מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(1)	(2)	(2)	(4)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(1)	(2)	(3)	(3)	(2)	(2)	(1)	(1)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-9)

1. **השאלה**: היום רותי בת 7 שנים ותהילה בת 11 שנים.

בעוד כמה שנים יהיה ממוצע גיליהן 20 שנים?

פתרון: בדיקת תשובות

תשובה (1): 11. אם רותי בת 7, הרי שבעוד 11 שנים היא תהיה בת 18 $\left(=7+11\right)$. תהילה כיום בת 11 שנים, ומכאן שבעוד 11 שנים תהיה בת 22 $\left(=11+11\right)$. ממוצע הגילים שלהם בעוד 11שנים יהיה 20 $\left(=\frac{18+22}{2}=\frac{40}{2}\right)$. מכאן שזו התשובה הנכונה.

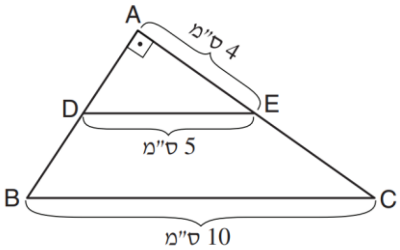
הערה: רותי בת 7 שנים ותהילה בת 11 שנים, ומכאן שממוצע גיליהן הוא 9 שנים $\left(=\frac{7+11}{2}=\frac{18}{2}\right)$.

בכל שנה שעוברת יגדל ממוצע גיליהן בשנה, ומכאן שבעוד 11 שנה יהיה ממוצע גיליהן 20 שנים $\left(=9+11\right)$.

תשובה (1).

---

2. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש ישר-זווית ABC.
נתון: הקטע DE מקביל לצלע BC.



לפי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט,
מה **היקף** המשולש ABC (בס"מ)?

פתרון: משולש ABC הוא משולש ישר-זווית אשר אורך היתר שלו הוא 10 ס"מ. על מנת למצוא את היקף המשולש, עלינו למצוא את אורך שני ניצביו: AB ו-AC.
נתון כי הקטע DE מקביל לצלע BC, ומכאן שהמשולשים ADE ו-ABC דומים זה לזה.
הצלעות DE ו-BC מתאימות זו לזו, שכן שתיהן נמצאות מול זווית בת $90°$.
מכיוון שאורך הצלע BC הוא 10 ס"מ ואורך הצלע AD הוא 5 ס"מ, ניתן להסיק שהיחס הקווי בין שני המשולשים הוא 1:2, כך שכל צלע במשולש הגדול – משולש ABC - גדולה פי 2 מהצלע המתאימה לה במשולש הקטן – משולש ADE.
מכיוון שעל פי הנתון אורך הצלע AE הוא 4 ס"מ, הרי שאורך הצלע המתאימה לה במשולש הגדול, הצלע AC, הוא 8 ס"מ $\left(=2\cdot 4\right)$.

קיבלנו כי במשולש ישר-הזווית ABC אורך היתר הוא 10 ס"מ, ואורך אחד הניצבים הוא 8 ס"מ, ומכאן שלפי השלשה המוכרת 6:8:10 אורך הניצב הנותר, הניצב AB הוא 6 ס"מ.
היקף המשולש הוא 24 ס"מ $\left(=6+8+10\right)$.

תשובה (2).

.3 **השאלה**: נתון: $y^2+2=4x^2-3x$

$y=2x-1$

$x=?$

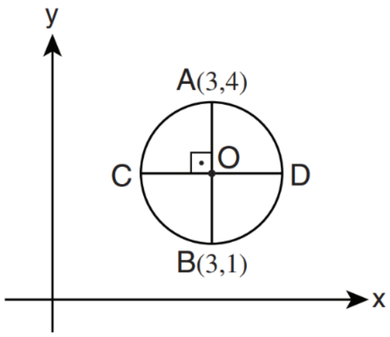
פתרון: על מנת למצוא את x עלינו 'להיפטר' מ-y. נציב את ערכו של y לפי המשוואה השנייה במשוואה הראשונה, ונקבל: $y^2+2=4x^2-3x \Leftarrow (2x-1)^2+2=4x^2-3x \Leftarrow 4x^2+1-4x+2=4x^2-3x$

נחסר $4x^2$ משני האגפים, ונקבל: $4x^2+1-4x+2=4x^2-3x \Leftarrow 3-4x=-3x$

נחבר 4x לשני האגפים, ונקבל: $3-4x=-3x \Leftarrow 3=x$

תשובה (3).

.4 **השאלה**: במערכת הצירים שלפניכם מעגל שמרכזו O.



לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,
מה ערכי הנקודה C?

