:}$$

לאחר שפישטנו את הביטוי, הוא מופיע בתשובה (2) ולכן היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).

18. השאלה: לכל שני מספרים x ו- y הוגדרה הפעולה הבאה: $\$(x, y) = (x+y)^2 - (x-y)^2$

$$\$(3, a) = ?$$

פתרון: אלגברה – פישוט הביטוי

נפשט את הביטוי הנתון על ידי הצבת הערכים של הביטוי ששאלו אותנו עליו בפעולת ה-\$, ונפתור לפי נוסחאות הכפל המקוצר:

$$\$(3, a) = (3+a)^2 - (3-y)^2$$

כעת נפשט את הביטוי לפי נוסחאות הכפל המקוצר:

$$(3+a)^2 - (3-a)^2 = 9 + 6a + a^2 - (9 - 6a + a^2) = 9 + 6a + a^2 - 9 + 6a - a^2 = 12a$$

מצאנו כי ערך הביטוי הוא $12a$, ולפיכך תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).

19. השאלה: $\frac{(22,599)^2 - 1}{11,300} = ?$

פתרון: נוסחאות הכפל המקוצר

מכיוון שמדובר במספרים גדולים במיוחד, ברור שאיננו אמורים לחשב את ערכו של המונה אלא לנסות לפשט את הביטוי שנמצא בו בדרך כלשהי שתאפשר לצמצם אותו עם המונה.

באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית ניתן לפשט את מונה הביטוי: $(22,599)^2 - 1^2$, לצורה של המכפלה הבאה: $(22,599 - 1)(22,599 + 1)$ אשר שווה ל- $22,598 \cdot 22,600$.

$$\left(\frac{22,598 \cdot 22,600}{11,300} \right) = 22,598 \cdot 2 : \text{כעת נמצא את מונה ומכנה השבר ב-} 11,300, \text{ ונקבל את הביטוי:}$$

בשלב זה מומלץ להביט בתשובות ובאמצעות כלל הספרה האחרונה + הערכת סדר גודל, לקבוע (ללא חישוב) כי התשובה הנכונה היא תשובה (2), אשר לפיה ערך הביטוי הוא 45,196.

תשובה (2).

20. השאלה: $\frac{2x^2 - 2y^2}{(x+y)(x-y)} = ?$ ($x \neq y, x \neq -y$)

פתרון: דרג א': אלגברה

נוציא גורם משותף במונה ונקבל: $\frac{2x^2 - 2y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{2(x^2 - y^2)}{(x+y)(x-y)}$

כעת נפשט את הביטוי שהתקבל במונה לפי נוסחת הכפל המקוצר השלישית:

$$\frac{2(x^2 - y^2)}{(x+y)(x-y)} = \frac{2(x+y)(x-y)}{(x+y)(x-y)} = 2$$

דרג ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $x = 2$ ו- $y = 1$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא 2

$$\left[\frac{2x^2 - 2y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{2 \cdot 2^2 - 2 \cdot 1^2}{(2+1) \cdot (2-1)} = \frac{2 \cdot 4 - 2 \cdot 1}{3 \cdot 1} = \frac{8 - 2}{3} = \frac{6}{3} = 2 \right]$$

נציב $x = 2$ ו- $y = 1$ בתשובות המוצעות, ונמצא כי תשובות (1), (3) ו-(4) נפסלות.

תשובה (2).