מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(4)	(4)	(2)	(4)	(2)	(2)	(3)	(4)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(4)	(3)	(3)	(4)	(1)	(3)	(4)	(4)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-7)

1. **השאלה**: נתון: m הוא מספר שלם קטן מ-0.

$$m = x + y - 5$$

$(x + y)$ הוא בהכרח מספר ______.

פיתרון: אלגברה

מכיוון שנתון כי m מספר שלם קטן מ-0, ונתון כי $m = x + y - 5$, הרי ש: $x + y - 5 < 0$.

נוסיף 5 לשני האגפים, ונקבל: $x + y < 5$.

מכיוון שנשאלנו מה ניתן להסיק לגבי סכומם של x ו-y, הרי שמאי-השוויון שקיבלנו ניתן להסיק כי סכומם הוא מספר שלם הקטן מ-5.

תשובה (1).

---

2. **השאלה**: בטבלה שלפניכם מפורטים משקליהם של בני משפחה אחת וכלבם.

בבניין שהמשפחה גרה בו יש מעלית המסוגלת לשאת 100 ק״ג לכל היותר.

הכלב יכול לעלות במעלית רק אם הוא מלווה באדם אחד לפחות.

כמה פעמים לכל הפחות צריכה המעלית לעלות

כדי להעלות את כל בני המשפחה, כולל הכלב, לקומה שבה נמצאת דירתם?

	משקל (בק״ג)
אבא	83
אימא	64
סבתא	50
אח	42
אחות	39
כלב	20

פיתרון: המגבלה שבשאלה היא המשקל המקסימלי שהמעלית מסוגלת לשאת.

על מנת למצוא את מספר הפעמים המינימלי שהמעלית צריכה לעלות על מנת שכל בני המשפחה יעלו, ננסה להכניס כמה שיותר בני משפחה יחדיו בכל עלייה.

במבט על המספרים שבטבלה נראה כי לא ניתן להכניס יותר משני בני משפחה יחד במעלית מפאת מגבלת המשקל, ולכן עלינו 'להסתפק' בעלייה בזוגות.

'נעלה' בנסיעתה הראשונה של המעלית את הכלב עם בן המשפחה הכבד ביותר האפשרי, כלומר האימא $(64 + 20 < 100)$.

עליה שנייה: האבא חייב לעלות לבד מכיוון שבשל מגבלת המשקל, לא ניתן לצרף אליו בן משפחה נוסף.

עליה שלישית: הסבתא יכולה לעלות במעלית עם האח או עם האחות.

עלייה רביעית: האח או האחות עולים לבדם.

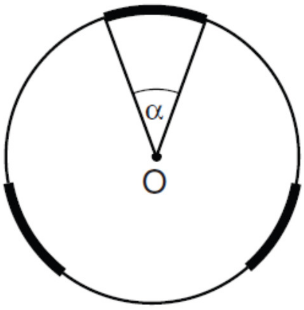
תשובה (4).

---

3. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O. אורכי 3 הקשתות המודגשות שווים זה לזה.

סכום אורכי הקשתות המודגשות שווה ל- $\frac{1}{3}$ מהיקף המעגל.

$\alpha = ?$



פיתרון: נתון כי סכום אורכי 3 הקשתות שווה ל- $\frac{1}{3}$ מהיקף המעגל.

סכום הזוויות המרכזיות הנשענות על כל ההיקף שווה ל-$360°$, ומכאן ניתן להסיק כי סכום הזוויות המרכזיות הנשענות על 3 הקשתות ביחד שווה ל-$120°$ $\left(\frac{1}{3}\cdot 360° =\right)$.

מכיוון שאורכי 3 הקשתות המודגשות שווה, הרי שהזווית המרכזית הנשענת על כל אחת מהו שווה ל- $\frac{1}{3}$ מ-$120°$, כלומר ל-$40°$.

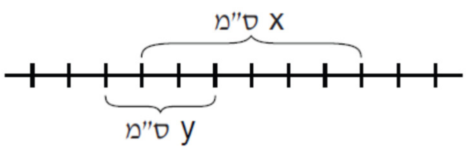
תשובה (4).

---

4. **השאלה**: הישר שמחולק לקטעים בעלי אורך שווה.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

$\frac{x}{y} = ?$



פיתרון: נתון כי כל הקטעים שעל הישר הם בעלי אורך שווה, ולפיכך כל שעלינו לעשות הוא לספור את מספר הקטעים המרכיבים את x ומספר הקטעים המרכיבים את y.
מספר הקטעים המרכיבים את x הוא 6.
מספר הקטעים המרכיבים את y הוא 3.

$$\frac{x}{y} = \frac{6}{3} = 2$$

תשובה (2).

---

5. **השאלה**: מטילים יחד שתי קוביות הוגנות.

