

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(4)	(3)	(3)	(2)	(2)	(2)	(2)	(3)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(4)	(3)	(4)	(2)	(2)	(2)	(4)	(4)	(1)

הסברים

הסקה מטבלה (שאלות 1-4)

עיינו היטב בטבלה שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריה.

טבלה מוצגים נתונים על מעבר של תושבים אל מחוזות שונים בישראל והחוצה מהם בשנת 1993. הטבלה מציינת את מספר התושבים שעברו לגור בכל מחוז ("נכנסים") ואת מספר התושבים שעזבו אותו ("יוצאים"). נוסף על כך, מוצגים מספר האקדמאים מקרב הנכנסים והיוצאים, וכן מספרי הנכנסים והיוצאים בחלוקה לפי קבוצות גיל. כל הנתונים בטבלה הם באלפים.

לדוגמה: בשנת 1993 נכנסו 15,200 איש למחוז ירושלים, מהם 3,300 אקדמאים. 700 מהם היו בני 65 ומעלה. מספר היוצאים ממחוז ירושלים היה 19,500.

הערה: כל השאלות מתייחסות לשנת 1993, השנה שאליה מתייחסת הטבלה.

מחוז	סך הכול	אקדמאים	גיל						
			14-0	15-24	25-34	35-44	45-54	55-64	65+
מספר הנכנסים (באלפים)	מחוז ירושלים	3.3	4.0	3.6	3.9	1.7	0.8	0.5	0.7
	מחוז הצפון	8.1	5.8	4.8	5.5	3.0	1.3	0.9	1.3
	מחוז חיפה	12.1	7.2	5.6	6.8	4.5	2.4	1.6	2.5
	מחוז המרכז	14.7	15.6	9.6	13.3	8.5	3.7	2.4	3.3
	מחוז תל-אביב	13.1	9.5	10.2	14.6	6.7	3.7	2.6	3.4
	מחוז הדרום	23.6	11.7	9.8	9.7	6.2	3.3	2.5	3.7
	סך הכול	74.9	53.8	43.6	53.8	30.6	15.2	10.5	14.9
מספר היוצאים (באלפים)	מחוז ירושלים	5.2	5.6	4.2	4.8	2.2	1.1	0.7	0.9
	מחוז הצפון	8.6	5.8	5.3	5.4	3.1	1.3	0.9	1.2
	מחוז חיפה	12.3	7.0	6.3	7.5	4.4	2.4	1.7	2.7
	מחוז המרכז	18.7	13.6	10.1	12.3	7.9	3.9	2.6	3.5
	מחוז תל-אביב	23.0	16.3	12.4	18.2	10.3	5.3	3.9	5.6
	מחוז הדרום	8.5	7.6	6.9	7.4	3.5	1.5	1.0	1.2
	סך הכול	76.3	55.9	45.2	55.6	31.4	15.5	10.8	15.1

