מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(3)	(3)	(2)	(2)	(3)	(4)	(2)	(3)	(4)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(1)	(2)	(4)	(1)	(2)	(3)	(3)	(1)	(4)

שאלה	21	22	23	24	25	26	27
תשובה	(4)	(2)	(1)	(3)	(3)	(4)	(2)

הסברים

1. **השאלה**: $\frac{2a+b}{2}+c=?$

פתרון: נפשט את הביטוי הנתון באמצעות פירוק מונה: $\frac{2a+b}{2}+c=\frac{2a}{2}+\frac{b}{2}+c=a+c+\frac{b}{2}$

תשובה (4).

---

2. **השאלה**: $x-2-\frac{x^2+4}{x-2}=?\quad (x\neq 2)$

פתרון: על מנת לחבר או לחסר שברים יש לעשות מכנה משותף בין השברים השונים. בשאלה שלפנינו המכנה המשותף הוא $(x-2)$:

$$x-2-\frac{x^2+4}{x-2}=\frac{(x-2)^2}{x-2}-\frac{x^2+4}{x-2}=\frac{x^2+4-4x-x^2-4}{x-2}=\frac{-4x}{x-2}$$

תשובה (3).

---

3. **השאלה**: $\frac{a-b}{b-a}+\frac{b-a}{a-b}=?\quad (a\neq b)$

פתרון: כפי שלמדנו הביטוי $\frac{a-b}{b-a}$ שווה תמיד ל-(1-) ולכן הביטוי $\frac{a-b}{b-a}+\frac{b-a}{a-b}=-1+-1=-2$.

תשובה (3).

.4 **השאלה** : לכל שני מספרים חיוביים a ו- b הוגדרה הפעולה $ כך : $\$(a,b) = -\frac{(a+b)}{a} - \frac{(a-b)}{a}$

$\$(x,y) = ?$

פתרון : נמצא את הביטוי לפי הגדרת הפעולה, כאשר עלינו להחליף את a ב-x ואת b ב- y :

$$\$(x,\ y) = -\frac{x+y}{x} - \frac{x-y}{x}$$

כעת נפשט ביטוי זה. לשני האיברים מכנה זהה ולכן ניתן לכתוב אותו כמכנה משותף :

$$\$(x,\ y) = -\frac{x+y}{x} - \frac{x-y}{x} = \frac{-(x+y)-(x-y)}{x}$$

נפתח סוגריים במונה ונקבל : $\frac{-x-y-x+y}{x} = \frac{-2x}{x} = -2$

תשובה (2).

.5 **השאלה** : $\frac{x}{27} + \frac{y}{6} = ?$

פתרון : על מנת לחבר את השברים, נמצא את המכנה המשותף המינימלי ל-27 ו-6 – 54.

$$\frac{x}{27} + \frac{y}{6} = \frac{2x}{54} + \frac{9y}{54} = \frac{2x+9y}{54}$$

תשובה (2).

.6 **השאלה** : $\frac{20a+15b}{4a+3b} = ?$

פתרון : על מנת לפשט את הביטוי נוציא גורם משותף במונה :

$$\frac{20a+15b}{4a+3b} = \frac{5\cdot(4a+3b)}{4a+3b} = 5$$

תשובה (3).

.7 **השאלה** : נתון : $\frac{5}{6} : \frac{3}{4} = \frac{10}{a}$

$a = ?$

פתרון : $\frac{5}{6} : \frac{3}{4} = \frac{10}{a}$

$$\frac{5}{{}_{3}\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{4}^{2}}{3} = \frac{10}{a}$$

$$\frac{10}{9} = \frac{10}{a}$$

ניתן בשלב זה לכפול את שני האגפים ב-9a על מנת לפתור את המשוואה, אולם ניתן גם לעצור ולקבוע כי על מנת להשוות בין שני אגפי המשוואה a חייב להיות שווה ל-9.

תשובה (4).