מה ההסתברות שיתקבל אותו מספר בשתי הקוביות?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: כאשר מטילים שתי קוביות ישנן 36 תוצאות אפשריות.
מתוך 36 התוצאות האפשריות ישנן 6 תוצאות רצויות: 1,1 ; 2,2 ; 3,3 ; 4,4 ; 5,5 ו-6,6.
ההסתברות שיתקבל אותו מספר בשתי הקוביות היא $\frac{1}{6}$ $\left(\frac{6}{36} =\right)$.

<u>דרך ב'</u>: ההסתברות להתרחשות שני אירועים היא מכפלת ההסתברות לקבלת כל אחד מהם בנפרד או במילים אחרות ההסתברות לקבלת המספר הראשון כפול ההסתברות לקבלת המספר השני.
מכיוון שבהטלה הראשונה אין כל משמעות למספר שיתקבל, כל התוצאות שנקבל רצויות לנו, כלומר ההסתברות היא 1 $\left(\frac{6}{6} =\right)$.

בהטלה השנייה יש אפשרות אחת בלבד הרצויה לנו: שהמספר שיתקבל יהיה זהה לזה שקיבלנו בהטלה הראשונה, ולפיכך ההסתברות שהמספר שיתקבל בהטלה השנייה יהיה זהה לזה שקיבלנו בהטלה הראשונה היא $\frac{1}{6}$.

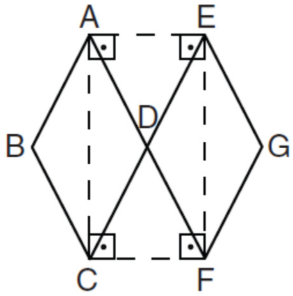
ההסתברות להתרחשותם של שני האירועים היא $\frac{1}{6}$ $\left(1\cdot\frac{1}{6}=\right)$.

תשובה (4).

---

6. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם שני מעוינים חופפים (ABCD ו-EDFG) בעלי קדקוד משותף D.

$$\frac{\text{שטח המלבן ACFE}}{\text{שטח המעוין ABCD}} = ?$$



פיתרון: כאשר מעבירים אלכסון במקבילית, האלכסון מחלק את המקבילית לשני משולשים השווים בשטחם.

כאשר מעבירים במקבילית שני אלכסונים, האלכסונים מחלקים את המקבילית ל- 4 משולשים השווים בשטחם.

מלבן ומעוינים הם סוגים שונים של מקבילית, מכאן ש:

א) המלבן ACFE מורכב מ-4 משולשים השווים בשטחם.

ב) האלכסון AC, מחלק את המעוין ABCD לשני משולשים השווים בשטחם.

נסמן את שטחו של כל אחד מהמשולשים ב-x.

שטח המלבן ACFE מורכב מ-4 משולשים שווים בשטחם, כלומר שווה ל-4x, ושטח המעוין ABCD מורכב משני משולשים, כלומר שטחו שווה ל-2x.

$$\frac{\text{שטח המלבן ACFE}}{\text{שטח המעוין ABCD}} = \frac{4x}{2x} = 2$$

תשובה (2).

שימו לב: ניתן לפתור את השאלה באמצעות הצבת דוגמה.

נניח לדוגמה כי הצורה שבסרטוט היא משושה משוכלל, על אף שהצורה אינה בהכרח כזו.

במקרה כזה ניתן לחלק את המשושה ל-12 משולשי זהב זהים.

שטח המלבן ACFE מורכב מ-8 משולשי זהב ושטח המעוין מ-4 משולשי זהב, ולפיכך שטח המלבן גדול פי 2 משטח המעוין.

---

7. **השאלה**: סופר כתב סיפור ב-3 ימים רצופים.

בשני הימים הראשונים כתב 15 עמודים בממוצע ליום, וביום השלישי כתב 21 עמודים.

מספר העמודים הממוצע ליום שכתב הסופר בכל שלושת הימים גדול ב-____ ממספר העמודים הממוצע ליום שהוא כתב בשני הימים הראשונים.

פיתרון: על מנת לענות על השאלה עלינו לחשב את מספר העמודים הממוצע שכתב הסופר בשלושת הימים. מכיוון שהסופר כתב בשני הימים הראשונים 15 עמודים בממוצע ליום, הרי שבשני ימים אלו כתב הסופר 30 עמודים $(15\cdot 2=)$.

אם ביום השלישי כתב הסופר 21 עמודים, הרי שבסך הכול כתב הסופר 51 עמודים במהלך שלושת הימים, כלומר בממוצע בשלושת הימים כתב הסופר 17 עמודים ליום $\left(\frac{51}{3}=\right)$.

מספר העמודים הממוצע ליום שכתב הסופר בכל שלושת הימים הוא 17, כלומר גדול ב-2 ממספר העמודים הממוצע ליום שכתב הסופר בשני הימים הראשונים.

תשובה (2).

הסקה מטבלה (שאלות 8-11)

עיינו היטב בטבלה שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריה.

