מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(2)	(4)	(2)	(1)	(4)	(4)	(2)	(1)	(2)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(2)	(2)	(3)	(1)	(4)	(3)	(4)	(4)	(1)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-10)

1. **השאלה**: נתון: $0 < x, y$

$x \cdot y = 16$

$\frac{x}{y} = 4$

$x + y = ?$

פיתרון: **דרך א'**: הצבת דוגמה מספרית

על פי נתוני השאלה תוצאות המכפלה x ב-y ותרגיל החילוק של x ב-y הם מספרים שלמים. כמו כן התשובות לשאלה גם הן מספרים שלמים, ולפיכך נחפש זוג מספרים שלמים x ו-y המקיימים את נתוני השאלה. זוג המספרים $x = 8$ ו- $y = 2$ מקיים את נתוני השאלה, ולפיכך סכומם של x ו-y הוא 10 $(8 + 2 =)$.

דרך ב': אלגברה (חילוץ והצבה)

על מנת לפתור מערכת משוואות יש לחלץ משתנה מאחת המשוואות ולהציבו במשוואה השנייה.
נחלץ את x מהמשוואה השנייה על ידי כפל של שני האגפים ב-y, ונקבל כי $x = 4y$, נציב נתון זה במשוואה הראשונה $(x \cdot y = 16)$, ונקבל כי $4y \cdot y = 16 \Leftarrow 4y^2 = 16$.
נחלק את שני האגפים ב-4, ונקבל: $y^2 = 4 \Leftarrow y = \pm 2$.
מכיוון שנתון כי x ו-y גדולים מ-0, הרי ש-y בהכרח שווה ל-2, ומכאן ש-x שווה ל-8 $(x = 4 \cdot 2 =)$.

תשובה (1).

---

2. **השאלה**: רוני רוצה לנסוע מביתו לביתה של שירה. המרחק בין שני הבתים הוא 60 ק"מ. הוא יכול לנסוע במהירות של 90 קמ"ש לכל היותר.

מה השעה המאוחרת ביותר שבה רוני יכול לצאת מביתו כדי להגיע ב-11:00 לביתה של שירה?

פיתרון: על מנת לצאת בשעה המאוחרת ביותר לכיוון ביתה של שירה עליו לשהות זמן מינימלי בדרך, כלומר לנסוע במהירות המקסימלית האפשרית.

הזמן הדרוש לעבור מרחק של 60 ק"מ במהירות של 90 קמ"ש הוא $\frac{2}{3}$ שעה $\left(\frac{\text{מרחק}}{\text{מהירות}} = \frac{60}{90} =\right)$ או 40 דקות $\left(\frac{2}{3} \cdot 60 =\right)$, ולפיכך השעה המאוחרת ביותר שבה רוני יכול לצאת מביתו על מנת להגיע ב-11:00 לביתה של שירה היא 10:20.

תשובה (2).

---

3. **השאלה**: מספר החולצות של אדוה כפול ממספר החולצות של מיקה, ומספר החולצות של מיקה כפול ממספר החולצות של נעמה.

איזה מהמספרים הבאים יכול להיות סך כל החולצות של שלושתן?

פיתרון:

דרך א׳: אלגברה

מספר החולצות של נעמה הוא הקטן ביותר, ולפיכך נסמן מספר זה ב-x.

מספר החולצות של מיקה כפול ממספר החולצות של נעמה, ומכאן שלמיקה 2x חולצות.

מספר החולצות של אדוה כפול ממספר החולצות של מיקה, ומכאן שלאדוה 4x חולצות.

מספר החולצות הכולל של שלושת הבנות הוא 7x $(= x + 2x + 4x)$, ומכאן שמספר החולצות הכולל של שלושת הבנות הוא מספר המתחלק ב-7 ללא שארית.

דרך ב׳: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שהמספרים בתשובות הם קטנים יחסית נציב מספרים המקיימים את נתוני השאלה עד שנגיע למספר השווה לאחת התשובות המוצעות.

נציב כי מספר החולצות של נעמה הוא 1.