פתרון: לפנינו מעגל שמרכזו בנקודה O. הישרים AB ו-CD עוברים דרך מרכז המעגל, ומכאן שהם קטרים במעגל.
מכיוון שערכי ה-x של הנקודות A ו-B זהה, הרי שהישר AB מאונך לציר ה-y, מכיוון שישר CD מאונך לו, הרי שהישר CD מקביל לציר ה-x.
אורכו של הישר AB שווה להפרש בין ערכי ה-y שבקצות הקו,

כלומר שווה ל-3 $(4-1=)$. אם אורך הקוטר הוא 3, הרי שאורכו של הרדיוס הוא 1.5 $\left(\frac{3}{2}=\right)$, וערך

ה-y של נקודה O הוא 2.5 $(1+1.5=)$.

מצאנו כי ערך ה-x של נקודה O הוא 3 וערך ה-y הוא 2.5.
CO הוא רדיוס המעגל ומכאן שערך ה-x של נקודה c צריך להיות קטן ב-1.5 מערך ה-x של נקודה O, כלומר שווה ל-1.5 $(3-1.5=)$.

הישר CD מקביל לציר ה-x, ערך ה-y של נקודה C שווה לערך ה-y של נקודה O, כלומר שווה ל-2.5.

תשובה (4).

.5 **השאלה**: $\frac{2}{3}$ ממספר העוגיות שיש בקופסה גדול ב-16 מ- $\frac{2}{5}$ ממספר העוגיות שיש בה.

כמה עוגיות יש בקופסה?

פתרון: עלינו למצוא מספר אשר ההפרש בין $\frac{2}{3}$ ממנו ל- $\frac{2}{5}$ ממנו שווה ל-16.

מכיוון שתשובות (1) ו-(2) מתחלקות ב-3 ללא שארית אך אינן מתחלקות ב-5, ניתן לפסול אותן.

<u>תשובה (3)</u>: 30. $\frac{2}{3}$ מ-30 שווים ל-20 $\left(\frac{2}{3}\cdot 30=\right)$, ו- $\frac{2}{5}$ מ-30 שווים ל-12 $\left(\frac{2}{5}\cdot 30=\right)$.

ההפרש בין שני המספרים שקיבלנו הוא 8 $(20-12=)$, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לסמן את התשובה הנותרת אולם נבדוק אותה לשם השלמת ההסבר.

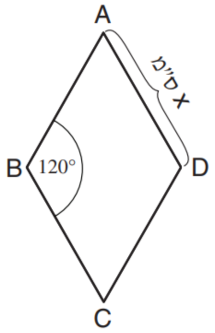
<u>תשובה (4)</u>: 60. $\frac{2}{3}$ מ-60 שווים ל-40 $\left(\frac{2}{3}\cdot 60=\right)$, ו- $\frac{2}{5}$ מ-60 שווים ל-24 $\left(\frac{2}{5}\cdot 60=\right)$.

ההפרש בין שני המספרים שקיבלנו הוא 16 $(40-24=)$, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

6. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעוין ABCD שאורך צלעו x ס"מ.



לפי נתונים אלו, והנתונים שבסרטוט,
מה שטח המעוין ABCD (בסמ"ר)?

פתרון: ראשית נסמן את כל הנתונים על גבי הסרטוט.
סכום זוויות סמוכות בכל מקבילית שווה ל-$180°$. מכאן שאם זווית ABC שווה ל-$120°$, הרי שזווית BAC שווה ל-$60°$ $(180° - 120° =)$.
לגבי המעוין נתון כי אורך צלעו היא x, ואת גודל הזוויות שלו.
נחלק את המעוין לשני משולשים באמצעות הישר BD.
נקבל שני משולשים שווי שוקיים שגודל זווית הראש שלהם הוא $60°$, כלומר שני משולשים שווי-צלעות.

נוסחת השטח לחישוב שטח משולש שווה צלעות היא $\frac{x^2\sqrt{3}}{4}$, ומכאן ששטח המעוין המורכב משני משולשים שווי-צלעות הוא $\frac{x^2\sqrt{3}}{2}$ $\left(2 \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} =\right)$.

תשובה (1).

---

7. **השאלה**: $\frac{2^3 \cdot 3^8 \cdot 4^5}{3^2 \cdot 4^6 \cdot 6} = ?$

פתרון: לפי חוקי החזקות $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$. באמצעות חוק זה נפשט את הביטוי שלפנינו, כאשר נצמצם בין הבסיסים הזהים 3 ו-4 במונה ובמכנה: $\frac{2^3 \cdot 3^8 \cdot 4^5}{3^2 \cdot 4^6 \cdot 6} ⇦ \frac{2^3 \cdot 3^{8-2} \cdot 4^{5-6}}{6} ⇦ \frac{2^3 \cdot 3^6 \cdot 4^{-1}}{6}$

כעת כדי להמשיך ולעבוד עם בסיסים זהים נפרק את 6 למכפלה של 2 ב-3 ונמיר את 4 לבסיס 2:

$\frac{2^3 \cdot 3^6 \cdot 4^{-1}}{6} ⇦ \frac{2^3 \cdot 3^6 \cdot (2^2)^{-1}}{2 \cdot 3} ⇦ \frac{2^3 \cdot 3^{6-1} \cdot 2^{-2}}{2} ⇦ \frac{2^{3+-2} \cdot 3^5}{2} ⇦ \frac{2^1 \cdot 3^5}{2} ⇦ 3^5$

תשובה (2).