השאלות

- 1. השאלה:** "מקדם הניידות" של קבוצת גיל הוא סכום כל הנכנסים והיוצאים השייכים לאותה קבוצת גיל. לאיזו קבוצת גיל מקדם הניידות הגבוה ביותר?
פתרון: נבדוק לגבי התשובות המוצעות מה מקדם הניידות בכל קבוצה:
תשובה (1): 14-0. מספר הנכנסים הוא 53.8 ומספר היוצאים הוא 55.9, כך שמקדם הניידות הוא כ-108.
תשובה (2): 24-15. מספר הנכנסים הוא 43.6 ומספר היוצאים הוא 45.2, שני המספרים הללו קטנים מהמספרים המקבילים של קבוצת הגיל 14-0, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.
תשובה (3): 34-25. מספר הנכנסים הוא 53.8 ומספר היוצאים הוא 55.6, המספר הראשון זהה למספר הנכנסים בקבוצת הגיל 14-0 ומספר היוצאים קטן ממספר היוצאים בקבוצת גיל זו ב-0.3, ולכן התשובה נפסלת.
תשובה (4): 44-35. מספר הנכנסים הוא 30.6 ומספר היוצאים הוא 31.4, שני המספרים קטנים מהמספרים המקבילים בקבוצת גיל 14-0, ולכן התשובה נפסלת.
תשובה (1).
-
- 2. השאלה:** הטענה "ככל שקבוצת הגיל מבוגרת יותר, כך מספר הנכנסים למחוז קטן יותר" נכונה לגבי מחוז _____ בגילים 0 עד 64.
פתרון: נבדוק מבין התשובות המוצעות באיזה מחוז יש ירידה במספר הנכנסים מקבוצת הגיל הראשונה ועד קבוצת הגיל 64-55. נפסול כל תשובה שבה נגלה גידול במספר הנכנסים עם העלייה בגיל.
תשובה (1): חיפה. מספר הנכנסים בקבוצת גיל 24-15 הוא 5.6 ואילו בקבוצת גיל 34-25 מספר הנכנסים גדול יותר – 6.8, ולכן התשובה נפסלת.
תשובה (2): המרכז. מספר הנכנסים בקבוצת גיל 24-15 הוא 9.6 ואילו בקבוצת גיל 34-25 מספר הנכנסים גדול יותר – 13.3, ולכן התשובה נפסלת.
תשובה (3): תל-אביב. מספר הנכנסים בקבוצת גיל 14-0 הוא 9.5 ואילו בקבוצת גיל 24-15 מספר הנכנסים גדול יותר – 10.2, ולכן התשובה נפסלת.
תשובה (4): הדרום. זו התשובה הנכונה.
תשובה (4).
-
- 3. השאלה:** לא יתכן שכל בני קבוצת הגיל _____ שיצאו ממחוז המרכז ב-1993 נכנסו באותה שנה למחוז תל-אביב.
פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות. כדי שכל היוצאים יוכלו להיכנס, מספר היוצאים צריך להיות קטן ממספר הנכנסים. התשובה הנכונה היא התשובה שבה מספר היוצאים גדול ממספר הנכנסים.
תשובה (1): 24-15. מספר היוצאים ממחוז המרכז שהיו בני 24-15 הוא 10.1, ואילו מספר הנכנסים מקבוצת גיל זו במחוז תל-אביב הוא 10.2. מספר היוצאים קטן ממספר הנכנסים, ולכן התשובה נפסלת.
תשובה (2): 34-25. מספר היוצאים ממחוז מרכז בקבוצת גיל 34-25 הוא 12.3, ואילו מספר הנכנסים במחוז תל-אביב בקבוצת הגיל 34-25 גדול יותר – 13.3. מכיוון שמספר היוצאים קטן ממספר הנכנסים, התשובה נפסלת.

תשובה (3): 54-45. מספר היוצאים ממחוז מרכז בקבוצת גיל 45-54 הוא 3.9 ואילו מספר הנכנסים במחוז תל-אביב בקבוצת הגיל בקבוצת גיל זו, קטן יותר והוא 3.7. מספר היוצאים גדול ממספר הנכנסים, ולכן ולא יתכן שכל בני קבוצת הגיל הזו יצאו ממחוז מרכז ונכנסו למחוז תל-אביב. זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

4. השאלה: באיזה מן המחוזות הבאים לא ייתכן שכל הנכנסים בני 35 ומעלה היו אקדמאים?

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות:

תשובה (1): הצפון. מספרם הכולל של האקדמאים שנכנסו למחוז הצפון הוא 8.1 אלפים, על מנת לקבוע שכל הנכנסים בני 35 ומעלה היו אקדמאים, עלינו לבדוק שמספר הנכנסים הכולל בגילאים 35 ומעלה קטן מ-8.1 אלפים.
מספר הנכנסים הכולל (באלפים) מורכב מהמספרים 3.0, 1.3, 0.9 ו-1.3, מספר הקטן מ-8.1.

תשובה (2): חיפה. מספרם הכולל של האקדמאים שנכנסו למחוז חיפה הוא 12.1, על מנת לקבוע שכל הנכנסים בני 35 ומעלה היו אקדמאים, עלינו לבדוק כי מספר הנכנסים הכולל בגילאים 35 ומעלה קטן מ-12.1.
מספר הנכנסים הכולל מורכב מהמספרים 4.5, 2.4, 1.6 ו-2.5, מספר הקטן מ-12.1.