בטבלה נתונים על ארבעה מכוני הכנה לבחינת קבלה לעבודה: אברא, קדברא, הוקוס ופוקוס.
הנתונים מתייחסים למידת הצלחתם של המכונים ולמספר מכתבי התודה שקיבלו בכל אחת מהשנים 1995-1999.
"אחוז הצלחה" הוא אחוז התלמידים שלמדו במכון והתקבלו לעבודה באותה שנה.

לדוגמה, בשנת 1999 קיבל מכון אברא 12,000 מכתבי תודה והגיע ל-100% הצלחה.

	אברא		קדברא		הוקוס		פוקוס	
	אחוז הצלחה	מספר מכתבי תודה	אחוז הצלחה	מספר מכתבי תודה	אחוז הצלחה	מספר מכתבי תודה	אחוז הצלחה	מספר מכתבי תודה
1995	60	6,000	75	7,000	70	7,000	60	9,000
1996	70	7,000	75	8,000	75	8,000	35	8,000
1997	60	8,000	75	8,000	80	9,000	50	7,000
1998	80	9,000	75	9,000	85	10,000	40	5,000
1999	100	12,000	80	9,500	95	12,000	30	3,000

.8 **השאלה** : באיזה מהמכונים המספר הממוצע של מכתבי תודה לשנה היה הגדול ביותר?

פיתרון : על מנת למצוא את המספר הממוצע של מכתבי תודה לשנה עלינו לחלק את מספר מכתבי התודה הכולל בכל מכון במספר השנים המתוארות בתרשים (5 שנים).
מכיוון שבכל אחד מן החישובים שאנו עומדים לערוך, אנו מחלקים את מספרם הכולל של מכתבי התודה, באותו מספר – 5, מספיק למצוא את המכון אשר מספרם הכולל של מכתבי התודה שהוא קיבל הוא הגדול ביותר.

<u>תשובה (1)</u> : אברא. מספר מכתבי התודה הכולל שקיבל אברא הוא 42,000
$(6,000+7,000+8,000+9,000+12,000=)$.

<u>תשובה (2)</u> : קדברא. מספר מכתבי התודה הכולל שקיבל קדברא הוא 41,500
$(7,000+8,000+8,000+9,000+9,500=)$.

<u>תשובה (3)</u> : הוקוס. מספר מכתבי התודה הכולל שקיבל הוקוס הוא 46,000
$(7,000+8,000+9,000+10,000+12,000=)$.

<u>תשובה (4)</u> : פוקוס. מספר מכתבי התודה הכולל שקיבל הוקוס הוא 32,000
$(9,000+8,000+7,000+5,000+3,000=)$

לסיכום : מכיוון שמכון הוקוס קיבל את מספר מכתבי התודה הכולל הגדול ביותר במהלך 5 השנים, ממוצע מספר מכתבי התודה שלו לשנה הוא הגדול ביותר.

תשובה (3).

9. **השאלה**: איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): בכל מכון שאחוזי ההצלחה שלו עלו משנת 1995 עד שנת 1996, המשיכו אחוזי ההצלחה לעלות משנה לשנה עד שנת 1999.

במכון אברא עלו אחוזי ההצלחה בין שנת 1995 לשנת 1996- מ-60% בשנת 1995 ל-70% בשנת 1996, אולם בין שנת 1996 לשנת 1997 ירדו אחוזי ההצלחה מ- 70% ל-60%. תשובה (1) נפסלת.

תשובה (2): המכון שלמדו בו מספר התלמידים הגדול ביותר בשנת 1999 היה מכון הוקוס.

מספר מכתבי התודה אינו נתון אשר לפיו ניתן לדעת מה מספר התלמידים שלמדו במכון, שכן יתכן שכל התלמידים נתנו מכתבי תודה אולם יתכן שיש תלמידים רבים שלא נתנו מכתבי תודה.
"אחוז ההצלחה" הוא אחוז המלמד על מספר התלמידים שהתקבלו לעבודה מתוך כלל התלמידים שלמדו במכון, אולם מכיוון שאיננו יודעים מה מספר התלמידים שהתקבל לעבודה לא ניתן לדעת מה מספר התלמידים ומכאן שלא ניתן לדעת מיהו המכון שבו למד מספר התלמידים הגדול ביותר בשנת 1999.

תשובה (3): כל מכון צבר יותר מ-40,000 מכתבי תודה בשנים 1995-1999.

כפי שראינו בשאלה הקודמת, מכון פוקוס צבר 32,000 מכתבי תודה בשנים 1995-1999, ולכן תשובה זו נפסלת.

תשובה (4): משנת 1996 עד שנת 1997, רק במכון אחד ירדו אחוזי ההצלחה.

מכיוון שרק במכון אברא ירדו אחוזי ההצלחה משנת 1996 עד שנת 1997, זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

10. **השאלה**: במכון קדברא לומדים בכל שנה אותו מספר של תלמידים.

במהלך 5 שנות הפעילות, מה היה אחוז התלמידים שהתקבלו לעבודה מתוך התלמידים שלמדו במכון קדברא?

