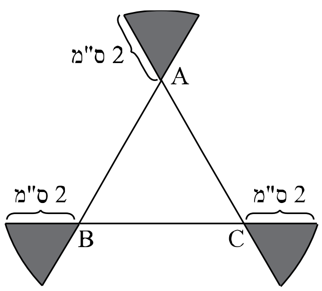
מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(3)	(1)	(4)	(3)	(2)	(3)	(3)	(1)	(2)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(3)	(1)	(4)	(4)	(2)	(2)	(4)	(1)	(2)

שאלה	21	22	23	24	25	26	27
תשובה	(2)	(2)	(4)	(4)	(4)	(1)	(2)

הסברים



.1 **השאלה**: צלעותיו של משולש שווה-צלעות ABC הוארכו ב-2 ס״מ (ראו סרטוט).

השטחים הכהים הם גזרות מעגלים שמרכזיהם קודקודי המשולש.

מה סכום השטחים הכהים (בסמ״ר)?

פתרון: הגזרות הכהות שבסרטוט נוצרו על ידי הארכת צלעות המשולש, כלומר הזוויות המרכזיות היוצרות את הגזרות הן זוויות קודקודיות לזוויות המשולש. מכיוון שהמדובר במשולש שווה צלעות שזוויותיו הפנימיות

שוות ל-60^o, הרי שגם הזוויות המרכזיות היוצרות את הגזרות שוות ל-60^o.

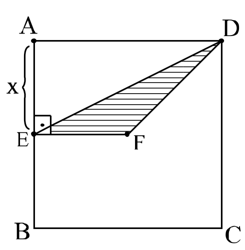
השטח הכהה מורכב מ-3 גזרות שאורך רדיוסן הוא 2 ס״מ ואשר הזווית המרכזית היוצרת כל אחת מהן שווה ל-60^o.

אם נחבר את 3 הגזרות ביחד נקבל זווית מרכזית השווה ל-180^o.

שטח מעגל שאורך רדיוסו הוא 2 ס״מ שווה ל-4π סמ״ר.

שטח גזרה במעגל כזה שגודל הזווית המרכזית שלה שווה ל-180^o, הוא 2π $\left(\frac{180°}{360°}\cdot 4\pi = \right)$.

תשובה (2).



.2 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ריבוע ABCD.

נתון: $AE = BE = EF = x$.

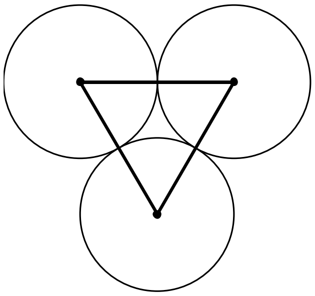
מה שטחו של המשולש המושחר (בסמ״ר)?

פתרון: נוסחת החישוב לשטח כל משולש, וכך גם כמובן גם לגבי שטח המשולש המושחר בסרטוט, שווה $\text{שטח} = \frac{\text{צלע} \cdot \text{הגובה לצלע}}{2}$

נתון כי $AE = EF = x$. אורכה של צלע המשולש, EF, הוא x,

ואורך הגובה לצלע זו אף הוא שווה ל-x. שטח המשולש הוא $\frac{x^2}{2}$ $\left(= \frac{x \cdot x}{2}\right)$.

תשובה (3).

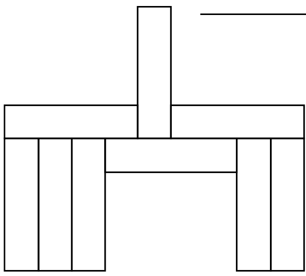


3. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם חיברו את מרכזיהם של 3 מעגלים חופפים ומשיקים שאורך רדיוסם 1 ס״מ (ראו סרטוט).

מה אורך הקו המודגש (בס״מ)?

פתרון: כתוצאה מחיבור מרכזיהם של 3 מעגלים חופפים המשיקים זה לזה נקבל שלוש צלעות השוות כל אחת ל-2R, ומכאן שהמשולש שנוצר הוא משולש שווה צלעות שאורך כל אחת מצלעותיו היא 2 ס״מ, ובסך הכול אורך הקו המודגש שווה ל-6 ס״מ $(3 \cdot 2 =)$.

תשובה (1).



4. **השאלה**: הצורה שלפניכם מורכבת מ-9 מלבנים חופפים.
רוחבו של כל מלבן הוא 1 ס״מ.

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,

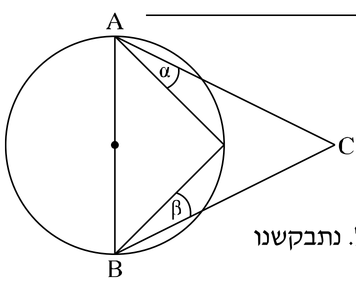
מה אורכו של כל מלבן (בס״מ)?

פתרון: על פי הנתון רוחבו של כל מלבן הוא 1 ס״מ, על מנת למצוא את אורך המלבנים שבסרטוט עלינו למצוא את הקשר בין האורך לרוחב המלבנים שבסרטוט.