---

8. **השאלה**: הפעולה \$ מוגדרת לכל מספר x כך: $\$(x) = x - |2x|$

$\$(a) - \$(-a) = ?$

פתרון: נתון כי הפעולה מוגדרת לכל מספר ולכן נציב בביטוי כי $a = 1$, ונחשב את ערכו של הביטוי:
$\$(a) - \$(-a) ⇦ \$(1) - \$(-1)$
לפי הגדרת פעולת ה-\$: $\$(x) = x - |2x|$
לפי הגדרת פעולת ה-\$, $\$(1)$ שווה ל- (1-) $\left[\$(1) = 1 - |2 \cdot 1| = 1 - 2 = -1\right]$,
ו- $\$(-1)$ שווה ל-(3-) $\left[\$(-1) = -1 - |2 \cdot (-1)| = -1 - |-2| = -1 - 2 =\right]$
כעת נציב את ערכם של הביטויים שחישבנו, ונקבל: $\$(1) - \$(-1)$ ⇦ $(-1) - (-3)$ ⇦ $-1 + 3$ ⇦ -2
כעת נציב $a = 1$ בתשובות, ונפסול את תשובות (1), (3) ו-(4), אשר ערכן שונה מ-2.

תשובה (2).

---

9. **השאלה** : נתן רץ 10 ק״מ במהירות קבועה. את 6 הק״מ הראשונים הוא עבר ב-39 דקות.

בכמה זמן עבר נתן את כל 10 הק״מ?

פתרון : לפנינו שאלת תנועה אשר לפיה נתון כי נתן עבר 6 ק״מ ב-39 דקות, ואנו נשאלים מה הזמן הדרוש לו לעבור 10 ק״מ. נבנה ריבוע יחסים לפני נתוני השאלה :

זמן	מרחק
39	6
x	10

לפי תכונות ריבוע יחסים נוכל למצוא את ערכו של x לפי ערך משולש : $x = \frac{39 \cdot 10}{6}$.

נפשט את הביטוי, באמצעות צמצום המונה והמכנה, ונקבל : $x = \frac{39 \cdot \cancel{10}^{5}}{{}_{3}\cancel{6}}$ ⇦ $x = \frac{{}^{13}\cancel{39} \cdot 5}{\cancel{3}_{1}}$ ⇦

$x = 13 \cdot 5$ ⇦ $x = 65$

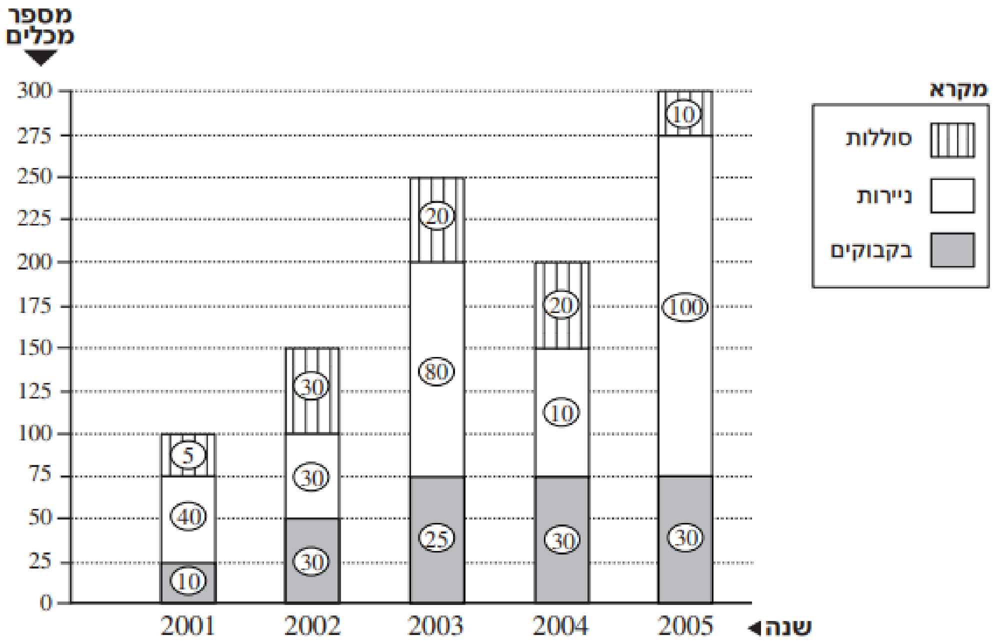
תשובה (4).

