

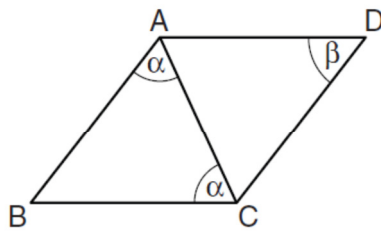
**מפתח תשובות נכונות**

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(2)	(2)	(4)	(2)	(2)	(3)	(4)	(1)	(3)	(4)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(4)	(4)	(4)	(1)	(2)	(2)	(3)	(3)	(2)	(4)	תשובה

**הסברים**

**שאלות ובעיות (שאלות 1-9)**



1. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם מקבילית ABCD. לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

$$\beta = ?$$

**פיתרון:** התשובות רומזות לנו כי עלינו למצוא קשר בין  $\alpha$ -ל- $\beta$ .  
זוויות נגדיות במקבילית שוות זו לזו. ולכן נסמן את זווית ABC ב- $\beta$ .

קיבלנו משולש, משולש ABC, אשר כל זוויותיו נתונות. מכיוון שסכום הזוויות הפנימיות בכל משולש שווה ל- $180^\circ$ , הרי ש- $2\alpha + \beta = 180^\circ$ .  
נחסר  $2\alpha$  מכל אחד מהאגפים, ונקבל:  $\beta = 180^\circ - 2\alpha$ .

**תשובה (4).**

2. **השאלה:**  $\frac{x^2}{2x^3z} = ?$  ,  $x, z \neq 0$

**פיתרון:** נצמצם את המונה והמכנה ב- $x^2$ , ונקבל:  $\frac{1}{2xz}$ .

**תשובה (3).**

3. **השאלה:** נתון:  $4 < x < 5$

איזה מהאי-שוויונות הבאים נכון **בהכרח**?

**פיתרון:**

**דרך א':** בכל אחת מהתשובות מוצע אי-שוויון. נפשט כל אחת מהתשובות עד למציאת אי-שוויון הנכון.

**תשובה (1):**  $x + 4 < 2x$ .

נחסר  $x$  משני האגפים, ונקבל:  $4 < x$ . מכיוון שלפי הנתון המקורי אי-שוויון זה נכון

בהכרח, הרי שזוהי התשובה הנכונה ואין צורך לבדוק תשובות נוספות.

**דרך ב':** הצבת מספרים.

נציב בכל אחת מהתשובות המוצעות  $x = 4.5$ :

**תשובה (1):**  $8.5 < 9 \Leftrightarrow 4.5 + 4 < 2 \cdot 4.5$

אי השוויון שקיבלנו נכון ולכן תשובה זו תיתכן, אולם יש להמשיך ולהציב ביתר התשובות עד שנצליח לפסול 3 תשובות.

## אוקטובר 12- הסברים לפירוק הראשון בחשיבה כמותית

תשובה (2):  $9.5 < 9 \Leftrightarrow 4.5 + 5 < 2 \cdot 4.5$

אי השוויון שקיבלנו אינו נכון ולכן תשובה זו נפסלת.

תשובה (3):  $9 < 9 \Leftrightarrow 9 < 2 \cdot 4.5$

אי השוויון שקיבלנו אינו נכון ולכן תשובה זו נפסלת.

תשובה (4):  $10 < 9 \Leftrightarrow 10 < 2 \cdot 4.5$

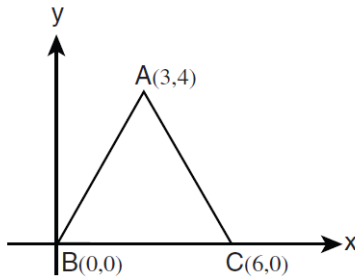
אי השוויון שקיבלנו אינו נכון ולכן תשובה זו נפסלת.

תשובה (1).

4.

השאלה: בסרטוט שלפניכם מערכת צירים.