בחלקו העליון של הסרטוט ישנם 2 מלבנים לאורך ומלבן אחד לרוחב אשר אורכם הכולל שווה למלבנים שבחלקו התחתון של הסרטוט: 5 מלבנים לרוחב ומלבן אחד לאורך.
רוחב כל מלבן כזכור הוא 1 ס״מ, נסמן את אורך המלבן ב-x, ונבנה משוואה: $2x + 1 = 5 + x$.

נחסר x ו-1 משני האגפים, ונקבל: $x = 4$.

תשובה (4).



5. **השאלה**: משולש ABC הוא שווה צלעות.
AB מיתר העובר דרך מרכז המעגל.

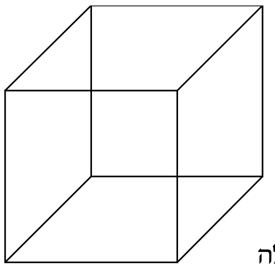
$\alpha + \beta = ?$

פתרון: בסרטוט שלפנינו 3 צורות: מעגל ושני משולשים: משולש ABC, שהוא משולש שווה צלעות, ומשולש פנימי בתוך המעגל שאחת מצלעותיו היא קוטר המעגל. נתבקשנו למצוא את סכומן של
זוויות α ו-β, שהן חלק מזוויותיו הפנימיות של משולש ABC.

נסמן את קודקוד המשולש החסום במעגל ב-D.
למשולש ADB ולמשולש ABC שתי זוויות משותפות, זוויות הבסיס של משולש ADB.
משולש ADB חסום במעגל ויש לו צלע משותפת עם ׳קו של המעגל׳ - הקוטר AB.
זווית היקפית על קוטר שווה ל-90°, ומכאן שזווית ADB שווה ל-90°.
נסמן את זוויות הבסיס של משולש ADB ב-γ ו-δ. סכום זוויות פנימיות בכל משולש שווה ל-180°.
מכיוון שזווית הראש של משולש ADB שווה ל-90°, הרי ש- $\gamma + \delta = 90°$ $(180° - 90° =)$.

על פי נתוני השאלה, משולש ABC, הוא משולש שווה צלעות. סכום זוויות הבסיס של משולש זה: זוויות CAB ו-CBA שווה ל-120°. זוויות אלו מורכבות מ-4 הזוויות: α, β, γ ו-δ. מכיוון שסכום זוויות γ ו-δ הוא 90°, הרי ש: $\alpha + \beta = 30°$.

תשובה (3).

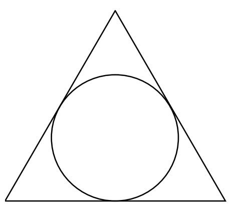


6. **השאלה**: נתונה קוביה שנפחה 64 סמ״ק.

מהו המספר ה**מקסימלי** של כדורים שרדיוסם 1 ס״מ אשר ניתן להכניס לקוביה שבסרטוט?

פתרון: נפח הקוביה הנתונה בסרטוט הוא 64 סמ״ק.
אורכה של צלע הקוביה הוא 4 ס״מ $\left(x = 4 \leftarrow x^3 = 64\right)$.
אורכו, רוחבו וגובהו של כדור 'נקבע' לפי קוטרו. מכיוון שאורך רדיוסו של כל כדור בשאלה הוא 1 ס״מ הרי שאורך הקוטר שלו הוא 2 ס״מ.
נבחן כמה כדורים ניתן להכניס מבחינת כל אחד ממימדי הקוביה:
מכיוון שאורכה ורוחבה של הקוביה הוא 4 ס״מ וקוטר כל כדור הוא 2 ס״מ, הרי שבבסיס הקוביה ניתן להניח 2 כדורים לאורך ו-2 כדורים לרוחב ובסך הכל 4 כדורים (ציירו ריבוע שאורך צלעו 4 ס״מ ונסו להכניס מעגלים שאורך קוטרם 2 ס״מ, על מנת לקבל המחשה ויזואלית טובה יותר).
מצאנו כי ניתן להכניס 4 כדורים כאלו אשר גובהם 2 ס״מ, מכיוון ש'גובה' הקוביה הוא 4 ס״מ, ניתן להכניס 4 כדורים נוספים במעין קומה שניה, ובסך הכול 8 כדורים.

תשובה (2).



7. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שרדיוסו 1 ס״מ החסום במשולש שווה-צלעות.

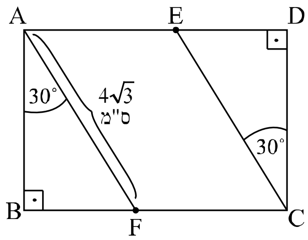
מה שטח המשולש (בסמ״ר)?

פתרון: רדיוס המעגל החסום במשולש הוא 1 ס״מ, ונתבקשנו למצוא את שטח המשולש שווה הצלעות החוסם את המעגל. על מנת למצוא שטח משולש שווה צלעות יש למצוא את אורך צלעו של המשולש.