פיתרון: **דרך א'**: אחוזים

על מנת למצוא את אחוז התלמידים שהתקבלו לעבודה מתוך התלמידים שלמדו במכון קדברא בשנים 1995-1999, עלינו למצוא מה מספר תלמידים אשר התקבלו לעבודה בכל חמשת השנים מתוך מספר התלמידים הכולל במכון באותם שנים.
מכיוון שאין נתונים מספריים לגבי מספר התלמידים בכל שנה, נניח לשם פשטות החישוב כי מספר התלמידים שלמדו במכון בכל שנה היה 100, ובסך הכול מספר התלמידים הכולל הוא 500 $(= 5 \cdot 100)$.

בשנים 1995-1998 הצליחו בכל שנה להתקבל לעבודה 75% ממספר התלמידים, כלומר בכל שנה מ-4 השנים 1995-1998, התקבלו 75 תלמידים לעבודה $(= 100 \cdot 75\%)$.

בשנת 1999 היה אחוז ההצלחה 80%, כלומר בשנה זו התקבלו 80 תלמידים לעבודה.
סך הכול בכל חמשת השנים התקבלו לעבודה 380 תלמידים $(= 80 + 75 \cdot 4)$ מתוך 500 התלמידים שלמדו במכון קדברא.

עלינו למצוא לכמה אחוזים שווה המספר 380 מן השלם 500.

מספר	**אחוזים**
500	100%
380	x

מכיוון שהיחס בכל שורה שווה: $\frac{380}{x} = \frac{500}{100}$ ⇦ $\frac{380}{x} = 5$, נכפול את שני האגפים ב-x, ונקבל:
$5x = 380$, נחלק ב-5, ונקבל: $x = 76$.

במהלך 5 שנות הפעילות, 76% מהתלמידים שלמדו במכון קדברא התקבלו לעבודה.

<u>דרך ב'</u>: ממוצע

אם במכון קדברא לומדים בכל שנה אותו מספר של תלמידים ניתן למצוא את אחוז התלמידים שהתקבלו לעבודה מתוך התלמידים שלמדו במכון קדברא בשנים 1995-1999, על ידי מציאת אחוז התלמידים הממוצע שהתקבל לעבודה. זהו למעשה ממוצע בין קבוצות, אבל כאשר כל הקבוצות שוות בגודלן הממוצע בין הקבוצות זהה לממוצע רגיל.
בכל אחת מ-4 השנים 1995-1998 הצליחו בכל שנה להתקבל לעבודה 75% ממספר התלמידים,
בשנת 1999 היה אחוז ההצלחה 80%.

האחוז הממוצע שהתקבל לעבודה בחמשת השנים הוא 76% $\left(\frac{75+75+75+75+80}{5} = \frac{380}{5} = \right)$.

תשובה (1).

---

11. **השאלה**: באיזה מהמכונים היה היחס $\frac{\text{אחוז הצלחה}}{\text{מספר מכתבי תודה}}$ הגבוה ביותר בשנת 1995?

פיתרון: נחשב למה שווה הביטוי המבוקש בכל אחד מהמכונים.

<u>תשובה (1)</u>: אברא. אחוז ההצלחה במכון אברא בשנת 1995 היה 60 ומספר מכתבי התודה הוא 6,000.
היחס $\frac{\text{אחוז הצלחה}}{\text{מספר מכתבי תודה}}$ שווה במכון אברא ל- $\frac{60}{6,000}$ שמצטמצם ל- $\frac{1}{100}$.

<u>תשובה (2)</u>: קדברא. <u>אחוז</u> ההצלחה במכון קדברא בשנת 1995 היה 75 ומספר מכתבי התודה הוא 7,000. היחס $\frac{\text{אחוז הצלחה}}{\text{מספר מכתבי תודה}}$ שווה במכון קדברא ל- $\frac{75}{7,000}$.

מכיוון ששבר זה גדול מ- $\frac{1}{100}$ תשובה (1) נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: הוקוס. אחוז ההצלחה במכון הוקוס בשנת 1995 היה 70 ומספר מכתבי התודה הוא 7,000. היחס $\frac{\text{אחוז הצלחה}}{\text{מספר מכתבי תודה}}$ שווה במכון הוקוס ל- $\frac{70}{7,000}$ אשר ניתן לצמצם ל- $\frac{1}{100}$.
תשובה (2) גדולה מתשובה (3), ולכן תשובה (3) נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: פוקוס. אחוז ההצלחה במכון פוקוס בשנת 1995 היה 60 ומספר מכתבי התודה הוא 9,000, ולפיכך היחס $\frac{\text{אחוז הצלחה}}{\text{מספר מכתבי תודה}}$ שווה במכון פוקוס ל- $\frac{60}{9,000}$ שניתן לצמצם $\frac{1}{150}$.
השבר $\frac{1}{150}$ קטן מהשבר $\frac{1}{100}$.