מה היקף המשולש ABC?



פיתרון: על מנת למצוא את היקף המשולש עלינו למצוא את

אורכי של כל צלעות המשולש.

הצלע BC מונחת על ציר ה-x ולפיכך אורכה שווה להפרשים בין ערכי ה-x של נקודות B ו-C. אורך הצלע BC הוא  $6 - 0 = 6$ .

הצלעות AB ו-AC אינן מקבילות לצירים.

על מנת למצוא את אורכי של קו שאינו מקביל לצירים עלינו לסרטט משולש ישר זווית אשר אורכי ניצביו שווים להפרשים בערך מוחלט בין ערכי ה-x ובין ערכי ה-y של הנקודות שבקצות הקו, ויתר המשולש הוא הקו המבוקש.

נתבונן בצלע AB: שיעורי הנקודה B הם  $(0,0)$ , ושיעורי הנקודה A הם  $(3,4)$ .

ההפרש בין ערכי ה-x של הנקודות שבקצות הקו הוא  $3 - 0 = 3$  וההפרש בין ערכי ה-y של הנקודות שבקצות הקו הוא  $4 - 0 = 4$ .

מצאנו אם כן, כי הצלע AB היא יתר של במשולש ישר זווית, אשר אורכי ניצביו הם 3 ו-4.

מכיוון שזווהי שלשה מוכרת אנו יכולים לקבוע גם ללא שימוש במשפט פיתגורס, כי אורך היתר, הצלע AB, הוא 5.

נתבונן בצלע AC: שיעורי הנקודה A הם  $(3,4)$ , ושיעורי הנקודה C הם  $(6,0)$ .

ההפרש בין ערכי ה-x של הנקודות שבקצות הקו הוא  $6 - 3 = 3$  וההפרש בין ערכי ה-y של הנקודות שבקצות הקו הוא  $4 - 0 = 4$ .

מצאנו אם כן, כי הצלע AC היא יתר של במשולש ישר זווית, אשר אורכי ניצביו הם 3 ו-4.

מכאן שאורך היתר, הצלע AC, הוא 5.

כעת לאחר שמצאנו את אורכי כל צלעות המשולש ניתן לחשב כי היקף המשולש שווה ל-16.  
 $(5 + 5 + 6 =)$

תשובה (4).

**אוקטובר 12- הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית**

5.

**השאלה:** המרחק בין A ל-B הוא 60 ק"מ. אייל רכב על אופניו מ-A ל-B במהירות 20 קמ"ש. בני יצא 30 דקות אחריו ורכב על אופניו מ-A ל-B במהירות 30 קמ"ש.

מי הגיע ל-B ראשון, ובכמה זמן הקדים את חברו?

**פיתרון:** מכיוון שמדובר בבעיית תנועה נשתמש בנוסחת התנועה, אשר לפיה דרך = זמן · מהירות. המרחק בין A ל-B הוא 60 ק"מ ונתון כי אייל רכב על אופניו מ-A ל-B במהירות 20 קמ"ש.

נציב את הנתונים בנוסחה, ונמצא כי אייל עבר את הדרך ב-3 שעות  $\left( \frac{\text{דרך}}{\text{מהירות}} = \text{זמן} \right)$ .

כלומר אם אייל יצא מ-A בשעה 8:00 הוא הגיע ל-B בשעה 11:00.

בני יצא 30 דקות אחרי אייל, ורכב על אופניו מ-A ל-B במהירות 30 קמ"ש.

נציב את הנתונים בנוסחה, ונמצא כי בני עבר את הדרך ב-2 שעות  $\left( \frac{\text{דרך}}{\text{מהירות}} = \text{זמן} \right)$ .

מכיוון שנתון כי בני יצא חצי שעה לאחר אייל, הרי שאם בני יצא מ-A בשעה 8:30, הוא הגיע ל-B בשעה 10:30, כלומר 30 דקות לפני שאייל הגיע ל-B.