---

8. **השאלה**: $\frac{a-b}{d-c}=?$ $(d\neq c)$

פתרון: **דרך א'**: אלגברה
בשאלה זו אנו מתבקשים למצוא איזה מהביטויים שבתשובות שווה לביטוי הנתון. נבדוק את התשובות המוצעות.
הערה: על מנת 'להפוך את הסדר' בפעולת חיסור יש להוציא גורם משותף של (1-) לפני פעולת החיסור.
תשובה (1): $\frac{b-a}{d-c}$. בתשובה זו הפכו את הסדר רק במונה ואולם לא הוציא גורם משותף של (1-) ולכן ניתן לקבוע כי תשובה זו אינה שווה לביטוי המקורי.
תשובה (2): $\frac{b-a}{c-d}$ בתשובה זו הפכו את הסדר גם במונה וגם במכנה ולפיכך ניתן לצמצם את ה-(1-) שהוציאו במונה עם ה-(1-) שהוציאו במכנה. תשובה זו שווה לביטוי המקורי. אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב בביטוי מספרים נוחים, למשל: $a=1$; $b=2$; $c=3$ ו- $d=4$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הנתון בשאלה הוא: 1- $\left(\frac{1-2}{4-3}=\right)$.

נציב מספרים אלו בתשובות, ונקבל כי תשובות (1), (3) ו-(4) אינן שוות ל-(1-). מכיוון שפסלנו 3 תשובות ניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (2).

תשובה (2).

---

9. **השאלה**: ערכו של איזה מהביטויים הבאים **אינו** שווה בערכו לביטוי $\left(-\frac{x+y}{x-y}\right)$?

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות ונראה מי מהן **אינה** שווה לביטוי. נזכור כי מינוס לפני ביטוי מתייחס או למונה או למכנה.
תשובה (1): $\frac{x+y}{y-x}$. אם נוציא גורם משותף (1-) ממכנה הביטוי נקבל: $\frac{x+y}{-1(-y+x)}$.
מונה הביטוי זהה למכנה הביטוי המקורי. מכיוון שבחיבור וחיסור אין משמעות לסדר, ניתן לרשום את הביטוי שבתוך הסוגריים באופן הבא: $\frac{x+y}{-1(x-y)}$. ביטוי זה זהה לביטוי המקורי.
תשובה (2): $\frac{-x-y}{x-y}$. מכנה הביטוי זהה למכנה הביטוי המקורי. נוציא (1-) כגורם משותף ממונה הביטוי ונקבל: $\frac{-1\cdot(x+y)}{x-y}$. ביטוי זה זהה לביטוי המקורי.
תשובה (3): $\frac{-x-y}{y-x}$. הן במונה והן המכנה אינם זהים לביטוי המקורי. נוציא (1-) כגורם משותף ממונה וממכנה הביטוי ונקבל: $\frac{-1\cdot(x+y)}{-1\cdot(-y+x)}$. נצמצם (1-) מן המונה והמכנה ושנה את סדר המחוברים במכנה ונקבל: $\frac{x+y}{x-y}$. ביטוי זה אינו זהה לביטוי המקורי. זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

הערה: ניתן לפתור את התרגיל באמצעות הצבת דוגמה מספרית בביטוי ופסילת התשובות אשר ערכן שונה מהערך שנתקבל בביטוי.

.10 **השאלה**: נתון: $0 < b < a < 1$.

ערכו של איזה מהביטויים הבאים הוא **הגדול** ביותר?

פתרון: a ו-b הם שברים. נבדוק באמצעות דוגמה מספרית כיצד 'מתנהגים' שברים כאשר מעלים אותם בחזקה.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \;\; ; \;\; \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

מכיוון ש- $\frac{1}{4}$ גדול מ- $\frac{1}{8}$ ניתן להסיק כי ככל שמעלים שבר בחזקה קטנה יותר כך ערכו גדול יותר.

מכיוון ש- b הוא שבר חיובי, החזקה הקטנה ביותר מבין התשובות המוצעות היא החזקה המוצעת בתשובה (4): $-\frac{1}{b}$ אשר שווה למספר שלילי הקטן מ-(1-) ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

.11 **השאלה**: נתון: $\frac{x}{y} < 1$ $\qquad x, y \neq 0$

איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח**?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית.

מכיוון שלא ידוע האם x ו-y חיוביים או שליליים, ניתן להציב x ו-y חיוביים, לדוגמה: $x = 1$ ו- $y = 2$; ניתן להציב שני מספרים שליליים, לדוגמה: $x = -1$ ו- $y = -2$; וניתן להציב x ו-y שוני סימן, לדוגמה: $x = -2$ ו- $y = 1$ או $x = 1$ ו- $y = -2$.