מספר החולצות של מיקה כפול ממספר החולצות של נעמה, ומכאן שלמיקה 2 חולצות.

מספר החולצות של אדוה כפול ממספר החולצות של מיקה, ומכאן שלאדוה 4 חולצות $(= 2 \cdot 2)$.

מספר החולצות של שלושת הבנות גם יחד במקרה זה הוא 7 $(= 1 + 2 + 4)$.

כעת נציב כי מספר החולצות של מיקה הוא 2, ונקבל כי מספר החולצות של נעמה הוא 4 ומספר החולצות של אדוה הוא 8. מספר החולצות של שלושת הבנות גם יחד במקרה זה הוא 14 $(= 2 + 4 + 8)$.

נציב כי מספר החולצות של מיקה הוא 3, ונקבל כי מספר החולצות של נעמה הוא 6 ומספר החולצות של אדוה הוא 12. מספר החולצות של שלושת הבנות גם יחד הוא 21 $(= 3 + 6 + 12)$.

תשובה (4).

---

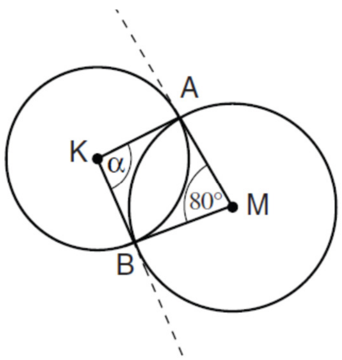
4. **השאלה**: M ו-K הם מרכזי מעגלים הנחתכים בנקודות A ו-B.

MA משיק בנקודה A למעגל שמרכזו בנקודה K.

KB משיק בנקודה B למעגל שמרכזו בנקודה M.

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,

$\alpha = ?$



פיתרון: רדיוס לנקודת ההשקה יוצר זווית של $90°$ עם המשיק, ולפיכך זווית KAM וזווית KBM שוות ל-$90°$.

נתבונן במרובע KBMA:

סכום זוויות פנימיות במרובע שווה ל-$360°$, ולפיכך $\alpha = 100°$ $(= 360° - 90° - 90° - 80°)$.

תשובה (2).

---

5. **השאלה**: נתון: $0 < 2y < x$

איזה מהביטויים הבאים הוא **הגדול** ביותר?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שנשאלנו מי הביטוי הגדול ביותר ניתן להציב מספרים נוחים המקיימים את הנתון ולבדוק ערכה של מי מהתשובות הוא הגדול ביותר.
נציב $y = 1$. מכיוון ש- $2y < x$, נציב כי $x = 3$, כעת נציב.

<u>תשובה (1)</u>: $3x - y$. אם x שווה 3 ו- y שווה ל-1, ערכו של הביטוי שווה ל-8 $(3 \cdot 3 - 1 =)$.

<u>תשובה (2)</u>: $2x$. אם x שווה 3, ערכו של הביטוי שווה ל-6 $(2 \cdot 3 =)$.

<u>תשובה (3)</u>: $3y$. אם y שווה 1, ערכו של הביטוי שווה ל-3 $(3 \cdot 1 =)$

<u>תשובה (4)</u>: $x + y$. אם x שווה 3 ו- y שווה ל-1, ערכו של הביטוי שווה ל-4 $(3 + 1 =)$.

<u>דרך ב'</u>: אלגברה
על פי נתוני השאלה $2y < x$. נמיר את הביטויים בתשובות השונות למונחים של y.

<u>תשובה (1)</u>: $3x - y$. $2y < x$, נכפול ב-3 את שני האגפים, ונקבל כי 3x הוא ביטוי הגדול מ-6y.
בביטוי שלפנינו ישנו ביטוי אשר ערכו גדול מ-6y אשר ממנו מחסרים y אחד, כלומר מקבלים תוצאה אשר ערכה גדול מ-5y.

<u>תשובה (2)</u>: $2x$. $2y < x$, נכפול ב-2 את שני האגפים, ונקבל כי 2x הוא ביטוי אשר ערכו גדול מ-4y.