תשובה (3): המרכז. מספרם הכולל של האקדמאים שנכנסו למחוז המרכז הוא 14.7, על מנת לקבוע שכל הנכנסים בני 35 ומעלה היו אקדמאים, עלינו לבדוק שמספר הנכנסים הכולל בגילאים 35 ומעלה קטן מ-14.7.
מספר הנכנסים הכולל מורכב מהמספרים 8.5, 3.7, 2.4 ו-3.3, אם נסכם את מספר האלפים השלמים, נקבל $(8 + 3 + 2 + 3 = 16)$, מכיוון שמצאנו כי מספר הנכנסים בגילאים 35 ומעלה גדול ממספר האקדמאים הכולל, הרי שלא ייתכן כי כל הנכנסים במחוז המרכז בגילאים 35 ומעלה היו אקדמאים. זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

שאלות ובעיות (שאלות 5-20)

5. השאלה: אליהו קנה 5 עציצים שמחיריהם זהים זה לזה, עבור שניים מהעציצים הוא קיבל הנחה של 50% ועבור שלושת האחרים שילם מחיר מלא.

מה אחוז ההנחה הכוללת שקיבל אליהו עבור חמשת העציצים יחדיו?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית

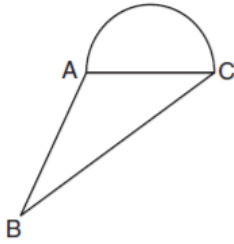
נניח שמחירו המקורי של כל עציץ הוא 100 שקלים, ולכן ההנחה שקיבל אליהו של 50% היא הנחה של 50 שקלים. מכיוון שההנחה ניתנה לגבי שני עציצים, הרי שההנחה הכוללת שקיבל אליהו היא של 100 שקלים ($= 2 \cdot 50$).

הסכום הכולל שהיה עליהו צריך לשלם הוא 500 שקלים. אם אליהו קיבל הנחה של 100 שקלים, הרי שזו הנחה של חמישית מהסכום הכולל ($= \frac{100}{500}$), השווה ל-20%.

תשובה (2).

6.

השאלה: בסרטוט משולש ABC. על הצלע AC מונח חצי מעגל.



נתון: אורך הגובה לצלע AC במשולש ABC הוא 6 ס"מ.

שטח חצי המעגל הוא 2π סמ"ר.

מה שטח המשולש ABC (בסמ"ר)?

פתרון: שטח משולש שווה למחצית מכפלת צלע המשולש בגובה המשולש. לפי נתוני השאלה אורך הגובה לצלע המשולש AC הוא 6 ס"מ, כלומר על מנת למצוא את שטח המשולש עלינו למצוא את אורכה של הצלע AC המהווה קוטר בחצי המעגל.

לפי הנתון שטח חצי המעגל הוא 2π סמ"ר, ומכאן ששטח המעגל כולו הוא 4π סמ"ר ($2 \cdot 2\pi =$).
 באמצעות נוסחת שטח מעגל נמצא כי $r^2\pi = 4\pi$. נחלק את שני האגפים ב- π , ונקבל כי $r^2 = 4$
 $r = 2$. הצלע AC היא קוטר המעגל ולכן אורכה שווה ל- $2r$, כלומר ל-4 סמ"מ ($2r = 2 \cdot 2 =$).
 שטח המשולש הוא מחצית מכפלת צלע המשולש בגובה לצלע, כלומר 12 סמ"ר ($\frac{6 \cdot 4}{2} =$)

תשובה (4).

7.

השאלה: נתון: $\frac{x \cdot y}{x + y} = y$ ($x + y \neq 0$)

$y = ?$

פתרון: דרך א': בדיקת התשובות המוצעות

מומלץ להתחיל ממספרים "טריוויאליים" למשל 0 ו-1.

נבדוק למשל האם המשוואה מתקיימת עבור $y = 0$: $\frac{x \cdot y}{x + y} = y$ $\Leftrightarrow \frac{x \cdot 0}{x + 0} = 0 \Leftrightarrow \frac{0}{x} = 0$
 מכיוון שאגף ימין שווה לאגף שמאל, קיבלנו משוואה נכונה, ולכן זו התשובה הנכונה.