הסקה מתרשים (שאלות 14-10)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על חמש השאלות שאחריו.

במדינה מסוימת ממחזרים פסולת משלושה סוגים: סוללות, ניירות ובקבוקים.
בתרשים מוצגים נתונים על מספר מְכלי הפסולת המיועדת למִחזור שנאספו במדינה זו בשנים 2005-2001.
כל שנה מיוצגת בתרשים על ידי עמודה: גובה העמודה מייצג את סך כל מְכלי הפסולת שנאספו באותה שנה,
והחלוקה הפנימית של העמודה מייצגת את מספר מכלי הפסולת שנאספו מכל סוג (ראו מקרא).
המדינה מחולקת לשני אזורים - צפון ודרום, **והמספרים** הרשומים בתוך כל עמודה הם מספר מכלי הפסולת מכל סוג שנאספו **בצפון המדינה בלבד**.

לדוגמה: בשנת 2004 נאספו בכל המדינה בסך הכול 200 מכלי פסולת למחזור: 75 מהם מכלי בקבוקים ומתוכם 30 נאספו בצפון המדינה.



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

השאלות

.10 **השאלה**: באיזו שנה מן השנים שלהלן היה מספר מכלי הניירות שנאספו בדיוק 50% מסך כל המכלים שנאספו במדינה באותה שנה?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות, ונבדוק במי מהשנים מספר מכלי הניירות שנאספו בדיוק 50% מסך כל המכלים שנאספו במדינה באותה שנה.

<u>תשובה (1)</u>: 2005. בשנת 2005 נאספו סך הכול 300 מכלים, מתוכם 200 מכלי ניירות $(=275-75)$, מכיוון שמספר מכלי הניירות אינו מחצית מסך כול המכלים שנאספו, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u>: 2002. בשנת 2002 נאספו סך הכול 150 מכלים, מתוכם 50 מכלי ניירות $(=100-50)$, מכיוון שמספר מכלי הניירות אינו מחצית מסך כול המכלים שנאספו, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (3): 2003. בשנת 2003 נאספו סך הכול 250 מכלים, מתוכם 125 מכלי ניירות $(= 75 - 200)$, מכיוון שמספר מכלי הניירות הוא מחצית מסך כול המכלים שנאספו, הרי שזו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

11. **השאלה**: מִחזור מְכַל בקבוקים עולה 10 שקלים, מִחזור מְכַל ניירות עולה 20 שקלים, ומִחזור מְכַל סוללות עולה 30 שקלים.

כמה שקלים סך הכול עלה מחזור כל מכלי הפסולת שנאספו בשנת 2001?

פתרון: על מנת למצוא את הסכום הכולל שעלה מִחזור כל מכלי הפסולת בשנת 2001, נחשב את הסכום שעלה מחזור המכלים מכל סוג.

מכלי בקבוקים: בשנת 2001 מחזרו 25 מכלי בקבוקים. נתון כי מִחזור מְכַל בקבוקים עולה 10 שקלים, ומכאן שהעלות הכוללת למִחזור כל מכלי הבקבוקים בשנת 2001 היא 250 שקלים $(= 10 \cdot 25)$.

מכלי ניירות: בשנת 2001 מחזרו 50 מכלי ניירות $(= 25 - 75)$. נתון כי מִחזור מְכַל ניירות עולה 20 שקלים, ומכאן שהעלות הכוללת למִחזור כל מכלי הניירות בשנת 2001 היא 1,000 שקלים $(= 50 \cdot 20)$.

מכלי סוללות: בשנת 2001 מחזרו 25 מכלי סוללות $(= 75 - 100)$. נתון כי מִחזור מְכַל סוללות עולה 30 שקלים, ומכאן שהעלות הכוללת למִחזור כל מכלי הסוללות בשנת 2001 היא 750 שקלים $(= 25 \cdot 30)$.

העלות הכוללת למחזור כל המכלים בשנת 2001 היא 2,000 שקלים $(= 750 + 1,000 + 250)$.

תשובה (4).

---

12. **השאלה**: בנוגע לאיזו מן השנים הבאות שתי הטענות הבאות נכונות:

א. מספר מכלי הבקבוקים שנאספו בשנה זו שווה למספר מכלי הבקבוקים שנאספו בשנה הקודמת לה.

ב. אחוז מכלי הבקבוקים מתוך סך כל המכלים שנאספו בשנה זו קטן מאחוז זה בשנה הקודמת לה.