<u>תשובה (3)</u>: $3y$.

<u>תשובה (4)</u>: $x + y$. $2y < x$, כלומר בביטוי המתואר ישנו ביטוי שערכו גדול מ-2y אשר אליו מחברים y אחד, כלומר מקבלים ביטוי אשר ערכו גדול מ-3y.

הביטוי הגדול ביותר הוא הביטוי שבתשובה (1).

תשובה (1).

---

6. **השאלה**: נפח קוביה שאורך מקצועה a ס"מ שווה לנפח תיבה ששטח בסיסה 2a סמ"ר.

מה גובה התיבה בסמ"ר?

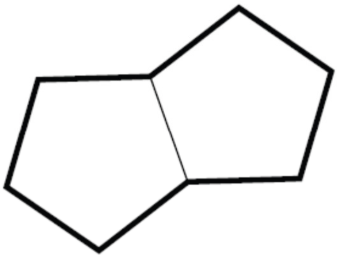
פיתרון: נבנה משוואה מנתוני השאלה.
מכיוון שנתבקשנו למצוא את גובה התיבה, נסמן גובה זה ב-h.
נפח קוביה שאורך מקצועה a שווה ל- a^3.
נפח תיבה שווה לשטח בסיס התיבה כפול גובהה. שטח בסיס התיבה הוא 2a סמ"ר וגובהה h, כלומר נפח התיבה הוא 2ah.
נפח הקוביה שווה לנפח התיבה, כלומר: $a^3 = 2ah$.
נחלק את שני האגפים ב-2a, ונקבל: $\frac{a^2}{2} = h$.

תשובה (4).

---

7. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם צורה המורכבת משני מחומשים משוכללים בעלי צלע משותפת.

היקף הצורה כולה (הקו המודגש) הוא 72 ס"מ.



מה היקף כל אחד מהמחומשים (בס"מ)?

פיתרון: על מנת למצוא את היקף המחומשים שבסרטוט עלינו למצוא את אורכה של צלע המחומשים.
היקף הצורה המודגשת שבסרטוט מורכב מ-8 צלעות של המחומשים המשוכללים.
מכיוון שעל פי הנתון היקפה הכולל של הצורה הוא 72 ס"מ, הרי שאורכה של כל אחת מצלעות המחומשים שווה ל-9 ס"מ $\left(=\frac{72}{8}\right)$.

היקף כל אחד מהמחומשים שבסרטוט מורכב מ-5 צלעות כאלה ולכן שווה ל-45 ס"מ $(=5\cdot 9)$.

תשובה (4).

---

8. **השאלה**: x, y ו-z הם מספרים שלמים וחיוביים.
נתון: $x+z=2y$

הממוצע של x, y ו-z הוא -

פיתרון: נתבקשנו למצוא את הממוצע של x, y ו-z, כלומר למה מה ערכו של הביטוי: $\frac{x+y+z}{3}$.

על פי נתוני השאלה $x+z=2y$, נציב נתון זה במונה הביטוי המבוקש, ונקבל:
$\frac{x+z+y}{3}=\frac{2y+y}{3}=\frac{3y}{3}=y$.

תשובה (2).

---

9. **השאלה**: נתון: $\frac{(a-b)^2+(a+b)^2}{2}=2a^2$, $0<a,b$

$a=?$

פיתרון: ראשית, נפשט את המשוואה הנתונה: $\frac{(a-b)^2+(a+b)^2}{2}=2a^2$.

נכפול את שני האגפים ב-2, ונקבל: $(a-b)^2+(a+b)^2=4a^2$.

נפשט את אגף שמאל של המשוואה תוך שימוש בנוסחאות הכפל המקוצר, ונקבל:
$a^2+b^2-2ab+a^2+b^2+2ab=4a^2 \Leftarrow 2a^2+2b^2=4a^2$.

נחסר $2a^2$ משני האגפים, ונקבל: $2b^2=2a^2$, נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל $a^2=b^2$.
מכאן ניתן להסיק כי $a=b$ או ש- $a=-b$.
מכיוון שנתון כי a ו-b גדולים מ-0, הרי שבהכרח $a=b$.