דרך ב': פישוט אלגברי

$$\frac{x \cdot y}{x + y} = y$$

נתון כי הביטוי $x + y$ שונה מ-0, ולכן ניתן לכפול את שני האגפים בביטוי זה, ולקבל:

$$x \cdot y = y \cdot (x + y)$$

כעת אסור לנו לחלק את שני האגפים ב- y , שכן לא נתון הוא שונה מ-0, ולכן יתכן שנאבד פיתרון אם

נעשה זאת. פשט על ידי פתיחת הסוגריים, ונקבל: $x \cdot y = y \cdot (x + y) \Leftrightarrow xy = yx + y^2$

נחסר xy משני האגפים, ונקבל: $xy = yx + y^2 \Leftrightarrow 0 = y^2$

מצאנו כי $y^2 = 0$, ומכאן ש- $y = 0$

תשובה (2).

8. **השאלה:** A ו-B מייצגות ספרות שונות זו מזו 1 ל-9.

נתון: $B = A + 3$

$$\begin{array}{r} 1A \\ \times A \\ \hline BA \end{array}$$

$A = ?$

פתרון: נציב את התשובות המוצעות ונבדוק האם הם מקיימים את נתוני השאלה. לפי נתוני השאלה, ככל ספרת האחדות של המספר הדו-ספרתי בעצמה, נותנת כתוצאה מספר דו-ספרתי אשר ספרת העשרות שלו שונה, וספרת האחדות שלה זהה.

תשובה (1): 5. נציב $A = 5$, ונקבל: $15 \times 5 = 75$. מכיוון שקיבלנו B הגדול ב-2 מ-A, זו אינה התשובה הנכונה.

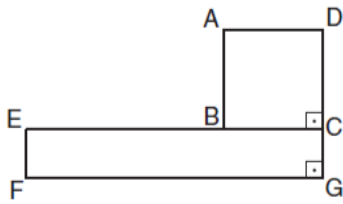
תשובה (2): 6. נציב $A = 6$, ונקבל: $16 \times 6 = 96$. מכיוון שקיבלנו B הגדול ב-3 מ-A, זו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

9. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם ABCD הוא ריבוע ו-EFGH הוא מלבן.

נתון: $GC = \frac{1}{2} \cdot CD$, $EB = 2 \cdot BC$

$\frac{\text{שטח הריבוע } ABCD}{\text{שטח המלבן } EFGH} = ?$



פתרון: מכיוון שאין נתונים מספריים לגבי אורך הצלעות, נציב מספרים המקיימים את נתוני השאלה.

לדוגמה, נתון כי ABCD הוא ריבוע, ומכאן שאורכו שווה לרוחבו. בנוסף נתון כי $EB = 2 \cdot BC$, ו- $GC = \frac{1}{2} \cdot CD$.

נציב כי $BC = CD = 2$, ומכאן שאם $BC = 2$, הרי ש- $EB = 2 \cdot BC = 4$, ואורך צלעו הארוכה של המלבן, הצלע EC שווה ל-6 ($EC = EB + BC = 4 + 2 = 6$).

אם $CD = 2$, הרי ש- $GC = \frac{1}{2} \cdot CD = 1$, שווה ל-1 ($GC = \frac{1}{2} \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$).

אורכי צלעות הריבוע הוא 2, ולכן שטח הריבוע הוא 4, אורכי צלעות המלבן הם 1 ו-6, ומכאן ששטחו שווה ל-6 ($1 \cdot 6 = 6$). $\frac{\text{שטח הריבוע } ABCD}{\text{שטח המלבן } EFGH} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

תשובה (3).

10. **השאלה:** נתון: $0 < x < y < \frac{1}{2}$

איזה מהביטויים הבאים הוא בעל הערך הגדול ביותר?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית

לשם הנוחות נציב כ- x ו- y , שני שברים בעלי מכנה זהה: x שווה ל- $\frac{1}{5}$ ו- y שווה ל- $\frac{2}{5}$.

תשובה (1): $x + y$. אם x שווה ל- $\frac{1}{5}$ ו- y שווה ל- $\frac{2}{5}$, הרי שסכומם שווה ל- $\frac{3}{5}$ $\left(x + y = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}\right)$.