צלעות המשולש הן משיקים למעגל. נסמן את מרכז המעגל ב-A, נוריד רדיוס ממרכז המעגל לבסיס המשולש ונסמן נקודה זו ב-B. נחבר רדיוס
לאחד מקודקודי הבסיס, ונסמן קודקוד זה ב-C.
נתבונן במשולש שקיבלנו, משולש ABC:
רדיוס למשיק יוצר זווית בת $90°$ עם המשיק, ומכאן שהמשולש שקיבלנו הוא משולש ישר זווית.
מרכז המעגל החסום במשולש שווה צלעות הוא נקודת מפגש חוצי הזוויות, כלומר הצלע AC חוצה את הזווית הפנימית של המשולש שווה הצלעות, והמשולש שלפנינו הוא משולש זהב, אשר הניצב הקטן (שמול הזווית בת ה-$30°$) הוא רדיוס המעגל אשר אורכו 1 ס״מ.
אורך הניצב הגדול, הצלע שמול ה-$60°$, הצלע BC, גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הניצב הקטן, כלומר אורכו הוא $\sqrt{3}$.
ניצב זה מהווה מחצית מצלע המשולש, כלומר אורכה של צלע המשולש שווה ל- $2\sqrt{3}$.
שטח משולש שווה צלעות הוא $\frac{(\text{צלע})^2\sqrt{3}}{4}$, ומכאן ששטח המשולש הוא $3\sqrt{3}$ סמ״ר $\left(\frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2\cdot\sqrt{3}}{4}=\right)$.

תשובה (3).

.8 **השאלה**: מעויין AFCE החסום במלבן ABCD.



על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

מה שטח המעוין (בסמ״ר)?

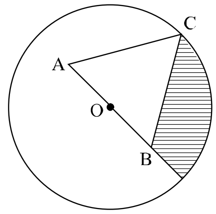
פתרון: בסרטוט שלפנינו מעוין החסום במלבן.
שטח מעוין שווה לצלע כפול הגובה לצלע.
אורכה של אחת מצלעות המעוין AF נתונה בסרטוט, וגובה המעוין שווה לצלע המלבן, הצלע AB.
נתבונן במשולש ישר הזווית ABF. משולש ABF הוא משולש ישר זווית
אשר אחת מזוויותיו שווה ל-30°, כלומר משולש זהב.
אורך יתר המשולש שווה ל- $4\sqrt{3}$, אורכו של הניצב הקטן, הצלע BF, שווה למחצית מאורכו של היתר AF,
כלומר ל- $2\sqrt{3}$.

אורך הניצב הגדול, הצלע AB, גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הניצב הקטן, ומכאן שאורכו של הניצב הגדול הוא 6 ס״מ
. $\left(2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=\right)$

מכיוון ששטח המעוין הוא צלע כפול הגובה לצלע, שטח המעוין שבסרטוט שווה ל- $24\sqrt{3}$ סמ״ר
. $\left(4\sqrt{3}\cdot 6=\right)$

תשובה (3).

.9 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש שווה-צלעות ABC
הנמצא בתוך מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו 3 ס״מ.
. AO = BO



מה גודל השטח המושחר (בסמ״ר)?

פתרון: משולש ABC הוא משולש שווה צלעות שאורך רדיוסו הוא 3 ס״מ.
נחבר את נקודה O, מרכז המעגל, לנקודה C.
השטח המושחר בסרטוט שווה לשטח הגזרה שיצרנו, פחות שטח המשולש ה'לבן' OCB.
על פי נתוני השאלה AO = BO , כלומר ישר OC הוא תיכון. במשולש שווה צלעות תיכון הוא גם גובה וגם
חוצה זווית, ומכאן שזווית COB שווה ל-90° (OC הוא גובה) וזווית OCB שווה ל-30° (OC חוצה זווית).
אורכו של רדיוס המעגל הוא 3 ס״מ, ומכאן שטח המעגל הוא 9π $\left(3^2\pi=\right)$.

הזווית המרכזית COB שווה ל-90°, ומכאן ששטח הגזרה שנוצרה על ידי זווית זו שווה ל- $\frac{9\pi}{4}$.

השטח המושחר שווה לשטח הגזרה פחות שטח משולש COB.
נחשב את שטח משולש COB: אורכה של הצלע OC, הניצב הגדול במשולש, השווה לרדיוס המעגל הוא 3
ס״מ, ומכאן שאורך הניצב הקטן, הצלע OB, שווה ל- $\sqrt{3}$ $\left(\frac{3}{\sqrt{3}}=\right)$.

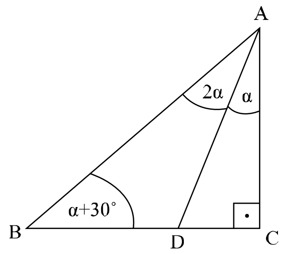
שטח משולש COB שווה ל- $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ $\left(\text{שטח משולש ישר זווית} = \frac{\text{מכפלת ניצבים}}{2}\right)$

השטח המושחר שווה ל- $\frac{9\pi}{4}-\frac{3\sqrt{3}}{2}$

תשובה (1).