תשובה (2).

שאלות ובעיות (שאלות 12-20)

.12 **השאלה**: נתון: $(x \cdot y)^2 = 7$.

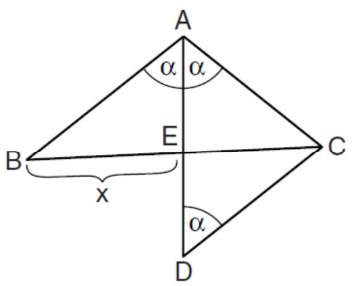
$x < 0$

לא ייתכן ש-

פיתרון: נתון כי $(x \cdot y)^2 = 7$. נוציא שורש לשני האגפים, ונקבל כי $x \cdot y = \pm\sqrt{7}$.
מכיוון שמצאנו כי המכפלה $x \cdot y$ יכולה להיות חיובית ויכולה להיות שלילי, הרי שעל אף שנתון כי x שלילי, y יכול להיות חיובי ויכול להיות שלילי. תשובות (1) ו-(2) נפסלות.
המכפלה $x \cdot y$ שווה ל- $\sqrt{7}$, יתכן כי x הוא שבר ו-y יהיה מספר שלם. תשובה (3) נפסלת.
על פי תשובה (4) $y = \frac{1}{x}$. במקרה כזה x ו-y הם מספרים הופכיים, ותוצאת המכפלה $x \cdot y$ שווה ל-1 $\left(x \cdot y = x \cdot \frac{1}{x} =\right)$. מכיוון שלפי הנתונים המכפלה $x \cdot y$ צריכה להיות שווה ל- $\sqrt{7}$, זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

.13 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם AE חוצה את הזווית $\angle BAC$ במשולש ABC.
D היא נקודה על המשך AE.



נתון: $AB \parallel CD$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{3}{2}$$

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
$EC = ?$

פיתרון: מכיוון שישרים AB ו-CD מקבילים זה לזה, משולשים ABE ו-CDE הם משולשים דומים (זוויות מתחלפות שוות וזוויות קודקודיות).
כאשר שני משולשים דומים זה לזה קיים יחס קבוע בין כל זוג צלעות מתאימות, ולפיכך: $\frac{AB}{CD} = \frac{x}{EC}$.
על פי נתוני השאלה קיים יחס בין הצלע AB לצלע AC $\left(\frac{AB}{AC} = \frac{3}{2}\right)$, אולם אנו מעוניינים בצלע CD.
נתבונן במשולש ACD על מנת למצוא יחס בין הצלע AC לצלע CD.
על פי הסרטוט במשולש ACD שתי זוויות השוות ל-α, הרי שהמשולש הוא שווה שוקיים והצלעות הנמצאות מול הזוויות שוות זו לזו, כלומר $AC = CD$.
מכאן שהיחס בין הצלע AB לצלע CD שווה ליחס שבין AB לצלע AC, כלומר שווה ל- $\frac{3}{2}$.
מכאן שגם היחס בין הצלע x לצלע EC שווה ל- $\frac{3}{2}$, כלומר: $\frac{x}{EC} = \frac{3}{2}$.
נכפול את שני האגפים ב- $2 \cdot CE$, ונקבל כי: $2x = 3 \cdot CE$, נחלק את שני האגפים ב-3, ונקבל:
$CE = \frac{2x}{3}$.

תשובה (3).

.14 **השאלה**: a, b ו-c הם מספרים שלמים וחיוביים, $a < b < c$.
נתון: $a + b + c = 10$

מה הערך הקטן ביותר שהביטוי $(c - a)$ יכול לקבל?

פיתרון:

a, b ו-c הם מספרים שלמים וחיוביים ולפיכך ההפרש המינימלי בין c ל-a הוא 2, שהרי אם ההפרש ביניהם הוא 1, b אינו מספר שלם.
כאשר ההפרש בין c ל-a הוא 2, שלושת המספרים הם מספרים עוקבים. נבדוק האם ישנה שלשת מספרים עוקבים אשר סכומם הוא 10.
אם $a = 1$, $b = 2$ ו- $c = 3$, הרי שסכומם שווה ל-6. מכיוון שסכום זה קטן מ-10 נבדוק את שלשת המספרים העוקבים הבאה: $a = 2$, $b = 3$ ו- $c = 4$, במקרה זה סכומם של שלושת המספרים שווה ל- 9 $(= 2 + 3 + 4)$.
בבדיקה של שלשת המספרים העוקבים הבאה: $a = 3$, $b = 4$ ו- $c = 5$, ניווכח לראות כי סכומם הוא 12 $(= 3 + 4 + 5)$, כלומר אין שלשת מספרים עוקבים אשר סכומם שווה ל- 10.
מכיוון שנוכחנו לדעת כי ההפרש בין המספר המקסימלי והמינימלי אינו 1 ואינו 2, נחפש שלשה של מספרים שלמים וחיוביים אשר ההפרש בין האיבר המקסימלי והמינימלי הוא 3 ואשר סכומם שווה ל-10, למשל 2, 3 ו-5.
מצאנו שלשת מספרים שלמים וחיוביים אשר סכומה שווה ל-10 וההפרש בין האיבר הגדול ביותר לאיבר הקטן ביותר הוא 3 $(= 5 - 2)$.
כפי שהראינו אין שלשה אשר בה ההפרש קטן יותר.