**תשובה (3).**

6.

**השאלה:** מגליל חותכים חרוט שבסיסו הוא בסיס הגליל וגובהו כגובה הגליל.

$$\frac{\text{נפח החרוט}}{\text{נפח שארית הגליל}} = ?$$

**פיתרון:** נפח כל מנסרה ישרה, כדוגמת הגליל שבשאלה, הוא מכפלת שטח בסיס המנסרה בגובה המנסרה.

נפח כל פירמידה, כדוגמת החרוט שבשאלה, הוא מכפלת שטח בסיס הפירמידה בגובה הפירמידה לחלק ל-3.

נתון כי בסיס הגליל והחרוט זהים וכי גובהם שווה, ולפיכך בגלל הנוסחאות הנזכרות, נפח החרוט מהווה  $\frac{1}{3}$  מנפח הגליל.

אם נסמן את נפח הגליל ב-x, נפח החרוט הוא  $\frac{1}{3}x$ .

לאחר שמסירים מהגליל, אשר נפחו שווה ל-x, את נפח החרוט השווה ל- $\frac{1}{3}x$ , נפח שארית הגליל

$$\left( x - \frac{1}{3}x \right) = \frac{2}{3}x$$

$$\frac{\text{נפח החרוט}}{\text{נפח שארית הגליל}} = \frac{\frac{1}{3}x^1}{\frac{2}{3}x^1} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3^1}{2} = \frac{1}{2}$$

**תשובה (2).**

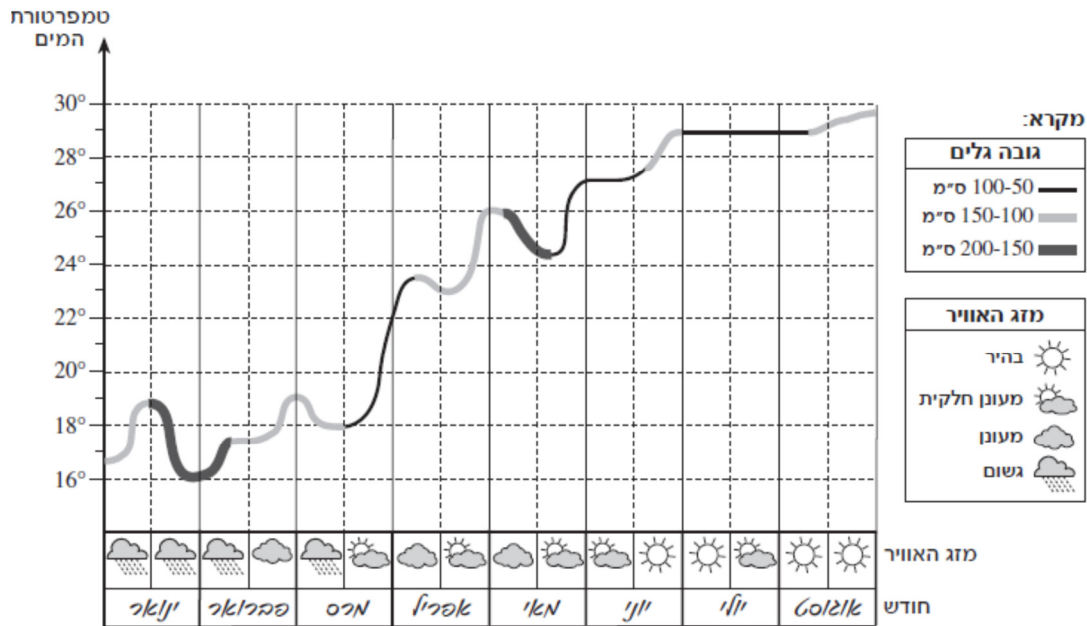
## אוקטובר 12- הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

### הסקה מתרשים (שאלות 7-10)

בתרשים מוצגים נתונים בנוגע לגובה הגלים, לטמפרטורת המים ולמזג האוויר לאורך חוף ים - מחודש ינואר ועד לחודש אוגוסט בשנה מסוימת.