---

10. **השאלה**: על פי הנתונים בסרטוט שלפניכם,



$\alpha = ?$

פתרון: סכום זוויות בכל משולש הוא $180°$:

$2\alpha + \alpha + 90° + \alpha + 30° = 180°$.

$4\alpha + 120° = 180°$.

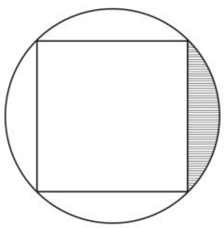
$4\alpha = 60°$

$\alpha = 15°$

תשובה (2).

---

11. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ריבוע החסום במעגל שרדיוסו 1 ס״מ.



על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

מה גודל השטח הכהה (בסמ״ר)?

פתרון:

כאשר ריבוע חסום במעגל הרי שמשיקולי סימטריה נוצרים 4 שטחים שווים הכלואים בין הריבוע למעגל.

אם נחסר משטח המעגל את שטח הריבוע ונקבל את סך כול השטח הכלוא בין המעגל לריבוע.

שטח המעגל שווה ל-π $\left(r^2\pi = 1^2\pi =\right)$.

כאשר ריבוע חסום במעגל אלכסון הריבוע שווה לקוטר המעגל, כלומר ל-$2r$ או במקרה שלפנינו ל-2 ס״מ.

צלע הריבוע קטנה פי $\sqrt{2}$ מצלע הריבוע, כלומר שווה ל- $\sqrt{2}$ $\left(\frac{2}{\sqrt{2}} =\right)$.

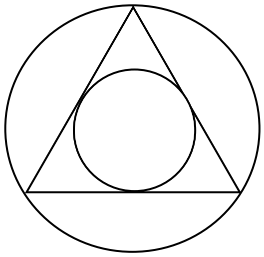
שטח הריבוע שווה ל-2 סמ״ר $\left(\left(\sqrt{2}\right)^2 =\right)$.

סך כול השטח הכלוא בין המעגל לריבוע שווה ל- $\pi - 2$.

השטח המושחר השווה לרבע מסך כול השטח הכלוא בין המעגל לריבוע שווה ל- $\frac{\pi - 2}{4}$.

תשובה (2).

12. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש שווה צלעות החוסם מעגל קטן וחסום במעגל גדול.
שני המעגלים בעלי מרכז משותף.



על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

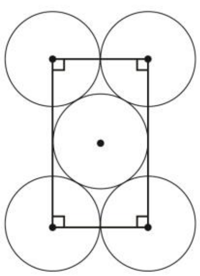
מה היחס בין שטח המעגל הקטן לשטח המעגל הגדול?

פתרון: על מנת למצוא את היחס בין שטח המעגל הגדול לשטח המעגל הקטן,
עלינו למצוא את היחס בין אורכי הרדיוסים של שני המעגלים.
"הצורה המשותפת" לשני המעגלים היא המשולש שווה הצלעות
אשר המעגל הגדול חוסם אותו והמעגל הקטן חסום בתוכו.
לפיכך נבחן מה אורך צלע המשולש שווה הצלעות.
מכיוון שהמעגל הקטן חסום במשולש שווה הצלעות. נוריד רדיוס ממרכז המעגל לשתי צלעות סמוכות של המשולש, המהוות משיקים למעגל, ולקודקוד המשולש שבין שוקיים אלו.
מכיוון שאורכם של שני הרדיוסים בהכרח שווה וכן אורכי המשיקים היוצאים מאותה נקודה שווים זה לזה, קיבלנו דלתון אשר זווית הראש שלו שווה ל-$60°$.
האלכסון המחבר את מרכז המעגל לקודקוד המשולש מחלק את הדלתון לשני משולשי זהב.
בכל אחד ממשולשי הזהב אורכו של הניצב הקטן הוא רדיוס המעגל הקטן, ואורך היתר שלו שווה לרדיוס מעגל הגדול. מכיוון שבמשולש זהב אורך היתר גדול פי 2 מאורך הניצב הקטן, הרי שמצאנו כי רדיוס המעגל הגדול שווה לפעמיים אורכו של רדיוס המעגל הקטן.
יחס השטחים בין שתי צורות משוכללות מאותו סוג שווה לריבוע היחס הקווי ביניהן, כלומר שטח המעגל הגדול, גדול פי 4 משטח המעגל הקטן $\left(= (1:2)^2\right)$.

תשובה (3).

---

13. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם 5 מעגלים חופפים ומשיקים זה לזה בעלי רדיוס R.
חיברו את מרכזי ארבעת המעגלים החיצוניים כך שנוצר מלבן.



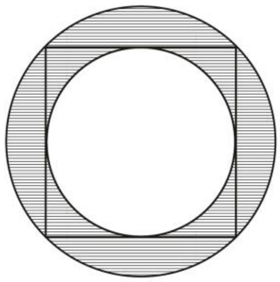
על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

מהו שטח המלבן?