פתרון: נבדוק לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות האם אותה שנה מקיימת את שתי הטענות:

תשובה (1): 2005.

א. מספר מכלי הבקבוקים שנאספו בשנת 2005, ומספר מכלי הבקבוקים שנאספו בשנת 2004 שווה. ומכאן שטענה א' נכונה.

ב. מספר מכלי הבקבוקים הכולל שנאספו בשנת 2005 הוא 300, ומספר מכלי הבקבוקים הכולל שנאספו בשנת 2004 קטן יותר, ולכן אחוז מכלי הבקבוקים שנאספו בשנת 2005 מתוך סך כול המכלים קטן מאחוז מכלי הבקבוקים שנאספו בשנת 2004 מתוך סך כול המכלים. מכיוון שגם טענה זו נכונה לגבי שנת 2005, זו התשובה הנכונה. לשם השלמת ההסבר נעבור על יתר התשובות:

תשובה (2): 2002.

א. מספר מכלי הבקבוקים שנאספו בשנת 2002, ומספר מכלי הבקבוקים שנאספו בשנה הקודמת לה – שנת 2001 אינו שווה, ומכאן שטענה א' אינה נכונה, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3): 2003.

א. מספר מכלי הבקבוקים שנאספו בשנת 2003, ומספר מכלי הבקבוקים שנאספו בשנה הקודמת לה – שנת 2002 אינו שווה, ומכאן שטענה א' אינה נכונה, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (4): 2004.

א. מספר מכלי הבקבוקים שנאספו בשנת 2004, ומספר מכלי הבקבוקים שנאספו בשנת 2003 שווה, ומכאן שטענה א' נכונה.

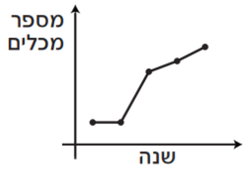
ב. מספר מכלי הבקבוקים הכולל שנאספו בשנת 2004 הוא 200, ומספר מכלי הבקבוקים הכולל שנאספו בשנת 2003 גדול יותר, ולכן אחוז מכלי הבקבוקים שנאספו בשנת 2004 מתוך סך המכלים גדול מאחוז מכלי הבקבוקים שנאספו בשנת 2003 מתוך סך כול המכלים. מכיוון שטענה זו אינה נכונה לגבי שנת 2004, התשובה נפסלת.

תשובה (1).

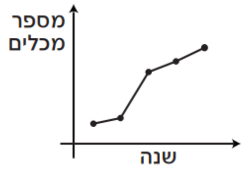
---

13. **השאלה**: איזה מן הגרפים הבאים יכול לתאר את מספר המכלים שנאספו בדרום המדינה בשנים המתוארות בתרשים?

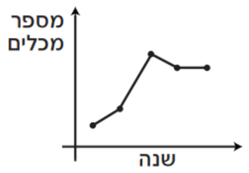
(1)



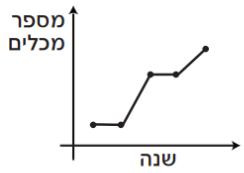
(2)



(3)



(4)



פתרון: בתוך כל עמודה רשום מספר המציין את מספר מכלי הפסולת שנאספו בצפון המדינה. נתבונן בתרשים ונראה שבשנת 2001 נאספו בסך הכול 100 מכלי פסולת, מהם 55 בצפון המדינה $(= 5 + 40 + 10)$, ומכאן שנאספו 45 מכלי פסולת בדרום המדינה $(= 55 - 100)$.

בשנת 2002 נאספו בסך הכול 150 מכלי פסולת, מהם 90 בצפון המדינה $(= 30 + 30 + 30)$, ומכאן שנאספו 60 מכלי פסולת בדרום המדינה $(= 90 - 150)$.

אם בשנת 2001 נאספו 45 מכלי פסולת בדרום המדינה ובשנת 2002 נאספו 60 מכלי פסולת בדרום המדינה, הרי שתשובות (1) ו-(4) מהתרשימים המוצעים, אשר לפיהן, מספר מכלי הפסולת שנאספו בדרום המדינה בשנים אלו שווה, אינן נכונות וניתן לפסול אותן.
נתבונן בשתי התשובות שנותרו, ונראה כי ההבדל בין שתי התשובות הנותרות הוא שלפי תשובה (3) יש ירידה במספר המכלים שנאספו בין השנים 2003 ל-2004 ואילו לפי תשובה (2) יש עליה בשנים אלו.
בשנת 2003 נאספו בסך הכול 250 מכלי פסולת, מהם 125 בצפון המדינה $(= 20 + 80 + 25)$, ומכאן שבשנת 2003 נאספו 125 מכלי פסולת בדרום המדינה $(= 125 - 250)$.