תשובה (1).

---

10. **השאלה**: לכל מספר a הוגדרה פעולה $ המקיימת: $\$(a^2) = |a|$

$\$\left(\frac{1}{4}\right) = ?$

פיתרון: מכיוון שהגדרת פעולת $ מתייחסת ל- a^2, נשנה את הביטוי המבוקש כך שיתאים להגדרת המושג. $\$\left(\frac{1}{4}\right) \Leftarrow \$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$. מכאן ניתן לראות כי ההצבה שיש לבצע בהגדרת הפעולה היא $a = \frac{1}{2}$.

לפי הגדרת הפעולה $\$(a^2) = |a|$, ומכאן ש: $\$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right) = \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$.

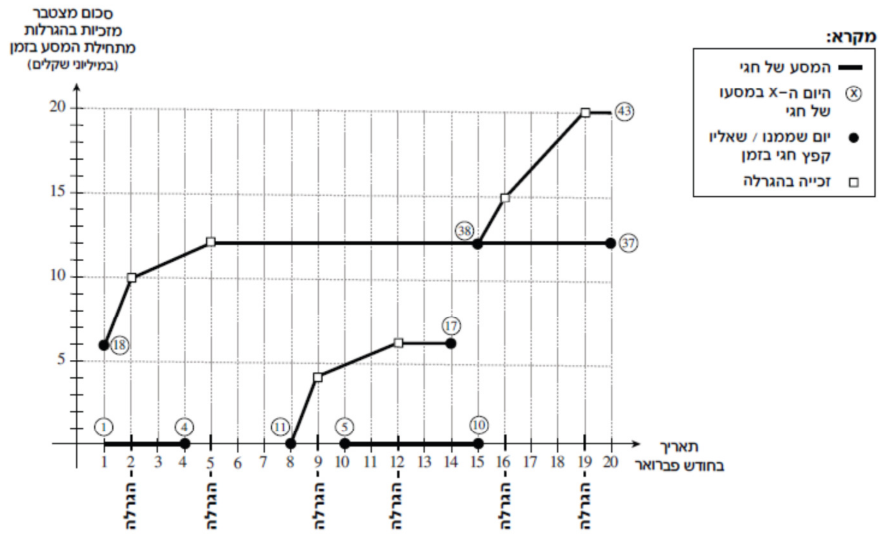
תשובה (2).

הסקה מתרשים (שאלות 14-11)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

לחגי יש מכונה שבאמצעותה הוא יכול לקפוץ בזמן וכך להשתתף בהגרלות יותר מפעם אחת.
התרשים מתאר את מסעו של חגי בזמן. המסע נערך על פני 20 הימים הראשונים של חודש פברואר (הציר האופקי).
הקווים המודגשים מתארים את מהלך מסעו של חגי: המספרים המוקפים בעיגול הם מספרי ימים במסעו של חגי; המסע החל ביום המסומן ב-1 והסתיים ביום המסומן ב-43, כלומר המסע נמשך 43 ימים. ימים עוקבים במסעו של חגי אינם בהכרח תאריכים עוקבים בחודש פברואר.
קו מודגש המחבר בין שני ימים שמספריהם מוקפים בעיגול, מסמן תקופה בחודש פברואר שבמהלכה חגי לא קפץ בזמן.
נקודה מודגשת מסמנת יום במסע שממנו או שאליו קפץ חגי בזמן.
במהלך המסע היו 6 הגרלות. זכייה בהגרלה מסומנת בתרשים על ידי ריבוע. בציר האנכי מוצג סכום הזכיות **המצטבר** של חגי בהגרלות. תוספת הכסף מהזכייה בהגרלה מתקבלת אצל חגי ביום ההגרלה.

לדוגמה: ביום ה-17 למסעו הגיע חגי בפעם השנייה ל-14 בפברואר. בסוף יום זה הוא קפץ בזמן ל-1 בפברואר, ולמחרת (2 בפברואר) זכה בהגרלה ב-4 מיליון שקלים, וסכום הזכיות המצטבר שלו עלה מ-6 ל-10 מיליון שקלים.