תשובה (3).

.15 **השאלה**: אלי מנקה רצפות בקצב קבוע של 5 מ"ר בשעה.
ברוך מנקה רצפות בקצב קבוע של 10 מ"ר בשעה.
אלי וברוך ניקו יחד את רצפת ביתם, ששטחה 100 מ"ר.

כמה מ"ר ניקה אלי, אם ידוע שברוך עבד בדיוק מחצית מהזמן שעבד אלי?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות

<u>תשובה (1)</u>: 15.

אלי מנקה רצפות בקצב קבוע של 5 מ"ר בשעה, ומכאן שהזמן הדרוש לו על מנת לסיים לנקות 15 מ"ר הוא 3 שעות $\left(= \frac{15}{5}\right)$.

ברוך עבד בדיוק מחצית מהזמן שעבד אלי, כלומר ברוך עבד שעה וחצי $\left(= \frac{3}{2}\right)$.

ברוך מנקה רצפות בקצב קבוע של 10 מ"ר בשעה, כלומר ברוך מנקה בשעה וחצי 15 מ"ר $(= 1.5 \cdot 10)$.
מכיוון שעל פי תשובה זו אלי וברוך ניקו יחדיו 30 מ"ר $(= 15 + 15)$, וידוע כי שטח הדירה הוא 100 מ"ר, זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u>: 20.

אלי מנקה רצפות בקצב קבוע של 5 מ"ר בשעה, ומכאן שהזמן הדרוש לו על מנת לסיים לנקות 20 מ"ר הוא 4 שעות $\left(= \frac{20}{5}\right)$.

ברוך עבד בדיוק מחצית מהזמן שעבד אלי, כלומר ברוך עבד שעתיים $\left(= \frac{4}{2}\right)$.

ברוך מנקה רצפות בקצב קבוע של 10 מ"ר בשעה, כלומר ברוך מנקה בשעתיים 20 מ"ר $(= 2 \cdot 10)$.

על פי תשובה זו אלי וברוך ניקו יחדיו 40 מ״ר $(=20+20)$. שטח הדירה הוא 100 מ״ר, ומכאן שזו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (3)</u>: 25.

אלי מנקה רצפות בקצב קבוע של 5 מ״ר בשעה, ומכאן שהזמן הדרוש לו על מנת לסיים לנקות 25 מ״ר הוא 5 שעות $\left(=\frac{25}{5}\right)$.

ברוך עבד בדיוק מחצית מהזמן שעבד אלי, כלומר ברוך עבד שעתיים וחצי $\left(=\frac{5}{2}\right)$.

ברוך מנקה רצפות בקצב קבוע של 10 מ״ר בשעה, כלומר ברוך מנקה בשעתיים וחצי 25 מ״ר $(=2.5\cdot 10)$. על פי תשובה זו אלי וברוך ניקו יחדיו 50 מ״ר $(=25+25)$, זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (4)</u>: 50.

אלי מנקה רצפות בקצב קבוע של 5 מ״ר בשעה, ומכאן שהזמן הדרוש לו על מנת לסיים לנקות 50 מ״ר הוא 10 שעות $\left(=\frac{50}{5}\right)$.

ברוך עבד בדיוק מחצית מהזמן שעבד אלי, כלומר ברוך עבד 5 שעות $\left(=\frac{10}{2}\right)$.

ברוך מנקה רצפות בקצב קבוע של 10 מ״ר בשעה, כלומר ב-5 שעות ברוך מנקה 50 מ״ר $(=5\cdot 10)$. על פי תשובה זו אלי וברוך ניקו יחדיו 100 מ״ר $(=50+50)$, זו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

קצב עבודתו של ברוך הוא 10 מ״ר לשעה, ואילו קצב עבודתו של אלי הוא 5 מ״ר לשעה, כלומר קצב עבודתו של ברוך כפול מקצב עבודתו של אלי.
אם קצב עבודתו של ברוך כפול מזה של אלי, וברוך עובד מחצית מהזמן שעבד אלי, הרי שהעבודה הכוללת שעשה ברוך שווה לעבודה שעשה אלי. כלומר, כל אחד מהם ניקה בדיוק מחצית מהדירה. שטח הדירה הוא 100 מ״ר, כלומר כל אחד מהם ניקה 50 מ״ר $\left(=\frac{100}{2}\right)$.

תשובה (4).