פתרון: שטח מלבן שווה למכפלת אורך המלבן ברוחב המלבן.
רוחב המלבן שווה לקו המחבר בין מרכזם של שני מעגלים סמוכים, כלומר לאורכם של שני רדיוסים, שווה ל-2R.
על מנת למצוא את אורך המלבן נעביר אלכסון במלבן.
קיבלנו משולש ישר זווית אשר אורך אחד מניצביו הוא 2R ואורך היתר שלו, אלכסון המלבן, שווה ל-4R.
משולש ישר זווית אשר אורך היתר שלו גדול פי 2 מאורך אחד מניצביו הוא משולש זהב. מכאן שאורך הניצב הגדול שלו, אורך המלבן, גדול פי $\sqrt{3}$ מן הניצב הקטן, כלומר שווה ל- $2R\sqrt{3}$.
שטח המלבן שווה ל- $4R^2\sqrt{3}$ $\left(2R \cdot 2R\sqrt{3}\right)$.

תשובה (1).

.14 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ריבוע שאורך צלעו a ס״מ.
הריבוע חסום במעגל הגדול וחוסם את המעגל הקטן (ראו סרטוט).



על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

מה גודלו של השטח המקווקו (בסמ״ר)?

פתרון: השטח המקווקו הוא טבעת אשר כלואה בין שני המעגלים, המעגל הגדול והמעגל הקטן, ומכאן ששטחה שווה לשטח המעגל הגדול פחות שטח המעגל הקטן.
כאשר מעגל חוסם ריבוע, אלכסון הריבוע שווה לקוטר המעגל.
נתון כי אורך צלע הריבוע הוא a ס״מ, ומכאן שאורכו של אלכסון הריבוע הגדול פי $\sqrt{2}$ מצלע הריבוע, שווה ל- $a\sqrt{2}$.

אם אורכו של קוטר המעגל הגדול שווה ל- $a\sqrt{2}$, הרי שאורכו של רדיוס המעגל הגדול הוא $\frac{a\sqrt{2}}{2}$, ושטח המעגל הגדול הוא $\frac{a^2\pi}{2}$ $\left(\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2\pi =\right)$.

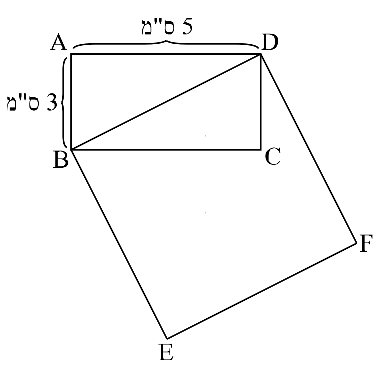
כאשר מעגל חסום בריבוע, אורכה של צלע הריבוע שווה לאורכו של קוטר המעגל. ומכאן שאורכו של קוטר המעגל הקטן הוא a ס״מ ואורך רדיוס המעגל הקטן הוא $\frac{a}{2}$.

שטח המעגל הקטן הוא $\frac{a^2\pi}{4}$ $\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2\pi =\right)$.

שטח הטבעת שווה להפרש בין שטח המעגל הגדול לשטח המעגל הקטן, כלומר ל- $\frac{a^2\pi}{4}$ $\left(\frac{a^2\pi}{2}-\frac{a^2\pi}{4}=\right)$.

תשובה (4).

.15 **השאלה**: על אלכסונו של מלבן ABCD נבנה ריבוע.



על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

מה שטחו של ריבוע BEFD (בסמ״ר)?

פתרון: אלכסון המלבן מהווה צלע הריבוע שבסרטוט.

על מנת למצוא את שטחו של ריבוע BEFD עלינו לחשב את אורכו של אלכסון המלבן. אלכסון המלבן הוא יתר משולש ישר זווית אשר אורך ניצביו 3 ו-5 ס״מ.
נחשב את האלכסון באמצעות משפט פיתגורס:

$$3^2+5^2=BD^2$$

$$9+25=BD^2 \Leftarrow 34=BD^2 \Leftarrow \sqrt{34}=BD$$

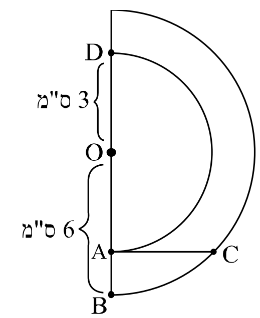
שטח הריבוע שווה ל- $(\text{צלע})^2$, שטח הריבוע שווה ל-34 סמ״ר $\left[\left(\sqrt{34}\right)^2=\right]$

תשובה (4).

.16 **השאלה** : הנקודה O היא מרכז שני חצאי המעגלים שבסרטוט.
ישר AC משיק למעגל הקטן בנקודה A.

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,

מה אורכו של AC (בס״מ)?