.11 **השאלה** : כמה פעמים במהלך מסעו בזמן היה חגי ב-9 בפברואר?

פיתרון : נתבונן בתרשים ונתאר את מסעו של חגי.
הימים הראשון עד הרביעי למסעו של חגי היו הראשון עד הרביעי לפברואר, ביום החמישי קפץ חגי ל-10 לפברואר והמשיך ברציפות עד ה-15 לפברואר.
משם קפץ חגי ל-8 לפברואר ביום ה-11 למסעו וביום ה-12 למסעו היה חגי ב-9 בפברואר בפעם הראשונה.
בהמשך, ביום ה-17, למסעו קופץ חגי מה-14 לפברואר ל-1 לפברואר ואז הוא ממשיך ברציפות מיום זה ועד ל-20 לפברואר (היום ה-37 למסעו). גם במהלך תקופה זו שוהה חגי ב-9 בפברואר, כלומר זוהי הפעם השנייה.
מה-20 לפברואר קפץ חגי ל-15 לפברואר (היום ה-38 למסעו) ומכאן ממשיך ברציפות עד ל-20 לפברואר.
סך הכול היה חגי פעמיים ב-9 לפברואר.
הערה : על מנת לענות על השאלה אין צורך לעבור על כל שלבי המסע, אלא מספיק לבדוק כמה פעמים הקו השחור נמצא בדיוק מעל ה-9 בפברואר.

תשובה (2).

---

12. **השאלה**: מה סכום הכסף המצטבר (במיליוני שקלים) שהיה בידי חגי לאחר שזכה 5 פעמים בהגרלות?

פיתרון: התאריכים שבהם זכה חגי בהגרלות מסומנים בתרשים בריבוע לבן.
נבדוק מהם התאריכים שבהם זכה חגי בהגרלות ומה סכום הכסף שבהם זכה בכל הגרלה (על אף שאין צורך לערוך חישוב זה, נדגים חישוב זה לשם הסבר מלא של התרשים ומכיוון שחלק מן החישובים נחוצים לפיתרון השאלות הבאות):
הזכייה הראשונה היא ב- 9 בפברואר. בתאריך זה זכה חגי ב-4 מיליון שקלים.
הזכייה השנייה היא ב- 12 בפברואר. מכיוון שלאחר תאריך זה עומד סכום הזכיות המצטבר שלו על 6 מיליון שקלים, הרי שבתאריך זה זכה חגי ב-2 מיליון שקלים $(= 6 - 4)$.

הזכייה השלישית היא ב- 2 בפברואר, ביום ה-19 למסעו. מכיוון שלאחר תאריך זה עומד סכום הזכיות המצטבר על 10 מיליון שקלים, הרי שבתאריך זה זכה חגי ב-4 מיליון שקלים $(= 10 - 6)$.

הזכייה הרביעית היא ב- 5 בפברואר, ביום ה-22 למסעו. מכיוון שלאחר תאריך זה עומד סכום הזכיות המצטבר על 12 מיליון שקלים, הרי שבתאריך זה זכה חגי ב-2 מיליון שקלים $(= 12 - 10)$.

הזכייה החמישית היא ב- 16 בפברואר, ביום ה-39 למסעו. מכיוון שלאחר תאריך זה עומד סכום הזכיות המצטבר על 15 מיליון שקלים, הרי שבתאריך זה זכה חגי ב-3 מיליון שקלים $(= 15 - 12)$

תשובה (3).

---

13. **השאלה**: מה סכום הכסף (במיליוני שקלים) שזכה בו חגי בהגרלה של ה-5 לפברואר?

פיתרון: הזכייה ב- 5 בפברואר היא הזכייה הרביעית, ביום ה-22 למסעו. לאחר תאריך זה עמד סכום הזכיות המצטבר על 12 מיליון שקלים, ולפניו עמד הסכום על 10 מיליון שקלים, ומכאן שבתאריך זה זכה חגי ב-2 מיליון שקלים $(= 12 - 10)$.