על הציר האנכי מצוינת טמפרטורת המים במעלות צלזיוס. על הציר האופקי מצוינים שמות החודשים, ועבור כל חודש מסומנים: משמאל - מזג האוויר ששרר במחצית הראשונה של החודש, ומימין - מזג האוויר ששרר במחצית השנייה של החודש (ראו מקרא). הגוונים של הגרף מסמנים את גובה הגלים, לפי המקרא.

לדוגמה: במחצית הראשונה של חודש מרס היה מזג האוויר גשום, טמפרטורת המים ירדה מ- $19^{\circ}$  ל- $18^{\circ}$ , וגובה הגלים היה בין 100 ל-150 ס"מ.



7. **השאלה:** בכמה מן החודשים המתוארים בתרשים הייתה טמפרטורת המים בסוף החודש גבוהה מטמפרטורת המים בתחילת החודש?

**פיתרון:** נבדוק בתרשים בכמה חודשים טמפרטורת המים בסוף החודש (כלומר הקו בצד ימין של החודש), גבוהה מטמפרטורת המים בתחילת החודש (כלומר הקו המופיע בצד שמאל של החודש). החודשים הם: פברואר, מרס, אפריל, מאי, יוני ואוגוסט, סך הכול 6 חודשים.

**תשובה (2).**

8. **השאלה:** איזו מן הטענות הבאות נכונה בהכרח לפי נתוני התרשים?

**פיתרון:** נבדוק את התשובות המוצעות.

**תשובה (1):** כאשר מזג האוויר מעונן חלקית, גובה הגלים הוא בין 100 ל-150 ס"מ.

במחצית השנייה של חודש מרס, מזג האוויר הוא מעונן חלקית, אולם גובה הגלים הוא בין 50 ל-100 ס"מ, ולפיכך ניתן לפסול תשובה זו.

**תשובה (2):** כאשר מזג האוויר מעונן, גובה הגלים הוא בין 150 ל-200 ס"מ.

במחצית השנייה של חודש פברואר מזג האוויר הוא מעונן, אולם גובה הגלים הוא בין 100 ל-150 ס"מ, ולפיכך ניתן לפסול תשובה זו.

## אוקטובר 12 - הסברים לפירוק הראשון בחשיבה כמותית

**תשובה (3):** כאשר גובה הגלים הוא בין 100 ל-150 ס"מ, מזג האוויר אינו גשום. במחצית הראשונה של חודש ינואר, גובה הגלים הוא בין 100 ל-150 ס"מ, אולם מזג האוויר הוא גשום, ולפיכך ניתן לפסול תשובה זו.

**תשובה (4):** כאשר גובה הגלים הוא בין 150 ל-200 ס"מ, מזג האוויר אינו בהיר. ישנם שני מקרים על פי התרשים בהם גובה הגלים הוא בין 150 ל-200 ס"מ - בין אמצע ינואר לאמצע פברואר ובמהלך חודש מאי. בשני המקרים מזג האוויר אינו בהיר ולפיכך זו התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**

**9. השאלה:** מה הייתה טמפרטורת המים הנמוכה ביותר בחודש אפריל?

**פיתרון:** נתבונן בתרשים ונמצא כי הטמפרטורה הנמוכה ביותר בחודש אפריל הייתה בתחילת החודש -  $22^{\circ}$ .

**תשובה (2).**

**10. השאלה:** מכון מחקר הגדיר את "עוצמת השמש" לפי הטבלה שלפניכם.

עוצמת השמש	מזג האוויר
3	בהיר
2	מעונן חלקית
1	מעונן
0	גשום

"עוצמת השמש" הממוצעת בתקופה שמתחילת חודש מרס ועד לסוף חודש יוני הייתה -

**פיתרון:** על פי התרשים מזג האוויר משתנה בכל חצי חודש.

על מנת לחשב את "עוצמת השמש" הממוצעת בתקופה האמורה עלינו

לסכום את סך הנקודות לכל אחת מה'תקופות' המבוקשות ולחלק במספר ה'תקופות'.