תשובה (2): $2x$. אם x שווה ל- $\frac{1}{5}$, הרי ש- $2x$ שווים ל- $\frac{2}{5}$ $\left(2x = 2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5}\right)$.

תשובה (3): $x^2 + y^2$. אם x שווה ל- $\frac{1}{5}$, ו- y שווה ל- $\frac{2}{5}$, הרי שסכום ריבועיהם שווה ל- $\frac{1}{5}$.

$$\left(x^2 + y^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{1}{25} + \frac{4}{25} = \frac{1+4}{25} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}\right)$$

תשובה (4): $x \cdot y$. אם x שווה ל- $\frac{1}{5}$ ו- y שווה ל- $\frac{2}{5}$, הרי שמכפלתם שווה ל- $\frac{2}{25}$ $\left(x \cdot y = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{25}\right)$.

מצאנו כי ערכה של תשובה (1) הוא הגדול ביותר.

תשובה (1).

11. **השאלה:** סבתא בתיה חילקה סוכריות לשלושת נכדיה.

מספר הסוכריות שקיבל הנכד הבכור היה כפול ממספר הסוכריות שקיבל הנכד האמצעי, וגדול פי 3 ממספר הסוכריות שקיבל הנכד הצעיר. הנכד האמצעי קיבל 2 סוכריות יותר מהנכד הצעיר.

כמה סוכריות חילקה סבתא בתיה **סך הכול**?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית

לפי נתוני השאלה הנכד הבכור קיבל את מספר הסוכריות הגדול ביותר, פי 3 מהנכד הצעיר ופי 2 מהנכד האמצעי. ולכן, נציב לדוגמה את מספר הסוכריות של הנכד הבכור מספר המתחלק ב-2 וב-3, למשל 6. אם

הנכד הבכור קיבל 6 סוכריות, אז הנכד הצעיר קיבל 2 סוכריות $\left(\frac{6}{3} = \frac{6}{3}\right)$ והנכד האמצעי 3 סוכריות $\left(\frac{6}{2} = \frac{6}{2}\right)$.

במצב זה הנכד האמצעי קיבל סוכריה אחת יותר מהנכד הצעיר, בעוד שלפי הנתונים הנכד האמצעי קיבל 2 סוכריות מהצעיר.

נציב כדוגמה שהנכד הבכור קיבל 12 סוכריות. אם הנכד הבכור קיבל 12 סוכריות, אז הנכד הצעיר קיבל 4

סוכריות $\left(\frac{12}{3} = \frac{12}{3}\right)$ והנכד האמצעי 6 סוכריות $\left(\frac{12}{2} = \frac{12}{2}\right)$.

מצאנו כי הנכד האמצעי קיבל 2 סוכריות יותר מהנכד הצעיר, ולכן מספר הסוכריות הכולל שקיבלו הנכדים הוא $22 (= 12 + 6 + 4)$.

תשובה (4).

12.

השאלה: סיסמת מחשב צריכה להיות מורכבת מ-4 או 5 ספרות. כל אחת מספרות הסיסמה יכולות להיות כל אחת מהספרות בין 0 ל-9 (אותה ספרה יכולה לחזור על עצמה).

כמה סיסמאות שונות זו מזו אפשר להרכיב?

פתרון: לפנינו שאלת צירופים שבה עלינו למצוא מה מספר הסיסמאות השונות שניתן להרכיב שהיא בת 4 ספרות או 5 ספרות.

מספר האפשרויות השונות כאשר הסיסמה היא בת 4 ספרות:

מכיוון שכל אחת מספרות הסיסמה יכולה להיות כל אחת מהספרות בין 0 ל-9, הרי שלכל אחת מ-4 הספרות יש 10 אפשרויות וסך הכול מספר האפשרויות השונות לסיסמה בת 4 הספרות יש 10^4 ($= 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$).

מספר האפשרויות השונות כאשר הסיסמה היא בת 5 ספרות:

מכיוון שכל אחת מספרות הסיסמה יכולה להיות כל אחת מהספרות בין 0 ל-9, הרי שלכל אחת מ-4 הספרות יש 10 אפשרויות וסך הכול מספר האפשרויות השונות לסיסמה בת 5 הספרות יש 10^5 ($= 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$).