תשובה (2).

---

14. **השאלה**: הפעם הראשונה במסעו של חגי שבה הוא זכה בהגרלה הייתה ב- _____ בפברואר.

פיתרון: על פי התרשים הזכייה הראשונה הייתה ב- 9 בפברואר (היום ה-12 במסעו). בתאריך זה זכה חגי ב-4 מיליון שקלים.

תשובה (3).

שאלות ובעיות (שאלות 15-20)

15. **השאלה**: גילו של ברק קטן פי 2 מגילה של שרון.
לפני שנה היה גילו של ברק קטן פי 2 מגילה של נוגה באותו זמן.

מכאן נובע **בהכרח** כי -

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

גילו של ברק קטן פי 2 מגילה של שרון. נניח כי גילו של ברק הוא 10 וגילה של שרון הוא 20.
לפני שנה היה גילו של ברק קטן פי 2 מגילה של נוגה באותו זמן. מכיוון שהצבנו כי גילו של ברק כיום הוא 10, הרי שלפני שנה היה ברק בן 9 וגילה של נוגה לפני שנה היה 18 $(= 2 \cdot 9)$.
מכאן שכיום נוגה בת 19 ושרון בת 20, כלומר שרון גדולה מנוגה בשנה אחת.

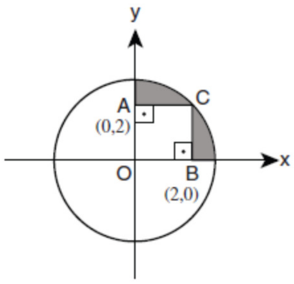
<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

נסמן את גילו של ברק ב-x.
גילו של ברק קטן פי 2 מגילה של שרון, כלומר גילה של שרון הוא 2x.
לפני שנה היה גילו של ברק קטן פי 2 מגילה של נוגה באותו זמן. אם גילו של ברק כיום הוא x, לפני שנה היה גילו של ברק $(x - 1)$, ומכאן שגילה של נוגה היה לפני שנה היה $2x - 2$ $(= 2 \cdot (x - 1))$.

אם גילה של נוגה לפני שנה היה $2x-2$, הרי שכיום גילה של נוגה הוא $2x-1$ $\left(=2x-2+1\right)$.
מצאנו כי גילה של שרון כיום הוא $2x$, וגילה של נוגה כיום הוא $2x-1$, כלומר שרון גדולה בשנה מנוגה.

תשובה (1).

.16 **השאלה**: C היא נקודה על היקף מעגל שמרכזו בראשית הצירים.
AOBC הוא ריבוע.



לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה סכום השטחים הכהים?

פיתרון: על מנת למצוא שטח כהה שאינו צורה גיאומטרית מוכרת או שאינו חלק מוגדר מצורה מוכרת יש למצוא שטח המכיל את הצורה המושחרת וממנו לחסר שטח אחר.
השטח המושחר שווה לשטחו של רבע המעגל פחות שטח הריבוע.
על מנת למצוא את שטחו של המעגל יש למצוא את אורכו של רדיוס המעגל.
נתבונן בישר OC.
הישר OC הוא רדיוס המעגל ואלכסון בריבוע AOBC. על פי נתוני הסרטוט אורך צלע הריבוע – OB, הוא 2.
אורכו של אלכסון הריבוע גדול פי $\sqrt{2}$ מצלע הריבוע, ולפיכך אורכו של אלכסון הריבוע שווה ל- $2\sqrt{2}$.
שטח מעגל שאורך רדיוסו הוא $2\sqrt{2}$ שווה ל- 8π $\left(r^2\pi = \left(2\sqrt{2}\right)^2\pi =\right)$, ומכאן ששטח רבע מהמעגל שווה ל-2π $\left(\frac{1}{4}\cdot 8\pi =\right)$.
שטח ריבוע שאורך צלעו הוא 2 שווה ל-4.
השטח המושחר שווה ל- $2\pi - 4$.

תשובה (4).