במחצית הראשונה של חודש מרס מזג האוויר היה גשום - 0 נקודות.

במחצית השנייה של חודש מרס מזג האוויר היה מעונן חלקית - 2 נקודות.

במחצית הראשונה של חודש אפריל מזג האוויר היה מעונן - 1 נקודה.

במחצית השנייה של חודש אפריל מזג האוויר היה מעונן חלקית - 2 נקודות.

במחצית הראשונה של חודש מאי מזג האוויר היה מעונן - 1 נקודה.

במחצית השנייה של חודש מאי מזג האוויר היה מעונן חלקית - 2 נקודות.

במחצית הראשונה של חודש יוני מזג האוויר היה מעונן חלקית - 2 נקודות.

במחצית השנייה של חודש יוני מזג האוויר היה בהיר - 3 נקודות.

סך הכול סכום הנקודות עבור כל התקופה הוא  $(0 + 2 + 1 + 2 + 1 + 2 + 2 + 3) = 13$ , ומספר התקופות

הוא 8, ולכן ממוצע "עוצמת השמש שווה ל-  $\frac{13}{8}$ . מכיוון ש-8 נכנס ב-13 יותר מפעם אחת, אך פחות

מפעמיים, ניתן לקבוע כי הממוצע הוא בין 1 ל-2.

**תשובה (2).**

שאלות ובעיות (שאלות 11-20)

11.

**השאלה:**  $n$  הוא מספר שלם וחיובי המתחלק ב-3 ללא שארית. מה המספר הגדול ביותר ש-  $(n + 3)$  מתחלק בו בהכרח ללא שארית?

**פיתרון:** דרך א': הצבת דוגמה מספרית

$n$  מספר שלם המתחלק ב-3, ולכן נציב לדוגמה  $n = 3$ . הביטוי  $(n + 3)$  שווה ל-18  $(3 \cdot 6 =)$ .

מכיוון ש-3 הוא המספר החיובי הקטן ביותר האפשרי שמתחלק ב-3 ללא שארית, הרי שבאמצעות הצבת המספר 3, נקבל בהכרח את המספר הגדול ביותר שבו חייב להתחלק הביטוי הנתון, ואין צורך להציב פעם נוספת.

**דרך ב'**: הבנה אלגברית

כל התשובות המצוינות בשאלה הן זוגיות, כלומר מכילות את הגורם 2 כמספר שבו הביטוי בהכרח מתחלק. נבדוק האם המכפלה אכן חייבת להיות זוגית. אם  $n$  הוא מספר זוגי,  $(n + 3)$  יהיה בהכרח מספר אי-זוגי, ולהיפך. כלומר, אם  $n$  הוא מספר אי-זוגי הרי ש-  $(n + 3)$  יהיה מספר זוגי. לפיכך בהכרח  $(n + 3)$  הוא מספר זוגי. מכיוון שנתון כי  $n$  הוא מספר שלם וחיובי המתחלק ב-3 ללא שארית, הרי ש- $n$  הוא כפולה שלמה של 3. כל 3 מקומות על ציר המספרים נמצא מספר שהוא כפולה של 3, ולפיכך אם  $n$  הוא כפולה שלמה של 3, הרי שבהכרח  $(n + 3)$  אף הוא כפולה שלמה של 3, ומכאן שמכפלתם של הגורמים  $n$  ו- $(n + 3)$  מתחלקת בהכרח ב-9.

מכיוון שמצאנו כי הביטוי מתחלק בהכרח גם ב-2 וגם ב-9, הרי שהוא בהכרח מתחלק ב-18.