<u>תשובה (1)</u>: $x - y < 0$. אם x ו-y הם חיוביים, הרי שאי-השוויון מתקיים $(1 - 2 < 0)$, אולם אם נציב שני מספרים שליליים, לדוגמה: $x = -1$ ו- $y = -2$, הרי שאי-השוויון לא התקיים שכן (1-) פחות (2-) נותן את התוצאה 1 אשר <u>אינה</u> קטנה מ-0.

<u>תשובה (2)</u>: $1 < \frac{y}{x}$. אי שוויון זה מתקיים כאשר x ו-y הם שווי סימן, אולם כאשר נציב x חיובי ו-y שלילי, לדוגמה: $x = 1$ ו- $y = -2$ נקבל אי-שוויון ש**אינו** נכון.

<u>תשובה (3)</u>: $\left(\frac{x}{y}\right)^2 < 1$. אי שוויון זה אינו מתקיים בהכרח כאשר מציבים x חיובי ו-y שלילי. כך לדוגמה אם נציב: $x = 2$ ו- $y = -1$, נקבל $\left(\frac{2}{-1}\right)^2 < 1$, אי שוויון אשר לפיו $4 < 1$.

<u>תשובה (4)</u>: $-1 < \frac{-x}{y}$. אי-שוויון זה נכון בהכרח מכיוון שאם נחסר מאי-השוויון המקורי את הביטויים $\frac{x}{y}$ ו-1, נקבל את אי השוויון בתשובה זו.

תשובה (4).

---

12. **השאלה**: נתון: $0 < x < y < z$

איזה מהביטויים הבאים הוא **הקטן** ביותר?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: אלגברה - השוואת שברים
כאשר מבקשים למצוא את השבר הקטן ביותר מבין מספר שברים חיוביים, עלינו לחפש את השבר בעל המונה הקטן ביותר והמכנה הגדול ביותר.
מבין כל השברים המוצעים השבר בעל המונה הקטן ביותר והמכנה הגדול ביותר הוא השבר שבתשובה (1), ומכאן שהוא הביטוי אשר ערכו הוא הקטן ביותר.

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית
נציב כי $x = 1$; $y = 2$ ו- $z = 3$ בכל אחת מן התשובות המוצעות ונבדוק ערכה של מי מהתשובות הוא הקטן ביותר.

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{y}{2x+z}$. כאשר מציבים את המספרים שבחרנו מקבלים כי ערכו של השבר הוא $\frac{2}{5}$ $\left(=\frac{2}{2\cdot1+3}\right)$.

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{y+z}{x+z}$. כאשר מציבים את המספרים שבחרנו מקבלים כי ערכו של השבר הוא $\frac{5}{4}$ $\left(=\frac{2+3}{1+3}\right)$.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{z}{3x}$. כאשר מציבים את המספרים שבחרנו מקבלים כי ערכו של השבר הוא 1 $\left(=\frac{3}{3\cdot1}\right)$.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{2y+z}{2x}$. כאשר מציבים את המספרים שבחרנו מקבלים כי ערכו של השבר הוא $3\frac{1}{2}$ $\left(=\frac{2\cdot2+3}{2\cdot1}\right)$.

מכיוון שקיבלנו כי ערכה של תשובה (1) הוא הקטן ביותר, היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).

---

13. **השאלה**: $\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(2+\frac{2}{3}\right)\cdot\left(2+\frac{1}{2}\right) = ?$

פתרון: נפשט את הביטוי הנתון באמצעות פישוט כל אחד מן הביטויים שבסוגריים:

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(2+\frac{2}{3}\right)\cdot\left(2+\frac{1}{2}\right) = 1\frac{1}{2}\cdot2\frac{2}{3}\cdot2\frac{1}{2} = \frac{\cancel{3}}{2}\cdot\frac{8}{\cancel{3}}\cdot\frac{5}{2} = \frac{8\cdot5}{4} = 10$$

תשובה (2).

---

14. A הוא מספר שלם וחיובי.

איזה מהטענות הבאות נכונה לגבי הביטוי $\frac{2}{A+\frac{1}{A}}$?