בשנת 2004 נאספו בסך הכול 200 מכלי פסולת, מהם 60 בצפון המדינה $(= 20 + 10 + 30)$, ומכאן שבשנת 2004 נאספו 140 מכלי פסולת בדרום המדינה $(= 60 - 200)$.

מכיוון שמצאנו שבשנת 2003 נאספו 125 מכלי פסולת בדרום המדינה ובשנת 2004 נאספו 140 מכלי פסולת בדרום המדינה, הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה (2).

תשובה (2).

---

14. **השאלה**: בכל שנה שבה המדינה מכריזה על מבצע לעידוד המִחזור – סך כל המכלים שנאספים גדול פי 1.5 בדיוק מסך כל המכלים שנאספו בשנה שלפניה.

באילו מן השנים שלהלן ייתכן שהוכרז מבצע לעידוד המִחזור?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות, ונבדוק לגבי כל תשובה האם בשנים המצוינות כמות המכלים שנאספה גבוהה פי 1.5 מהשנה שקדמה לה.

<u>תשובה (1)</u>: 2002 ו-2003.

כמות המכלים שנאספה בשנת 2002 היא 150, וכמות המכלים שנאספה בשנה שקדמה לה – שנת 2001, הייתה 100 מכלים. מכיוון שכמות המכלים שנאספה בשנת 2002 גבוהה פי 1.5 מהכמות שנאספה בשנה שקדמה לה, הרי שייתכן כי ב-2002 הוכרז על מבצע לעידוד המִחזור.
כמות המכלים שנאספה בשנת 2003 היא 250, וכמות המכלים שנאספה בשנת 2002 היא 150. מכיוון שכמות המכלים שנאספה בשנת 2003 אינה גבוהה פי 1.5 מהכמות שנאספה בשנה שקדמה לה $\left(\frac{250}{150} = \frac{5}{3} \neq 1.5\right)$, הרי שלא ייתכן כי ב-2003 הוכרז על מבצע לעידוד המִחזור.

<u>תשובה (2)</u> : 2002 ו-2004.

בבדיקת התשובה הקודמת מצאנו כי ייתכן שב-2002 הוכרז על מבצע לעידוד המִחזור.
ממבט בתרשים ניתן להבחין כי העמודה של שנת 2004 נמוכה מהעמודה של שנת 2003, ולכן לא ייתכן כי ב-2004 הוכרז על מבצע לעידוד המִחזור.

<u>תשובה (3)</u> : 2002 ו-2005.

בבדיקת התשובה הראשונה מצאנו כי ייתכן שב-2002 הוכרז על מבצע לעידוד המִחזור.
ממבט בתרשים ניתן להבחין כי העמודה של שנת 2004 נמוכה מהעמודה של שנת 2003, ולכן לא ייתכן כי ב-2004 הוכרז על מבצע לעידוד המִחזור.
כמות המכלים שנאספה בשנת 2005 היא 300, וכמות המכלים שנאספה בשנת 2004 היא 200. מכיוון שכמות המכלים שנאספה בשנת 2005 גבוהה פי 1.5 מהכמות שנאספה בשנה שקדמה לה $\left(=\frac{300}{200}\right)$,

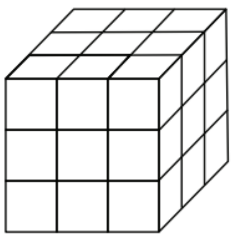
הרי שייתכן כי ב-2005 הוכרז על מבצע לעידוד המִחזור.

ייתכן שבשתי השנים שנמצאות בתשובה הוכרז על מבצע לעידוד המִחזור, ולכן זו התשובה נכונה, ואין צורך להמשיך ולבדוק את תשובה (4).

תשובה (3).

שאלות ובעיות (שאלות 15-20)

15. **השאלה** : לרון הייתה קובייה גדולה. הוא צבע את כל פאותיה באדום.
לאחר מכן חילק רון את הקובייה הגדולה ל-27 קוביות קטנות, כבסרטוט.



לכמה מהקוביות הקטנות יש בדיוק 2 פאות הצבועות באדום?

פתרון : בשאלה זו אנו נדרשים למצוא את הקוביות הקטנות שיש להן בדיוק שתי פאות הצבועות באדום.
הקוביות הפינתיות בכל פאה הן בעלות 3 פאות הצבועות באדום.
הקובייה האמצעית בכל פאה היא בעלת פאה אחת הצבועה באדום.
יש קובייה אחת נוספת במרכז כל הקוביות הקטנות שאין לה אף פאה הצבועה באדום.
כל יתר הקוביות הן בעלות 2 פאות הצבועות באדום.
יש 27 קוביות בסך הכול. נוריד 8 קוביות פינתיות + 1 קובייה אמצעית + 6 קוביות הנמצאות במרכז כל פאה, ונמצא כי יש 12 קוביות בעלות 2 פאות בדיוק הצבועות באדום $(27-8-1-6=)$.