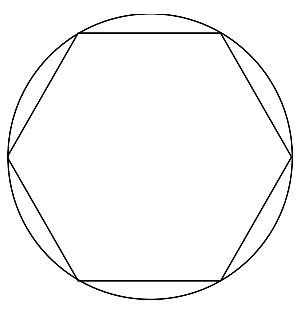


פתרון : נתבקשנו למצוא את אורכו של ישר AC המשיק למעגל הקטן.
נחבר את נקודה O מרכז שני חצאי המעגלים שבסרטוט לנקודה C.
מכיוון ש-AC משיק למעגל הקטן, הרדיוס לנקודת ההשקה, כלומר OA יוצר זווית של $90°$ עם המשיק.
קיבלנו משולש ישר זווית OAC $(\angle OAC = 90°)$ אשר אורך ניצבו OA, המהווה רדיוס במעגל הקטן, שווה ל-3 ס״מ, ואורך היתר OC, אשר הוא רדיוס המעגל הגדול, שווה ל-6 ס״מ. ניתן לחשב את אורכו של הניצב AC באמצעות משפט פיתגורס, אולם ניתן גם לזהות כי המדובר במשולש זהב (אחד הניצבים שווה למחצית היתר) וכי אורך הניצב AC גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הניצב הקטן, כלומר שווה ל- $3\sqrt{3}$ ס״מ.

תשובה (2).

.17 **השאלה** : בסרטוט שלפניכם משושה משוכלל שהיקפו 24 ס״מ החסום במעגל.

מה שטח המעגל (בסמ״ר)?



פתרון : היקף המשושה המשוכלל הנתון בסרטוט הוא 24 ס״מ, ומכאן שאורך כל אחת מצלעות המשושה המשוכלל שווה ל-4 ס״מ. $\left(= \frac{24}{6}\right)$

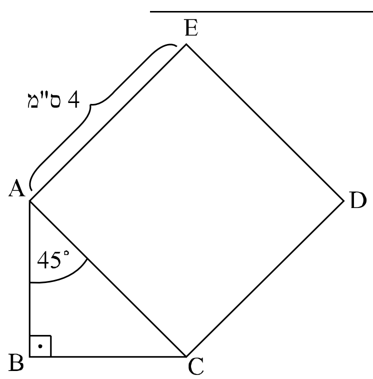
מכיוון שצלע המשושה המשוכלל שווה לרדיוס המעגל החוסם הרי ששטח המעגל החוסם את המשושה המשוכלל שווה ל- 16π $\left(= 4^2\pi\right)$.

תשובה (2).

.18 **השאלה** : נתון ACDE ריבוע.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

מה שטחו של משולש ABC (בסמ״ר)?



פתרון : משולש ABC הוא משולש ישר זווית שניצביו שווים זה לזה, משולש כסף. על מנת למצוא את שטח המשולש ABC עלינו למצוא את אורכי ניצביו.
אורכה של צלע הריבוע המהווה את יתר המשולש שווה ל-4 ס״מ,
ומכאן שאורך כל אחד מניצבי המשולש הוא $2\sqrt{2}$ ס״מ $\left(= \frac{4}{\sqrt{2}}\right)$.

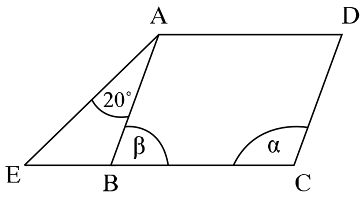
שטח משולש ABC הוא 4 סמ״ר $\left(= \frac{2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}}{2}\right)$.

תשובה (4).

.19 **השאלה**: נתון: מרובע ABCD הוא מקבילית.
. $AB = BE$

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,

$\alpha - \beta = ?$



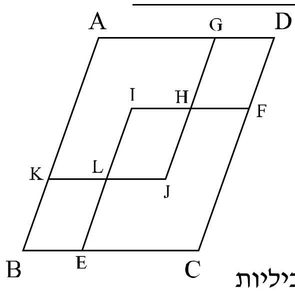
פתרון: ABCD היא מקבילית. נתבקשנו למצוא את גודלו של הביטוי $(\alpha - \beta)$.
נתון כי משולש ABE הוא משולש שווה שוקיים $AB = BE$, ולכן זווית AEB שווה אף היא ל-20^{o}.
זווית β היא זווית חיצונית למשולש ולכן שווה לסכום שתי הפנימיות שאינן צמודות לה, כלומר שווה ל-40^{o}.
סכום שתי זוויות סמוכות במקבילית שווה ל-180^{o}, ומכאן שזווית α שווה ל-140^{o}.
. $\alpha - \beta = 140° - 40° = 100°$

תשובה (1).

.20 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מקבילית ABCD שהיקפה 26 ס״מ,
אשר בתוכה הונחו 3 מקביליות (ראו סרטוט).

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,

מה סכום היקפי המקביליות הפנימיות (בס״מ)?



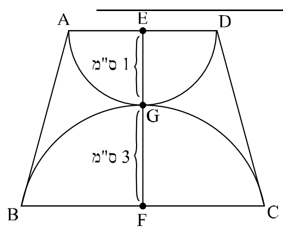
פתרון: על פי הנתון היקף המקבילית הגדולה הוא 26 ס״מ.
אם נתבונן במקביליות הקטנות: KBEL, ILJH ו-GHFD ניווכח לראות שסכום אורכי המקביליות $KL + IM + GD$ שווה לאורך המקבילית AD, וכי רוחב כל המקביליות $LE + HJ + DF$ שווה לרוחבה של המקבילית.
ניתן להסיק שסכום היקפי המקביליות הקטנות שווה להיקף המקבילית הגדולה, כלומר ל-26 ס״מ.