.17 **השאלה**: לשלמה יש 5 מפתחות שונים, ובאמצעותם הוא צריך לפתוח 5 דלתות שונות (לכל דלת מפתח אחר). שלמה אינו יודע איזה מפתח מתאים לכל דלת, והוא רוצה לפתוח את הדלתות במספר הניסיונות הקטן ביותר.

כמה ניסיונות (כולל ניסיונות מוצלחים) יעשה שלמה **לכל היותר**, עד לפתיחת כל הדלתות?

פיתרון: מכיוון שנשאלנו כמה ניסיונות יעשה שלמה **לכל היותר**, עד לפתיחת כל הדלתות, נבדוק מה מספר המפתחות המקסימלי הדרוש לשם פתיחת כל אחת מן הדלתות.
לשם פתיחת הדלת הראשונה יידרש שלמה ל-5 ניסיונות לכל היותר.
מכיוון שבשלב זה שלמה יודע מיהו המפתח הדרוש לפתיחת הדלת הראשונה, הרי שלשם פתיחת הדלת השנייה יידרש שלמה לכל היותר ל-4 ניסיונות.
בשלב זה נותרו 3 מפתחות אשר שלמה אינו יודע איזה דלתות הם פותחים, ולפיכך לשם פתיחת הדלת השלישית יידרש שלמה ל-3 ניסיונות לכל היותר.
לשם פתיחת הדלת הרביעית יידרש שלמה ל-2 ניסיונות לכל היותר, ומכיוון שכשלב זה נותר בידו מפתח אחד בלבד, הרי שלשם פתיחת הדלת החמישית והאחרונה יידרש שלמה לניסיון אחד בלבד.
סך הכול מספר הניסיונות המקסימלי שיעשה שלמה עד לפתיחת כל הדלתות הוא 15 $(5+4+3+2+1=)$.

תשובה (3).

---

18. **השאלה**: שלושה חברים חילקו שק קמח ל-9 חלקים שווים: אלדד קיבל חלק אחד, בועז קיבל 2 חלקים, וגידי קיבל 6 חלקים.
ההפרש בין משקל הקמח של גידי למשקל הקמח של בועז גדול ב-1.5 ק״ג מההפרש של משקל הקמח של בועז למשקל הקמח של אלדד.

מה היה משקלו של שק הקמח המלא (בק״ג)?

פיתרון: אלדד קיבל חלק אחד, נסמן את חלקו של אלדד ב-x.
בועז קיבל 2 חלקים, נסמן את חלקו של בועז ב-$2x$. גידי קיבל 6 חלקים, נסמן את חלקו של גידי ב-$6x$.
סכום החלקים שקיבלו השלושה הוא $9x$ $(x+2x+6x=)$, כלומר משקלו של שק הקמח הוא $9x$.

על פי הנתונים, ההפרש בין משקל הקמח של גידי למשקל הקמח של בועז גדול ב-1.5 ק״ג מההפרש של משקל הקמח של בועז למשקל הקמח של אלדד.
ההפרש בין משקל הקמח של גידי למשקל הקמח של בועז הוא $4x$ $(6x-2x=)$.
ההפרש של משקל הקמח של בועז למשקל הקמח של אלדד הוא x $(2x-x=)$.

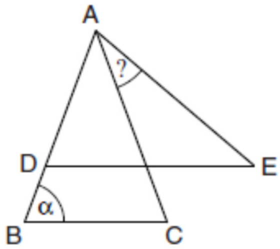
מכיוון שעל פי הנתונים ההפרש בין בועז לגידי גדול ב-1.5 ק״ג מההפרש בין בועז לאלדד, כלומר $4x$ גדול ב-1.5 ק״ג מ-x: $4x=x+1.5$. נחסר x משני האגפים, ונקבל: $3x=1.5$.
מכיוון שנתבקשנו למצוא למה שווה משקלו של שק הקמח המלא, כלומר לכמה שווים $9x$, נכפול ב-3 את שני האגפים, ונקבל: $9x=4.5$.

תשובה (4).