מספר האפשרויות להרכבת סיסמה בת 4 או 5 ספרות: $10^4 + 10^5$

תשובה (4).

13.

השאלה: נתון: $x \cdot y = 4$, $0 < x, y$

$$\frac{z}{\sqrt{x^3}} = \sqrt{y^3}$$

$z = ?$

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית.

נתון כי $x \cdot y = 4$, ולכן נציב כי $y = 1 - x = 4$, ונקבל: $\frac{z}{\sqrt{x^3}} = \sqrt{y^3} \Leftrightarrow \frac{z}{\sqrt{1^3}} = \sqrt{4^3} \Leftrightarrow \frac{z}{1} = \sqrt{64}$

$\Leftrightarrow z = 8$

דרך ב': אלגברה

נכפול את שני אגפי המשוואה ב- $\sqrt{x^3}$, ונקבל: $\frac{z}{\sqrt{x^3}} = \sqrt{y^3} \Leftrightarrow z = \sqrt{x^3} \cdot \sqrt{y^3} \Leftrightarrow z = \sqrt{x^3 \cdot y^3}$

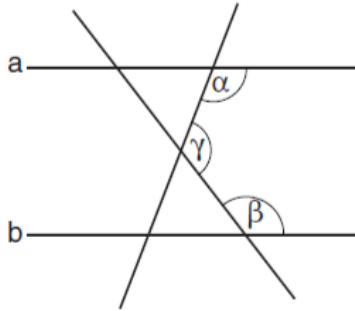
$z = \sqrt{(x \cdot y)^3}$. כעת נציב כי $x \cdot y = 4$, ונקבל: $z = \sqrt{(x \cdot y)^3} \Leftrightarrow z = \sqrt{4^3} \Leftrightarrow z = \sqrt{64} \Leftrightarrow z = 8$

תשובה (3).

14. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם $a \parallel b$

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

$$\gamma = ?$$



פתרון: בשאלה זו אנו נדרשים למצוא את גודלה של זווית γ

המהווה זווית חיצונית למשולש התחתון שבסרטוט.

הזווית הצמודה לזווית β שווה ל- $180^\circ - \beta$.

נתון כי הישרים מקבילים, ולכן הזווית הצמודה לזווית

השמאלית התחתונה במשולש התחתון היא זווית α

(זווית Z). אם הזווית הצמודה לזווית הפנימית שווה ל- α ,

הרי שהזווית הפנימית הצמודה לה שווה ל- $180^\circ - \alpha$.

זווית γ המהווה זווית חיצונית למשולש התחתון שבסרטוט, ולכן שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות

שאינן צמודות לה, כלומר: $\gamma = 180^\circ - \alpha + 180^\circ - \beta \Leftrightarrow \gamma = 360^\circ - \alpha - \beta$.

תשובה (4).

15. **השאלה:** הממוצע של 10 מספרים הוא 78. הממוצע של 4 מתוך 10 המספרים הוא 72.

מה הממוצע של 6 המספרים האחרים?

פתרון: דרך א' – נוסחת הממוצע

לפי נוסחת הממוצע: $\frac{\text{סכום כל האיברים}}{\text{מספר האיברים}} = \text{הממוצע}$, מכאן ש:

$$\text{מספר האיברים} \times \text{הממוצע} = \text{סכום האיברים}$$

אם הממוצע של 10 מספרים הוא 78, הרי שסכומם שווה ל- $(78 \cdot 10 =)$

הממוצע של 4 מתוך 10 המספרים הוא 72, הרי שסכומם הוא $(72 \cdot 4 =)$

מכאן ניתן להסיק שסכומם של 6 המספרים הנותרים הוא $(780 - 288 =)$

$$\text{הממוצע של 6 איברים שסכומם הוא 492 שווה ל-} \left(\frac{492}{6} = \right) 82.$$

דרך ב': "מרחקים" מהממוצע

סכום המרחקים מהממוצע מימין ומשמאל לממוצע - שווה.