---

16. **השאלה**: מחירו של כיסא הוא 80% ממחירו של ארון.
מחירו של שולחן גבוה ב- 25% ממחירו של כיסא.

$$\frac{\text{מחיר שולחן}}{\text{מחיר ארון}}=?$$

פיתרון: מכיוון שאין נתונים מספריים בשאלה, נציב כי מחירו של ארון הוא 100 שקלים.
אם מחירו של כיסא הוא 80% ממחיר הארון, הרי שמחיר הכיסא הוא 80 שקלים $(=80\%\cdot 100)$.

מחירו של שולחן גבוה ב- 25% ממחירו של כיסא, כלומר מחיר השולחן גבוה ב- $\frac{1}{4}$ ממחיר הכיסא.

$\frac{1}{4}$ מ-80 הם 20, ולפיכך אם מחירו של כיסא הוא 80 שקלים, הרי שמחיר השולחן גבוה ב-20 שקלים, כלומר שווה ל-100 שקלים.

מצאנו כי אם מחיר הארון הוא 100 שקלים, הרי שמחיר השולחן אף הוא שווה ל-100 שקלים, ומכאן:

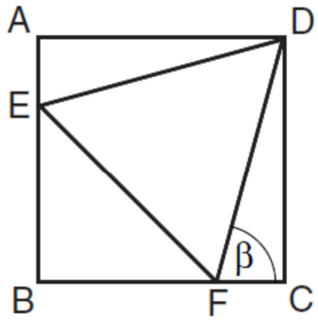
$$\frac{\text{מחיר שולחן}}{\text{מחיר ארון}}=\frac{100}{100}=1$$

תשובה (1).

---

17. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא ריבוע ו-DEF הוא משולש שווה-צלעות.

$\beta = ?$



פיתרון: נתבונן במשולש DFC.

משולש DFC הוא משולש ישר זווית $(\angle DCF = 90°)$.

על מנת למצוא את גודל הזווית המבוקשת – β, עלינו למצוא את גודל זווית FDC.

מכיוון שמדובר בשאלה זו בריבוע ומשולש שווה צלעות שהן שתי צורות משוכללות, ניתן להיעזר בשיקולי סימטריה.

משולש DEF הוא משולש שווה צלעות, כלומר כל אחת מזוויותיו שווה ל-60°, משיקולי סימטריה זווית ADE ו-FDC שוות, ולפיכך כל אחת מהן שווה ל-15° $\left(=\frac{90° - 60°}{2}\right)$.

מכיוון שסכום זוויות במשולש שווה ל-180°, הרי שזווית β שווה ל-75° $(= 180° - 90° - 15°)$.

תשובה (2).

---

18. **השאלה**: $\frac{36^3 \cdot 6^2}{3^9 \cdot 2^6} = ?$

פיתרון: התשובות המוצעות הן שברים פשוטים ולכן ברור כי עלינו לפשט את הביטוי הנתון.
הבסיסים במכנה הם 2 ו-3 ולפיכך על מנת לעבוד עם בסיסים זהים 'נפרק' את המספרים במונה לבסיסים אלו ואז נפשט את הביטוי בעזרת חוקי החזקות:

$$\frac{36^3 \cdot 6^2}{3^9 \cdot 2^6} = \frac{\left((6)^2\right)^3 \cdot (2 \cdot 3)^2}{3^9 \cdot 2^6} = \frac{\left((2 \cdot 3)^2\right)^3 \cdot 2^2 \cdot 3^2}{3^9 \cdot 2^6} = \frac{\left(2^2 \cdot 3^2\right)^3 \cdot 2^2 \cdot 3^2}{3^9 \cdot 2^6} = \frac{2^{2 \cdot 3} \cdot 3^{2 \cdot 3} \cdot 2^2 \cdot 3^2}{3^9 \cdot 2^6} =$$

$$\frac{2^6 \cdot 3^6 \cdot 2^2 \cdot 3^2}{3^9 \cdot 2^6} = \frac{2^{6+2} \cdot 3^{6+2}}{3^9 \cdot 2^6} = \frac{2^8 \cdot 3^8}{3^9 \cdot 2^6} = 2^{8-6} \cdot 3^{8-9} = 2^2 \cdot 3^{-1} = 4 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

תשובה (4).

---

19. **השאלה**: A, B ו-C הן אותיות המייצגות ספרות שונות בין 0 ל-9.

נתון:

$$\begin{array}{r} AA \\ \times \; BB \\ \hline ACA \end{array}$$

איזה מן המספרים הבאים יכול להיות AA?

פיתרון: על מנת למצוא מיהם המספרים המקיימים את הביטוי כדאי לשים לב כי הספרות בגורם AA, זהות לספרת המאות בתוצאה - A.
רק אם נכפול מספר דו-ספרתי ב-11, נקבל ספרת מאות הזהה לספרת העשרות שלו, ומכאן שעלינו להסיק כי המספר BB הוא 11.
כעת נבחן כל אחת מן התשובות המוצעות ונבדוק מי מהן מקיימת את תנאי השאלה.