תשובה (2).

.21 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם EG ו-FG הם הרדיוסים של חצאי המעגלים שמרכזיהם E ו-F בהתאמה.

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,

מה שטח הטרפז (בסמ״ר)?



פתרון: שטח טרפז שווה ל- $\frac{\text{גובה} \cdot (\text{סכום בסיסים})}{2}$. בסיסי הטרפז הם ה<u>קטרים</u> של שני חצאי המעגלים שבסרטוט, ומכאן שאורך הבסיס התחתון הוא 6 ס״מ $(= 2 \cdot 3)$, ואורך הבסיס העליון הוא 2 ס״מ $(= 2 \cdot 1)$, וסכום אורכי הבסיסים הוא 8 ס״מ $(= 6 + 2)$.
גובה הטרפז שווה לסכום הרדיוסים של שני חצאי המעגלים שבסרטוט, כלומר ל-4 ס״מ $(= 3 + 1)$. שטח הטרפז שבסרטוט הוא 16 סמ״ר $\left(= \frac{8 \cdot 4}{2}\right)$.

תשובה (2).

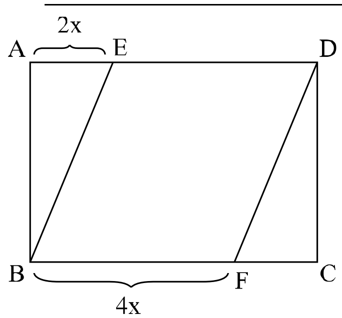
.22 **השאלה**: נתון דף נייר בצורת מלבן שאורך צלעותיו 8 ס״מ ו-6 ס״מ.
שלי מעוניינת לגזור מתוך דף זה ריבועים קטנים שאורך צלעם 2 ס״מ.

כמה ריבועים קטנים, לכל היותר, יכולה שלי לגזור?

פתרון: נתון דף נייר שאורך צלעותיו 8 ו-6 ס״מ.
על מנת לחשב כמה ריבועים קטנים שאורך צלעם 2 ס״מ ניתן לגזור ממנו, נבדוק כמה ריבועים ׳נכנסים׳ לרוחב הדף וכמה ׳נכנסים׳ לאורכו. בצלע שאורכה 8 ס״מ ניתן להכניס 4 ריבועים שאורך צלעם 2 ס״מ.
מכיוון שאורכה של הצלע השנייה של המלבן היא 6 ס״מ ניתן להכניס 3 שורות של 4 ריבועים, ובסך הכול 12 ריבועים $(4 \cdot 3 =)$.

תשובה (2).

.23 **השאלה**: מקבילית EBFD חסומה במלבן ABCD.



על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

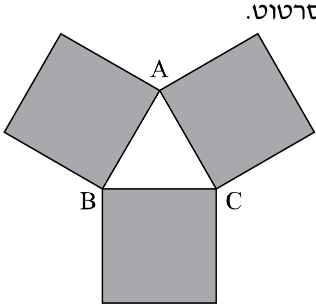
$$\frac{\text{שטח מקבילית EBFD}}{\text{שטח מלבן ABCD}} = ?$$

פתרון: נתבקשנו לחשב את היחס בין שטח המקבילית לשטח המלבן.
הצלע AB משמשת גם כגובה המקבילית וגם כגובהו של המלבן.
צלע המלבן שווה ל- $AE + DE$, מכיוון שצלעות נגדיות במקבילית שוות, הרי ש- $DE = 4x$ וצלע המלבן שווה ל-6x $(2x + 4x =)$.

$$\frac{\text{שטח מקבילית EBFD}}{\text{שטח מלבן ABCD}} = \frac{4x \cdot AB}{6x \cdot AB} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

תשובה (4).

.24 **השאלה**: על כל אחת מצלעותיו של משולש שווה-צלעות ABC נבנה ריבוע, כמתואר בסרטוט.
סכום שטחי שלושת הריבועים הוא 48 סמ״ר.

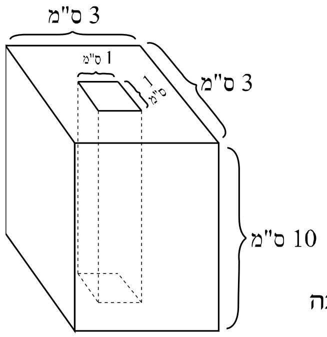


מה שטח משולש ABC (בסמ״ר)?

פתרון: על 3 צלעות המשולש שווה הצלעות נבנו ריבועים. נסמן את צלע המשולש ב-x. נתון כי סכום שטחי שלושת הריבועים הוא 48 סמ״ר. שטחו של כל ריבוע שווה ל- x^2, ומכאן ש- $3x^2 = 48 \Leftarrow x^2 = 16 \Leftarrow x = 4$.
אורכה של צלע המשולש שווה הצלעות שווה ל-4 ס״מ.