פתרון: **דרך א'**: אלגברה

נפשט את הביטוי הנתון, ונקבל: $\frac{2}{A+\frac{1}{A}}=\frac{2}{\frac{A^2+1}{A}}=2\cdot\frac{A}{A^2+1}=\frac{2A}{A^2+1}$.

בעבור $A=1$, הביטוי שקיבלנו שווה ל-1, ובעבור כל מספר הגדול מ-1, הרי שבשל העובדה שחזקת 2 'מגדילה יותר' מכפל ב-2, הרי שהמונה קטן מהמכנה והביטוי יהיה בהכרח קטן מ-1.

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שחלק מהתשובות מתייחסות לשאלה מה גודל הביטוי כאשר A גדול מ-1, נציב $A=1$ ו- $A=2$, על מנת לבדוק מה ערכו של הביטוי בכל אחד ממצבים אלו.

כאשר $A=1$, הביטוי שווה ל-1 $\left(\frac{2}{A+\frac{1}{A}}=\frac{2}{1+\frac{1}{1}}=\frac{2}{2}=\right)$.

כאשר $A=2$, הביטוי קטן מ-1 $\left(\frac{2}{A+\frac{1}{A}}=\frac{2}{2+\frac{1}{2}}=\frac{2}{2\frac{1}{2}}=\right)$.

תשובה (4).

---

15. **השאלה**: לכל מספר x הוגדרה הפעולה \$ כך: $\$(x)=\frac{x}{3}-1$

$\$(3a)-\$(a)=?$

פתרון: ראשית נמצא מה ערכו של כל אחד מהאיברים בביטוי המבוקש:

$\$(a)=\frac{a}{3}-1\ ,\ \$(3a)=\frac{3a}{3}-1=a-1$

כעת נחסר בין שני הביטויים שקיבלנו, ונקבל: $\$(3a)-\$(a)=a-1-\left(\frac{a}{3}-1\right)=a-1-\frac{a}{3}+1=\frac{2a}{3}$

נבדוק את התשובות המוצעות על מנת לראות מי מהן שווה לביטוי שקיבלנו:

<u>תשובה (1)</u>: $\$(2a)+1=\left(\frac{2a}{3}-1\right)+1=\frac{2a}{3}$. זו התשובה הנכונה. נמשיך בבדיקה על מנת להראות מדוע יתר התשובות נפסלות.

<u>תשובה (2)</u>: $\$(2a)=\frac{2a}{3}-1$.

<u>תשובה (3)</u>: $\$(4a)-\$(3a)=\left(\frac{4a}{3}-1\right)-\left(\frac{3a}{3}-1\right)=\frac{4a}{3}-1-\frac{3a}{3}+1=\frac{4a}{3}-a=\frac{a}{3}$.

<u>תשובה (4)</u> : $2 \cdot \$(a) = 2 \cdot \left(\frac{a}{3} - 1\right) = \frac{2a}{3} - 2$.

תשובה (1).

---

16. **השאלה** : לכל מספר x הוגדרה הפעולה $ כך : $\$(x) = \frac{x+4}{3}$

$\$(\$(\$(2))) = ?$

פתרון : ראשית נפשט את הביטוי הנתון על ידי ביצוע פעולת ה-$ על הסוגריים הפנימיים.

$$\$(2) = \frac{2+4}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

מכיוון שפעולת $ על המספר 2 נותנת את התוצאה 2, הרי שבכל פעם שנבצע את הפעולה $ על המספר 2 נקבל את אותה תוצאה.

תשובה (2).

---

17. **השאלה** : $M + \frac{M + \frac{M-3}{2}}{5} = ?$.

פתרון : <u>**דרך א'**</u> : אלגברה

נפשט את הביטוי הנתון על ידי מכנה משותף :

$$M + \frac{M + \frac{M-3}{2}}{5} = \frac{5M}{5} + \frac{M + \frac{M-3}{2}}{5} = \frac{5M + M + \frac{M-3}{2}}{5} = \frac{6M + \frac{M-3}{2}}{5} = \frac{\frac{12M + M - 3}{2}}{5} =$$

$$= \frac{\frac{13M-3}{2}}{5} = \frac{13M-3}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{13M-3}{10}$$

<u>**דרך ב'**</u> : הצבת דוגמה מספרית

נציב למשל כי ערכו של M שווה ל-0ונחשב מה ערכו של הביטוי :

$$M + \frac{M + \frac{M-3}{2}}{5} = 0 + \frac{0 + \frac{0-3}{2}}{5} = 0 + \frac{-\frac{3}{2}}{5} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5} = -\frac{3}{10}$$

כעת נציב כי $M = 0$ בכל אחת מהתשובות המוצעות ונפסול תשובות אשר ערכן שונה מ- $-\frac{3}{10}$.