תשובה (3).

---

16. **השאלה** : a, b ו-c הם מספרים שלמים וחיוביים.

נתון : $2 \cdot a \cdot b \cdot c = 630$

איזה מהמספרים הבאים **אינו** יכול להיות ערכו של a?

פתרון : נפשט את הנתון על ידי חלוקת שני האגפים ב-2, ונקבל: $2 \cdot a \cdot b \cdot c = 630 \Leftarrow a \cdot b \cdot c = 315$

תוצאת המכפלה של a, b ו-c היא 315, הרי ש-315 חייב להיות כפולה של a או במילים אחרות מתחלק ב-a ללא שארית. 315 הוא מספר אי-זוגי, ולכן לא יתכן שאחד מהגורמים המרכיבים אותו יהיה 2.

תשובה (2).

---

17. **השאלה**: x הוא מספר שלם וחיובי.

$$\frac{x!}{x^2} < 1$$

כמה ערכים שונים יכולים להיות ל-x?

פתרון: ספירה ידנית

בשאלה זו אנו נשאלים כמה ערכים שונים יכולים להיות ל-x.
x הוא מספר חיובי, על מנת ששבר חיובי יהיה קטן מ-1 על המונה להיות קטן מהמכנה.
מכיוון שלפי רוב התשובות מדובר במספר קטן של מקרים, נבדוק האם זה המצב או האם יש אינסוף מצבים כאלו.

כאשר $x = 1$: $1! = 1$, $1^2 = 1$, ולכן המונה והמכנה שווים וערכו של השבר הנתון $\frac{x!}{x^2}$ שווה ל-1, ואינו קטן מ-1, כלומר כאשר $x = 1$ לא מקיים א הנתון.

כאשר $x = 2$: $2! = 1 \cdot 2 = 2$, $2^2 = 4$. ערכו של השבר הוא $\frac{2}{4}$, כלומר קטן מ-1.

כאשר $x = 3$: $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$, $3^2 = 9$. ערכו של השבר הוא $\frac{6}{9}$, כלומר קטן מ-1.

בשלב זה ניתן לפסול את תשובות (1) ו-(3), ולבדוק האם יש מצבים נוספים שמקיימים והתשובה היא (4) או שאלו שני המצבים היחידים המקיימים את הנתון.

כאשר $x = 4$: $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$, $4^2 = 16$. ערכו של השבר הוא $\frac{24}{16}$, כלומר גדול מ-1.

כיוון שהמצב השתנה, נבדוק האם אכן זו המגמה על ידי בדיקת מספר נוסף:

כאשר $x = 5$: $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$, $5^2 = 25$. ערכו של השבר הוא $\frac{120}{25}$, כלומר גדול מ-1.

נראה שהיחס בין המונה למכנה רק הולך וגדל לטובת המונה, ולכן ניתן לקבוע שהתשובה היא (2).

תשובה (2).

---

18. **השאלה**: כל אחת מן הגולות של דפנה יכולה להיות באחד משלושה צבעים: כחול, ירוק או כתום.
לדפנה 40 גולות. **לכל הפחות** 10 מהן כחולות, **ולכל היותר** 10 מהן כתומות.
נסמן ב-g את מספר הגולות הירוקות של דפנה.

g הוא לכל הפחות _______ ולכל היותר _________.

פתרון: מבקשים מאיתנו למצוא את ערכו המינימלי והמקסימלי של g.
מינימום: נתון שלדפנה לדפנה 40 גולות. **לכל הפחות** 10 מהן כחולות, **ולכל היותר** 10 מהן כתומות.
על מנת למצוא את מספר הגולות הירוקות המינימלי, אנחנו צריכים למצוא מה מספרן המקסימלי של הגולות הכחולות והכתומות. לפי הנתון לפחות 10 מהגולות כחולות, ולכן יתכן גם מצב שבו **כל** הגולות הן כחולות. במצב כזה יש 0 גולות ירוקות, וזה המספר המינימלי של גולות אלו.

מקסימום: נתון שלדפנה לדפנה 40 גולות. **לכל הפחות** 10 מהן כחולות, **ולכל היותר** 10 מהן כתומות.
על מנת למצוא את מספר הגולות הירוקות המקסימלי, אנחנו צריכים למצוא מה מספרן המינימלי של הגולות הכחולות והכתומות. לפי הנתון לפחות 10 מהגולות כחולות, ולכן מספרן המינימלי של הגולות הכחולות הוא 10. לפי הנתון יש לכל היותר 10 גולות כתומות, ולפיכך יתכן שאין כלל גולות כתומות.
במצב שבו מתוך 40 הגולות יש 10 כחולות ו-0 כתומות, יש 30 גולות ירוקות $(= 40 - 10 - 0)$.