<u>תשובה (1)</u>: 77. אם AA שווה ל-77, הרי שהתרגיל המוצע הוא 77×11, במקרה כזה תוצאת התרגיל היא 847. מכיוון שספרת המאות (A) בתוצאה שקיבלנו היא 8, בעוד שערכה של הספרה A בגורם AA היא 7, זו אינה התשובה הנכונה.

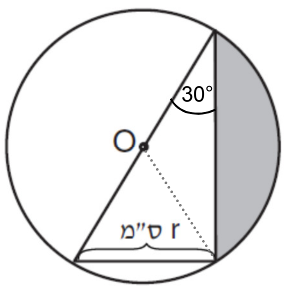
<u>תשובה (2)</u>: 66. אם AA שווה ל-66, הרי שהתרגיל המוצע הוא 11×66, במקרה כזה תוצאת התרגיל היא 726. מכיוון שספרת המאות (A) בתוצאה שקיבלנו היא 7, בעוד שערכה של הספרה A בגורם AA היא 6, זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (3)</u>: 55. אם AA שווה ל-55, הרי שהתרגיל המוצע הוא 11×55, במקרה כזה תוצאת התרגיל היא 605. מכיוון שספרת המאות (A) בתוצאה שקיבלנו היא 6, בעוד שערכה של הספרה A בגורם AA היא 5, זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (4)</u>: 44. אם AA שווה ל-44, הרי שהתרגיל המוצע הוא 11×44, במקרה כזה תוצאת התרגיל היא 484. מכיוון שספרת המאות (A) בתוצאה שקיבלנו היא 4, בעוד שערכה של הספרה A בגורם AA היא 4, זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

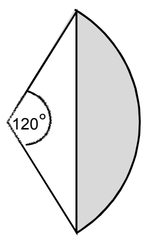
.20 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O ורדיוסו r ס״מ.



לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה גודל השטח הכהה (בסמ״ר)?

פיתרון: מציאת גודלו של שטח כהה, אשר אינו מהווה צורה מוכרת או חלק ידוע של צורה מוכרת, נעשה באמצעות חיסור שטחים.
נתבונן ראשית במשולש שבסרטוט.
אחת מצלעות המשולש שבסרטוט היא מיתר העובר דרך מרכז המעגל ולכן הוא קוטר. מכיוון שגודלה של זווית היקפית הנשענת על קוטר שווה ל-$90°$, הרי שהמשולש שבסרטוט הוא משולש ישר זווית.
על פי נתוני הסרטוט, אורך אחד מניצבי המשולש הוא r ס״מ, כלומר מחצית מאורך היתר שהיא קוטר המעגל.
משולש אשר אורך אחד מניצביו שווה למחצית אורך היתר הוא משולש זהב, והזווית שמול הניצב הקטן, המהווה מחצית מאורך היתר היא $30°$. נסמן את הזוויות בסרטוט.
נחבר ישר ממרכז המעגל אל קודקוד הזווית הישרה. קו זה גם הוא רדיוס במעגל ולכן יוצר משולש שווה שוקיים שזוויות הבסיס שלו הן בנות $30°$. זווית הראש במשולש זה שווה ל- $120°$ $\left(180°-30°-30°=\right)$ והיא מגדירה גזרה שדרכה נוכל למצוא את השטח הכהה.

נתמקד בגזרה זו: ניתן לראות כי השטח המבוקש מורכב מחיסור של שטח הגזרה שיצרנו פחות שטח משולש שווה שוקיים.
כעת עלינו למצוא שטחים אלה ולחסר ביניהם:



א. שטח הגזרה: הגזרה שלפנינו מהווה $\frac{1}{3}$ משטח המעגל כולו $\left(\frac{120°}{360°}=\right)$,

כלומר: $\frac{1}{3}\cdot\pi r^2$ (בשלב זה תשובות (1) ו-(2) נפסלות).

ב. שטח המשולש:

כפי שראינו מוקדם יותר, משולש זה הוא משולש שווה שוקיים בעל זוויות בסיס בנות $30°$, ולכן ניתן לחלק אותו באמצעות גובה לשני משולשי זהב. בכל אחד ממשולשי הזהב הללו, היתר שווה לרדיוס המעגל, ואם כך, הרי שהניצב הקטן שווה ל- $\frac{r}{2}$ והניצב הגדול שווה ל- $\frac{r}{2}\cdot\sqrt{3}$.

באמצעות נתונים אלה ניתן לחשב את שטח המשולש שווה השוקיים:

$$\frac{r^2\sqrt{3}}{4}=\frac{r}{2}\cdot\frac{r}{2}\sqrt{3}=2\cdot\frac{\text{מכפלת הניצבים}}{2}=2\cdot\text{משולש זהב}=\text{משולש שווה שוקיים}$$

לסיום, נחסר בין השטחים ונקבל: $\frac{\pi r^2}{3}-\frac{r^2\sqrt{3}}{4}=\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)r^2$.

תשובה (4).