<u>תשובה (1)</u> : $\frac{2M-3}{5}$. כאשר נציב כי $M = 0$ בביטוי נקבל כי ערכה של התשובה הוא $-\frac{3}{5}$, ומכאן שתשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u> : $\frac{3(M-1)}{10}$. כאשר נציב כי $M = 0$ בביטוי נקבל כי ערכה של התשובה הוא $-\frac{3}{10}$, ומכאן שלא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{13M-3}{10}$. כאשר נציב כי $M=0$ בביטוי נקבל כי ערכה של התשובה הוא $-\frac{3}{10}$, ומכאן שלא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{3(M-2)}{5}$. כאשר נציב כי $M=0$ בביטוי נקבל כי ערכה של התשובה הוא $-\frac{6}{5}$, ומכאן שתשובה זו נפסלת.

מכיוון שנותרנו עם 2 תשובות, עלינו לעשות הצבה נוספת על מנת להחליט מי מהתשובות היא התשובה הנכונה. נציב כי $M=1$ ונחשב שוב את ערכו של הביטוי:

$$M+\frac{M+\frac{M-3}{2}}{5}=1+\frac{1+\frac{1-3}{2}}{5}=1+\frac{1+\frac{-2}{2}}{5}=1+\frac{1+-1}{5}=1+\frac{0}{5}=1$$

כעת נציב כי $M=1$ בשתי התשובות אשר לא נפלו לאחר ההצבה הראשונה:

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{3(M-1)}{10}$. כאשר נציב כי $M=1$ בביטוי נקבל כי ערכה של התשובה הוא 0, ומכאן שניתן לפסול את התשובה, ולקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (3). על אף שאין בכך צורך נבדוק לשם השלמת ההסבר את תשובה (3).

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{13M-3}{10}$. כאשר נציב כי $M=1$ בביטוי נקבל כי ערכה של התשובה הוא 1. מכיוון שפסלנו 3 תשובות, זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

18. **השאלה**: a, b ו- c הם שלושה מספרים חיוביים המקיימים $a<b<c$.

איזה מהביטויים הבאים הוא **הגדול** ביותר?

פתרון: <u>**דרך א'**</u>: אלגברה

נשים לב שכל הביטויים בתשובות הם הפרשים בין שברים. על מנת שהפרש יהיה מקסימלי, נרצה לחסר מספר קטן ממספר גדול. השבר הקטן ביותר שניתן ליצור הוא בעל המונה הקטן ביותר והמכנה הגדול ביותר, כלומר $\frac{a}{c}$. השבר הגדול ביותר שניתן ליצור הוא בעל המונה הגדול ביותר והמכנה הקטן ביותר, כלומר $\frac{c}{a}$.

לסיכום, ההפרש הגדול ביותר מתקבל מחיסור של השבר הקטן ביותר מהשבר הגדול ביותר, כלומר $\frac{c}{a}-\frac{a}{c}$.

<u>**דרך ב'**</u>: הצבת דוגמה מספרית

נתון כי a, b ו-c הם מספרים חיוביים המקיימים $a<b<c$, נציב כי $a=1$; $b=2$ ו- $c=3$ בכל אחד מהביטויים המוצעים בתשובות.

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{b}{a}-\frac{a}{c}$. נציב נקבל כי ערכו של הביטוי הוא $1\frac{2}{3}$ $\left(\frac{2}{1}-\frac{1}{3}=2-\frac{1}{3}=\right)$.

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{c}{a}-\frac{b}{c}$. נציב ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $2\frac{1}{3}$ $\left(\frac{3}{1}-\frac{2}{3}=3-\frac{2}{3}=\right)$.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{c}{a}-\frac{a}{c}$. נציב ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $2\frac{2}{3}$ $\left(\frac{3}{1}-\frac{1}{3}=3-\frac{1}{3}=\right)$.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{a}{b}-\frac{b}{c}$. נציב ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $\frac{1}{6}$ $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{4-3}{6}=\right)$.