תשובה (1).

.19 **השאלה**: אורנה מטילה בזה אחר זה x מטבעות, ולאחר מכן מטילה בזו אחר זו y קוביות. היא כותבת על דף את סדרת תוצאות ההטלות.
התוצאות האפשריות בהטלת מטבע הן עץ ופלי, והתוצאות האפשריות בהטלת קובייה הן המספרים 1 עד 6.
כמה סדרות שונות זו מזו יכולות להתקבל?

פתרון: על מנת למצוא את מספר הסדרות השונות שניתן לקבל נציב במקום x ו-y מספרים נוחים, למשל $x = 1$ ו- $y = 1$.

בהטלת מטבע יש שתי אפשרויות ולכן מספר האפשרויות כאשר מטילים מטבע אחד הוא 2.
בהטלת קובייה יש שש אפשרויות ולכן מספר האפשרויות כאשר מטילים קובייה פעם אחת הוא 6.
מספר התוצאות השונות האפשריות כאשר מטילים מטבע אחד וקובייה אחת הוא 12 $(= 2 \cdot 6)$.
כעת נציב במקום x ו-y בתשובות $x = 1$ ו- $y = 1$, ונפסול כל תשובה אשר ערכה שונה מ-12.

<u>תשובה (1)</u>: $2^x \cdot 6^y$. כאשר $x = 1$ ו- $y = 1$, ערכו של הביטוי הוא 12 $(= 2^1 \cdot 6^1)$, ולכן התשובה לא נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $x^2 \cdot y^6$. כאשר $x = 1$ ו- $y = 1$, ערכו של הביטוי הוא 1 $(= 1^2 \cdot 1^6)$, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $2^x + 6^y$. כאשר $x = 1$ ו- $y = 1$, ערכו של הביטוי הוא 8 $(= 2^1 + 6^1)$, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $x^2 + y^6$. כאשר $x = 1$ ו- $y = 1$, ערכו של הביטוי הוא 2 $(= 1^2 + 1^6)$, ולכן התשובה נפסלת.

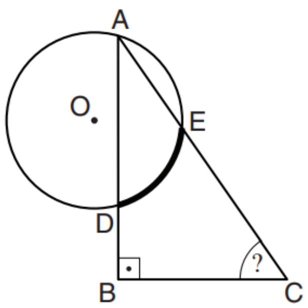
מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לקבוע שהתשובה הנכונה היא תשובה (1).

תשובה (1).

.20 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש ישר-זווית ABC.
הנקודה O היא מרכז מעגל שרדיוסו 3 ס"מ.
A, D ו-E הן נקודות על היקף המעגל.
נקודות D ו-E נמצאות על צלעות AB ו-AC, בהתאמה.

נתון: אורך הקשת המודגשת DE הוא $\frac{\pi}{2}$ ס"מ.

$\sphericalangle ACB = ?$



פתרון: על מנת למצוא את גודל הזווית המבוקשת, שהיא אחת מהזוויות החדות של משולש ישר-זווית, עלינו למצוא מה גודלה של הזווית השנייה במשולש – זווית DAE.
זווית DAE היא זווית היקפית הנשענת על הקשת המודגשת DE.
מכיוון שנתון אורך רדיוס המעגל ואורך הקשת DE, נמצא איזה חלק מהווה הקשת DE מתוך היקף המעגל, וכל נדע למצוא מה גודלה של הזווית המרכזית וההיקפית הנשענות על קשת זו.
נתון כי אורכו של רדיוס המעגל הוא 3 ס"מ, ומכאן שהיקף המעגל הוא 6π ס"מ $(= 2\pi \cdot 3 = 2\pi r)$.

אם אורך הקשת המודגשת DE הוא $\frac{\pi}{2}$ ס"מ, הרי שהיא מהווה $\frac{1}{12}$ מהיקף המעגל $\left(= \frac{\frac{\pi}{2}}{6\pi} = \frac{\cancel{\pi}^{1}}{2} \cdot \frac{1}{6\cancel{\pi}_{1}} = \right)$. אם הקשת DE מהווה $\frac{1}{12}$ מהיקף המעגל, הרי שהזווית המרכזית הנשענת עליה צריכה להיות שווה ל- $30°$ $\left(= 360° \cdot \frac{1}{12}\right)$.

הזווית DAE היא זווית היקפית הנשענת על הקשת DE ולכן היא שווה למחצית מהזווית המרכזית הנשענת על קשת זו, כלומר שווה ל- 15° $\left(=\frac{1}{2}\cdot 30^\circ\right)$

מכיוון שזווית ACB משלימה את הזווית DAE ל- 90°, הרי שהיא שווה ל- 75° $\left(= 90^\circ - 15^\circ\right)$.

תשובה (4).