אם הממוצע הוא 78 ויש 4 אברים שממוצעם הוא 72, הרי שמרחקו של כל אחד מהאיברים הללו

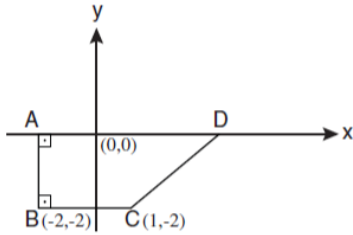
מהממוצע הוא $(78 - 72 =)$ 6 וסכום המרחקים של כל 4 האיברים הוא $(4 \cdot 6 =)$ 24.

על מנת שסכום מרחקי 6 האיברים הנמצאים מימין לממוצע יהיה 24, מרחקו של כל אחד מהם

מהממוצע צריך להיות 4 $\left(\frac{24}{6} = \right)$. נתון כי הממוצע הוא 78, ומכאן שממוצע 6 האיברים הוא 82

$$. (78 + 4 =)$$

תשובה (2).



16. **השאלה:** במערכת הצירים שלפניכם ABCD הוא

טרפז ישר-זווית ששטחו 16.

לפי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט,

מה ערכי הנקודה D?

פתרון:

שטח טרפז שווה ל- $\frac{\text{גובה הטרפז} \times \text{סכום אורכי הבסיסים}}{2}$

לפי נתוני הסרטוט גובה הטרפז הוא אורך הצלע AB, כלומר שווה ל-2.

אורך הבסיס BC שווה להפרש בערך מוחלט בין ערכי ה-x של הנקודות B ו-C, כלומר שווה ל-3

$$(|-2 - 1| = 3)$$

$$\text{נתון כי שטח הטרפז הוא 16, ומכאן ש: } \frac{(3 + AD) \cdot 2}{2} = 16 \Leftrightarrow (3 + AD) = 16$$

נחסר 3 משני האגפים, ונמצא כי אורכו של AD הוא 13.

מצאנו כי נקודה D נמצאת במרחק של 13 מנקודה A.

על מנת למצוא את שיעורה של נקודה D, עלינו למצוא ראשית את שיעור ה-x של נקודה A.

מכיוון שהצלע AB מאונכת לציר ה-x הרי ששיעור ה-x של הנקודה A שווה לשיעור ה-x של הנקודה B,

כלומר שווה ל-(-2).

על מנת שנקודה D תהיה במרחק של 13 מנקודה A, שיעור ה-x שלה 11 $(|-2 - 11| = 13)$.

תשובה (2).

17. **השאלה:** בבניין מגורים יש שש קומות. מהקומה השנייה ואילך, מספר הדיירים בכל קומה בבניין גדול

ב-2 או קטן ב-2 ממספר הדיירים בקומה שמתחתיה.

מה מהבאים יכול להיות ההפרש בין מספר הדיירים הגרים בקומה השישית לבין מספר הדיירים הגרים

בקומה הראשונה?

פתרון:

בשאלה זו עלינו למצוא מה **יכול** להיות ההפרש בין מספר הדיירים הגרים בקומה השישית לבין מספר

הדיירים הגרים בקומה הראשונה.

דרך א': דוגמה מספרית

לשם הדוגמה נניח כי מספר הדיירים בקומה הראשונה הוא 0.

מכיוון שמספר הדיירים בכל קומה גדול ב-2 או קטן ב-2, נניח כי מספר הדיירים בקומה השנייה גדול

ב-2, כלומר שווה ל-2 $(0 + 2 = 2)$.

באותו אופן נניח כי בקומה השלישית יש 4 דיירים $(2 + 2 = 4)$, בקומה הרביעית 6 דיירים $(4 + 2 = 6)$,

בקומה החמישית 8 דיירים $(6 + 2 = 8)$ ובקומה השישית, כדי לנסות ולהתאים לתשובות המוצעות, 2

דיירים פחות, כלומר 6 דיירים $(8 - 2 = 6)$. מצאנו כי יכול להיות שההפרש בין מספר הדיירים בקומה

הראשונה לקומה השישית הוא 6 דיירים.

דוד ב': רישום שיטתי של האפשרויות

בין הקומה הראשונה לקומה השישית יש 5 "הפרשים" $(6-1)$, כאשר כל הפרש יכול לייצג עליה או ירידה ב-2.