---

19. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ABC ו-EAD הם שני משולשים שווי-שוקיים החופפים זה לזה $(EA=ED\ ,\ AB=AC)$.
נתון: $\alpha > 60°$

$\angle CAE=?$



פיתרון: הזווית המבוקשת CAE שווה לזווית DAE פחות הזווית BAC.
נתבונן במשולש ABC, משולש ABC הוא משולש שווה שוקיים $(AB=AC)$.
זווית ABC שווה ל-α, מכיוון שמול צלעות שוות מונחות זוויות שוות, הרי שזווית ACB שווה אף היא ל-α.
סכום זוויות במשולש הוא $180°$, ומכאן שזווית BAC שווה ל-$(180°-2\alpha)$.

נתון כי משולשים ABC ו-EAD הם משולשים חופפים.
כאשר שני משולשים חופפים זה לזה, מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות, ולפיכך מכיוון שבמשולש ABC הזוויות מול הצלעות AB ו-AC שוות ל-α, הרי שהזווית מול הצלעות AE ו-DE אף היא שווה ל-α, כלומר $\angle DAE=\angle EDA=\alpha$.
$$\angle CAE=\angle DAE-\angle BAC=\alpha-(180°-2\alpha)=\alpha-180°+2\alpha=3\alpha-180°$$

תשובה (4).

.20 **השאלה**: נתון: $1 < x$, $n \neq 0$

$$\frac{x^n - x^{\frac{n}{2}}}{x^{\frac{n}{2}} - 1} = ?$$

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית.

נציב כי $x = 2$ ו- $n = 4$ ונחשב את ערך הביטוי:

$$\frac{x^n - x^{\frac{n}{2}}}{x^{\frac{n}{2}} - 1} = \frac{2^4 - 2^{\frac{4}{2}}}{2^{\frac{4}{2}} - 1} = \frac{16 - 2^2}{2^2 - 1} = \frac{16-4}{4-1} = \frac{12}{3} = 4$$

כעת נציב את ערכם של המשתנים בכל אחת מהתשובות, ופסול כל תשובה אשר ערכה שונה מ-4.

<u>תשובה (1)</u>: $x^{\frac{n}{2}}$. כאשר $x = 2$ ו- $n = 4$ ערכו של הביטוי הוא 4 $\left(x^{\frac{n}{2}} = 2^{\frac{4}{2}} = 2^2 =\right)$.

<u>תשובה (2)</u>: $x^{\frac{n}{2}} - 1$. כאשר $x = 2$ ו- $n = 4$ ערכו של הביטוי הוא 3 $\left(x^{\frac{n}{2}} - 1 = 2^{\frac{4}{2}} - 1 = 2^2 - 1 =\right)$.

מכיוון שערכו של הביטוי המקורי הוא 4, ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (3)</u>: x^n. כאשר $x = 2$ ו- $n = 4$ ערכו של הביטוי הוא 16 $\left(x^n = 2^4 =\right)$.

מכיוון שערכו של הביטוי המקורי הוא 4, ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (4): $x^n - 1$. כאשר $x = 2$ ו- $n = 4$ ערכו של הביטוי הוא 15 $\left(x^n - 1 = 2^4 - 1 = 2^4 - 1 =\right)$.

מכיוון שערכו של הביטוי המקורי הוא 4, ניתן לפסול תשובה זו.

<u>דרך ב'</u>: אלגברה

לפי התשובות המוצעות עלינו לפשט את הביטוי, כך שנוכל לצמצם אותו.

הפעולה האלגברית היחידה שניתן לעשות במצב של חיבור או חיסור של חזקות הוא הוצאת גורם משותף:

$$\frac{x^n - x^{\frac{n}{2}}}{x^{\frac{n}{2}} - 1} = \frac{x^{\frac{n}{2}} \cdot \left(x^{\frac{n}{2}} - 1\right)}{x^{\frac{n}{2}} - 1}$$

מכיוון נחלק את המונה והמכנה ב- $x^{\frac{n}{2}} - 1$, ונקבל: $x^{\frac{n}{2}}$.

תשובה (1).