מכיוון שקיבלנו כי ערכה של תשובה (3) הוא הגדול ביותר היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

19. **השאלה**: נתונים שני מספרים a ו- b $(a\neq b)$.

$$1+\frac{a-b}{b-a}=?$$

פתרון: <u>**דרך א'**</u>: אלגברה

הביטוי $\frac{a-b}{b-a}$ שווה תמיד ל-(1-), ומכאן שהביטוי הנתון שווה ל-0 $\left(1+(-1)=\right)$.

<u>**דרך ב'**</u>: הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $a=2$ ו- $b=1$ בביטוי המבוקש, ונקבל כי ערכו הוא 0 $\left(1+\frac{2-1}{1-2}=1+\frac{1}{-1}=1+-1=\right)$, ומכאן

שתשובות (2), (3) ו-(4).

תשובה (1).

---

20. **השאלה**: נתונים שני מספרים a ו- b השונים מ-0

$$\frac{ab}{b}+\frac{(1-b)a^2}{a}=?$$

פתרון: <u>**דרך א'**</u>: אלגברה

נפשט את הביטוי הנתון:

$$\frac{ab}{b}+\frac{(1-b)a^2}{a}=\frac{a\cancel{b}^1}{\cancel{b}_1}+\frac{(1-b)a^{\cancel{2}^1}}{{}_1\cancel{a}}=a+(1-b)a=a+a-ab=2a-ab=a(2-b)$$

<u>**דרך ב'**</u>: הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $a=2$ ו- $b=1$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 2

$$\left(\frac{ab}{b}+\frac{(1-b)a^2}{a}=\frac{2\cdot1}{1}+\frac{(1-1)\cdot2^2}{2}=\frac{2}{1}+\frac{0\cdot4}{2}=2+0=\right).$$

תשובות (1) ו-(2) נפסלות.

נציב כי $a=2$ ו- $b=2$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 0

$$\left(\frac{ab}{b}+\frac{(1-b)a^2}{a}=\frac{2\cdot2}{2}+\frac{(1-2)\cdot2^2}{2}=\frac{4}{2}+\frac{-1\cdot4}{2}=2+-2=\right).$$

נציב ונמצא כי תשובה (3) נפסלת.

תשובה (4).

---

21. **השאלה:** n הוא מספר שלם וגדול מ-1.

ערכו של איזה מהביטויים הבאים קטן ככל שערכו של n גדל?

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): $n+\frac{1}{n}$. בביטוי זה מוסיפים ל- n שבר פשוט כלשהו (אם n הוא מספר שלם אז $\frac{1}{n}$ הוא שבר פשוט). כאשר ערכו של n גדל, אז למעשה שוב מוספים שבר פשוט כלשהו (אמנם קטן יותר), אבל הפעם מוסיפים אותו למספר שלם (n) גדול יותר, ולכן ערכו של הביטוי כולו גדל.

תשובה (2): $\frac{n^2}{2}$. ככל שערכו של n גדל, כך גדל המונה בביטוי זה, ואולם המכנה נשאר אותו דבר, ולכן ערכו של הביטוי גדל.

תשובה (3): $\frac{n}{n+1}$. בביטוי זה המכנה תמיד גדול מהמונה ולכן השבר כולו קטן מ- 1. ככל שערכו של n גדל, כך למעשה מצטמצם ההפרש בין המונה והמכנה וכך הביטוי הולך ומתקרב יותר ויותר ל- 1, כלומר ערכו של הביטוי הולך וגדל. בשלב זה ניתן לדעת שהתשובה הנכונה היא (4).

תשובה (4): $\frac{n+1}{2n}$. בביטוי זה גם המונה וגם המכנה גדלים ככל שערכו של n גדל, לכן קל יותר להסתכל עליו אם מבצעים פירוק מונה: $\frac{n+1}{2n}=\frac{n}{2n}+\frac{1}{2n}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}$. ניתן לראות שהאיבר הראשון בביטוי לא תלוי ב-n ולכן נשאר קבוע תמיד, ואילו האיבר השני הולך וקטן ככל שערכו של n גדל. זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

22. **השאלה:** $\dfrac{\frac{1}{4}+\frac{4}{5}}{\frac{4}{3}+\frac{1}{6}}=?$

פתרון: על מנת לפשט את הביטוי הנתון, נפשט ראשית את המונה ואז את המכנה:

מונה השבר: $\frac{1}{4}+\frac{4}{5}=\frac{5}{20}+\frac{16}{20}=\frac{21}{20}$

מכנה השבר: $\frac{4}{3}+\frac{1}{6}=\frac{8}{6}+\frac{1}{6}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$

כעת נחלק את הביטוי שקיבלנו כתוצאה מפישוט המונה בביטוי שנתקבל מפישוט המכנה.