נכתוב בפירוט את האפשרויות, ונחשב מה ההפרש בכל אחת מהן.

מכיוון שלהפרש אין סימן, נחשב את ההפרש בערך מוחלט:

אם יהיו 5 עליות של 2, ההפרש יהיה 10 $(= |5 \cdot 2|)$.

אם יהיו 4 עליות של 2 וירידה אחת של 2, ההפרש יהיה 6 $(= |4 \cdot 2 - 2|)$.

אם יהיו 3 עליות של 2 ו-2 ירידות של 2, ההפרש יהיה 2 $(= |3 \cdot 2 - 2 \cdot 2|)$.

אם יהיו 2 עליות של 2 ו-3 ירידות של 2, ההפרש יהיה 2 $(= |2 \cdot 2 - 3 \cdot 2|)$.

אם תהיה עליה אחת של 2 ו-4 ירידות של 2, ההפרש יהיה 6 $(= |1 \cdot 2 - 4 \cdot 2|)$.

אם יהיו 5 ירידות של 2, ההפרש יהיה 10 $(= |5 \cdot 2|)$.

תשובה (2).

18. השאלה: נתון: $a^2 + b^2 = 40$

$$a \cdot b = 20$$

$$|a - b| = ?$$

פתרון: אנו יודעים כי $a^2 + b^2$ הם איברים מרכיבים את נוסחת הכפל המקוצרת הראשונה והשנייה, וכן הנתון לגבי מכפלתם של a ו- b . מכיוון שנתבקשנו למצוא את ההפרש בערך מוחלט, נשתמש בנוסחה

$$\text{השנייה: } (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$\Leftrightarrow (a - b)^2 = \underbrace{a^2 + b^2}_{40} - \underbrace{2ab}_{20}$$

$$(a - b)^2 = 40 - 2 \cdot 20 = 40 - 40 = 0$$

אם $(a - b)^2 = 0$ אז $a - b$ בהכרח שווה ל-0, ולכן $|a - b| = 0$.

תשובה (4).

19.

השאלה: נתונה חבית בצורת גליל שגובהו h ס"מ ורדיוס בסיסו r ס"מ. רוצים להכניס לתוך החבית מוט ישר ודק כך שהמוט יימצא כולו בתוך החבית.

מה האורך המקסימלי האפשרי של מוט כזה (בס"מ)?
(אין צורך להתחשב בעובי המוט)

פתרון: הדרך להכניס את המוט הארוך ביותר לגליל היא להכניס אותו באלכסון לרוחב הגליל, כך שהמוט יהווה יתר במשולש ישר-זווית שניצבו האחד הוא גובה הגליל h , והניצב השני הוא קוטר בסיס הגליל $2r$. נסמן את אורכו של המוט ב- x , ונמצא בעזרת משפט פיתגורס את אורך המוט:

$$\sqrt{h^2 + 4r^2} = x \Leftrightarrow h^2 + 4r^2 = x^2 \Leftrightarrow h^2 + (2r)^2 = x^2$$

תשובה (4).

20.

השאלה: במפעל עובדים 30 פועלים. למפעל הוכנסה מכונה חדישה אחת שהספקה שווה להספקם של 4 פועלים, וכדי להפעילה דרוש פועל אחד.

אם מספר הפועלים במפעל לא השתנה, פי כמה גדל ההספק הכולל של המפעל אחרי הכנסת המכונה?

פתרון: אם במפעל יש 30 פועלים, הרי שהוספת מכונה שהספקה שווה להספקם של 4 פועלים, מגדעיל את ההספק הכולל להספק השווה ל-34 פועלים ($30 + 4 =$). אולם, מכיוון שעל מנת להפעילה דרוש פועל אחד, הרי שהספקו של פועל זה נגרע מההספק הכולל, ולכן כדי לחשב את ההספק הכולל יש להוריד הספק של פועל אחד, ולקבל כי ההספק החדש של המפעל שווה להספק של 33 פועלים ($34 - 1 =$).

ההספק של 33 פועלים גדול מההספק של 30 פועלים ב- $\frac{33}{30}$. נצמצם את המונה והמכנה ב-3, ונקבל: $\frac{11}{10}$.

תשובה (1).