שטח משולש שווה צלעות שווה ל- $\frac{(\text{צלע})^2\sqrt{3}}{4}$, ומכאן ששטח המשולש ABC הוא $4\sqrt{3}$ סמ״ר $\left(\frac{4^2\sqrt{3}}{4} =\right)$.

תשובה (4).



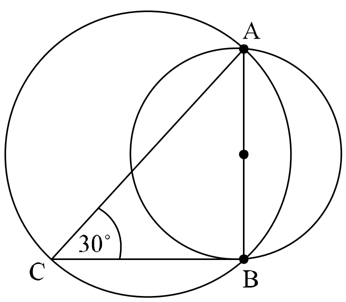
.25 **השאלה**: בתיבה שלפניכם קדחו חור בצורת תיבה.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

מה היחס בין נפח התיבה לפני קדיחת החור, לנפח התיבה אחרי קדיחת החור?

פתרון: נפח התיבה לפני קדיחת החור: נפח מנסרה ישרה שווה לשטח בסיס כפול הגובה.
שטח בסיס התיבה הוא 9 סמ״ר $(=3\cdot3)$ וגובה התיבה הוא 10 ס״מ, ומכאן שנפח התיבה לפני קדיחת החור שווה ל-90 סמ״ק $(=9\cdot10)$.
החור שנקדח הוא בצורת תיבה, אשר שטח בסיסה הוא 1 סמ״ר $(=1\cdot1)$ וגובהה הוא 10 ס״מ, כלומר נפח החור שנקדח הוא 10 סמ״ק.
נפח התיבה לאחר קדיחת החור הוא 80 סמ״ק $(=90-10)$.
היחס בין נפח התיבה לפני קדיחת החור ולאחר קדיחתו שווה ל- 90:80, נצמצם ונקבל: 9:8.

תשובה (4).

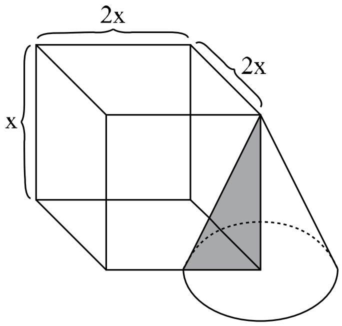


.26 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש ישר זווית ABC $(\angle ABC = 90°)$ החסום במעגל ששטחו 4π סמ״ר.

מהו שטחו (בסמ״ר) של המעגל שקוטרו AB?

פתרון: נתבקשנו למצוא את שטח המעגל שקוטרו הוא הישר AB.
שטח המעגל החוסם את המשולש ABC הוא 4π. נחשב ונמצא כי אורכו של רדיוס המעגל החוסם את המשולש הוא 2 ס״מ. $(r^2\pi = 4\pi \rightarrow r = 2)$
על פי נתוני השאלה משולש ABC הוא משולש ישר זווית $(\angle ABC = 90°)$.
זווית היקפית במעגל השווה ל-90^o נשענת על קוטר המעגל, ומכאן שישר AC הוא קוטר המעגל החוסם, ואורכו שווה ל-4 ס״מ.
משולש ABC הוא משולש ישר זווית שאחת מזוויותיו שווה ל-30^o, כלומר משולש זהב. אורך הניצב הקטן, הצלע AB, שווה למחצית מאורך היתר, כלומר 2 ס״מ.
שטח המעגל שקוטרו הוא הישר AB: מצאנו כי אורכו של קוטר המעגל שווה ל-2 ס״מ, ומכאן שאורכו של רדיוס המעגל הוא 1 ס״מ, ושטח המעגל שווה ל-π $(=1^2\pi)$.

תשובה (1).



.27 **השאלה** : בסרטוט שלפניכם תיבה שעליה נבנה חרוט באופן הבא :
גובה החרוט שווה לגובה התיבה ורדיוס בסיסו הוא מחצית מצלע בסיס התיבה.
מה נפח הגוף השייך גם לחרוט וגם לתיבה (השטח האפור בסרטוט)?

פתרון : נפח הגוף האפור בסרטוט :
מכיוון שהזווית המרכזית היוצרת את הגוף האפור שווה ל-90^o (הזווית שבין פאות התיבה), נפח הגוף האפור מהווה רבע מנפח החרוט.
על פי נתוני השאלה, רדיוס בסיסו של החרוט שווה למחצית מצלע בסיס התיבה.
מכיוון שאורכה של צלע בסיס התיבה הוא $2x$, אורך רדיוס הבסיס הוא x.
גובה החרוט שווה לגובה התיבה.
נפח כל פירמידה שווה : $\frac{\text{שטח בסיס} \cdot \text{גובה}}{3}$.
נפח החרוט שווה ל- $\frac{x^3\pi}{3}$ $\left(\frac{x^2\pi \cdot x}{3} =\right)$, ונפח הגוף האפור המהווה רבע
מנפח החרוט שווה ל- $\frac{x^3\pi}{12}$ $\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{x^3\pi}{3} =\right)$.

תשובה (2).