כזכור, חלוקה בשבר היא כפל בהופכי של אותו שבר: $\dfrac{\frac{21}{20}}{\frac{3}{2}}=\frac{21}{20}\cdot\frac{2}{3}=\frac{7}{10}$

תשובה (2).

.23 **השאלה**: ערכו של איזה מהביטויים הבאים **אינו** שווה ל- $\frac{3}{5}$.

פתרון: נבדוק מה ערכו של כל אחד מן הביטויים המוצעים בתשובות.

תשובה (1): $\frac{9}{25}$. מכיוון שלא ניתן לצמצם את המונה והמכנה של שבר זה במספר שלם, הרי שלא יתכן כי ערכו של שבר זה שווה ל- $\frac{3}{5}$. זו התשובה הנכונה

תשובה (2): $4-\frac{17}{5}$. נפשט את הביטוי באמצעות חיסור שני הביטויים:

$$4-\frac{17}{5}=\frac{20}{5}-\frac{17}{5}=\frac{20-17}{5}=\frac{3}{5}.$$

תשובה (3): $\frac{28}{5}-5$. נפשט את הביטוי באמצעות חיסור שני הביטויים.

$$\frac{28}{5}-5=\frac{28}{5}-\frac{25}{5}=\frac{28-25}{5}=\frac{3}{5}.$$

תשובה (4): $\frac{18}{30}$. נצמצם את המונה והמכנה ב-6, ונקבל: $\frac{3}{5}$.

תשובה (1).

.24 **השאלה**: $x+y-\frac{1}{x-y}=?$

פתרון: **דרך א'**: אלגברה

נפשט את הביטוי באמצעות מכנה משותף:

$$x+y-\frac{1}{x-y}=\frac{(x+y)(x-y)}{x-y}-\frac{1}{x-y}=\frac{(x+y)(x-y)-1}{x-y}$$

כעת נפשט את הביטוי במונה באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית, ונקבל:

$$\frac{(x+y)(x-y)-1}{x-y}=\frac{x^2-y^2-1}{x-y}$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב לשם הנוחות $x=1$ ו- $y=2$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 4

$$\left(x+y-\frac{1}{x-y}=1+2-\frac{1}{1-2}=3-\frac{1}{-1}=3+1=\right).$$

מכיוון שערכן של תשובות (1), (2) ו-(4) שונה מ-4, ניתן לפסול אותן, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (3).

תשובה (3).

---

25. **השאלה**: $\frac{2 \div 1.5}{0.25 \div 6} = ?$.

פתרון: 'נתרגם' את הביטויים שבמונה ובמכנה לשברים פשוטים.

$\frac{2 \div 1.5}{0.25 \div 6} \Leftarrow \frac{2 \div \frac{3}{2}}{\frac{1}{4} \div \frac{6}{1}}$ חילוק בשבר הוא כפל בהופכי, ומכאן:

$$\frac{2 \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{24}} = \frac{4}{\cancel{3}_1} \cdot \frac{\cancel{24}^8}{1} = 32$$

תשובה (3).

---

26. **השאלה**: נתון: $0 < x < y < 1$

איזה מהביטויים הבאים **בהכרח** גדול מ- 1.

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{x^2}{y}$. על פי נתוני השאלה x הוא שבר חיובי הקטן מ-y. כאשר כופלים שבר חיובי בשבר חיובי, ערכו בהכרח קטֵן, ומכאן ש- x^2 הוא בהכרח שבר הקטן מ-y. מכיוון שמונה הביטוי קטן מהמכנה שלו, הרי שהביטוי בהכרח קטן מ-1.

<u>תשובה (2)</u>: x^y . על פי נתוני השאלה x ו-y הם שברים חיוביים. רק כאשר מעלים שבר חיובי בחזקה שהיא שלילית ערכו גדול מ-1, ומכאן שהביטוי בתשובה זו בהכרח קטן מ-1.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{x-y}{y}$. על פי נתוני השאלה $x < y$, ולכן הביטוי $x - y$ בהכרח קטן מ- 0. מכיוון שהביטוי במונה הוא שלילי והביטוי שבמכנה הוא חיובי, הרי שהביטוי בתשובה זו הוא שלילי, כלומר קטן מ-1.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{y}{x}$. על פי נתוני השאלה $x < y$, ומכאן שמונה הביטוי גדול מהמכנה. שבר אשר המונה והמכנה שלו חיוביים, והמונה גדול מהמכנה הוא בהכרח גדול מ-1, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

27. **השאלה**: נתון: $M = \frac{3}{8} - N$.

עבור איזה ערך של N, מתוך הערכים הבאים, יהיה הערך של M **הקטן** ביותר?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הבנה

על מנת שערכו של M יהיה הקטן ביותר עלינו לבדוק ערכו של מי מהשברים המוצעים הוא הגדול ביותר.

כאשר נצמצם את השבר המוצע בתשובה (3) - $\frac{4}{16}$, נמצא כי הוא שווה ל- $\frac{1}{4}$. נבדוק מה ערכם של יתר השברים המוצעים בתשובות ביחס ל- $\frac{1}{4}$.

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{5}{24}$. אם מונה השבר היה שווה ל-6, הרי שערכו של השבר היה שווה ל- $\frac{1}{4}$, מכיוון שערכו של המונה קטן מ-6, הרי שערכו של השבר בהכרח קטן מ- $\frac{1}{4}$.

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{9}{32}$. אם מונה השבר בתשובה היה שווה ל-8, הרי שערכו של השבר היה שווה ל- $\frac{1}{4}$, מכיוון שערכו של המונה גדול מ-8, הרי שערכו של השבר בהכרח גדול מ- $\frac{1}{4}$.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{5}{25}$. כאשר נצמצם את מונה ומכנה השבר נמצא כי ערכו של השבר הוא $\frac{1}{5}$, שבר אשר ערכו קטן מ- $\frac{1}{4}$.

מכיוון שמצאנו כי השבר היחיד אשר ערכו גדול מ- $\frac{1}{4}$ הוא בתשובה (2), זו התשובה אשר ערכה יגרום לערכו של M להיות הקטן ביותר.

<u>דרך ב'</u>: אלגברה (חיבור חיסור שברים)

זו הדרך הארוכה יותר לפתרון השאלה, אולם אם לא זיהינו את האפשרות לפתור אותה בדרך הראשונה שנזכרה, הרי שאין מנוס מדרך זו. נחשב עבור כל אחת מן התשובות את הערך המתקבל מהפחתת ערכה מהשבר $\frac{3}{8}$:

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{5}{24}$. ערך הביטוי כאשר מפחיתים ממנו $\frac{5}{24}$ הוא $\frac{1}{6}$ $\left(M = \frac{3}{8} - \frac{5}{24} = \frac{9}{24} - \frac{5}{24} = \frac{4}{24}\right)$.

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{9}{32}$. ערך הביטוי כאשר מפחיתים ממנו $\frac{9}{32}$ הוא $\frac{3}{32}$ $\left(M = \frac{3}{8} - \frac{9}{32} = \frac{12}{32} - \frac{9}{32} = \frac{3}{32}\right)$.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{4}{16}$. ערך הביטוי כאשר מפחיתים ממנו $\frac{4}{16}$ הוא $\frac{1}{8}$ $\left(M = \frac{3}{8} - \frac{4}{16} = \frac{6}{16} - \frac{4}{16} = \frac{2}{16} =\right)$.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{5}{25}$. ערך הביטוי כאשר מפחיתים ממנו $\frac{5}{25}$ הוא $\frac{7}{40}$ $\left(M = \frac{3}{8} - \frac{5}{25} = \frac{75}{200} - \frac{40}{200} = \frac{35}{200} =\right)$.

כאשר נשווה את ערכם של 4 השברים שקיבלנו, נמצא כי הביטוי שהתקבל בתשובה (2) הוא הקטן ביותר.

תשובה (2).