**תשובה (4).**

12.

**השאלה:** ורדה תופרת ביום אחד או 30 חצאיות פשוטות או 10 חצאיות מסוגנות. לאורך מספר ימים רצופים תפרה ורדה 60 חצאיות פשוטות ו-60 חצאיות מסוגנות.

כמה חצאיות, בממוצע ליום, תפרה ורדה בימים אלו?

**פיתרון:** מספר החצאיות הממוצע שתפרה ורדה ליום שווה לסך מספר החצאיות שתפרה ורדה אשר אנו יודעים כי שווה ל-120  $(60 + 60 =)$ , לחלק במספר הימים שנדרשו לה על מנת לתפור חצאיות אלו. עלינו למצוא מה מספר הימים שנדרש לורדה על מנת לתפור את החצאיות.

אם ורדה תופרת ביום אחד 30 חצאיות פשוטות, הרי שעל מנת לתפור 60 חצאיות פשוטות עליה לתפור

$$\left(\frac{60}{30} =\right) \text{ במשך יומיים רצופים.}$$

אם ורדה תופרת ביום אחד 10 חצאיות מסוגנות, הרי שעל מנת לתפור 60 חצאיות מסוגנות עליה

$$\left(\frac{60}{10} =\right) \text{ לתפור במשך 6 ימים רצופים.}$$

ורדה תפרה את 120 החצאיות ב-8 ימים  $(2 + 6 =)$ , כלומר בממוצע תפרה ורדה 15 חצאיות ליום

$$\left(\frac{120}{8} =\right)$$

**תשובה (2).**

**אוקטובר 12 - הסברים לפירוק הראשון בחשיבה כמותית**

**13. השאלה:** מרובע מסוים הוא גם מקבילית וגם דלתון.

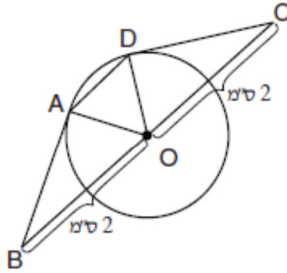
איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

**פיתרון:** מקבילית היא מרובע בעל שני זוגות של צלעות שוות ומקבילות.

דלתון הוא מרובע המורכב משני משולשים שווים שוקים, כלומר יש שני זוגות של צלעות סמוכות השוות זו לזו.

אם במקבילית זוג הצלעות הסמוכות שוות זו לזו, הרי שבהכרח המקבילית היא מעוין, כלומר כל צלעותיה שוות.

**תשובה (3).**



**14. השאלה:** בסרטוט שלפניכם טרפז ABCD ומעגל שרדיוסו 1 ס"מ.

בסיס הטרפז BC עובר דרך מרכז המעגל O.

CD משיק למעגל בנקודה D, ו-BA משיק למעגל בנקודה O.

לפי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט,

מה שטח הטרפז ABCD (בסמ"ר)?

**פיתרון:** הנוסחה לשטח טרפז היא  $\frac{\text{גובה} \cdot \text{סכום שטחי הבסיסים}}{2}$ .

על פי נתוני הסרטוט ניתן לקבוע כי אורך הבסיס הגדול של הטרפז, הצלע BC, הוא 4 ס"מ ( $2 + 2$ ).

עלינו למצוא את אורך הבסיס הקטן, הצלע AD, ואת גובה הטרפז. ניעזר לשם כך בנתוני השאלה.

על פי השאלה, בסרטוט שלפנינו מופיע אחד המצבים השכיחים שעלינו לזהותם: רדיוס למשיק. נתבונן במשולש ODC.

רדיוס לנקודת ההשקה יוצר זווית של  $90^\circ$ , ולפיכך משולש ODC הוא משולש ישר זווית.

נתון כי רדיוס המעגל שווה ל-1 ס"מ, ולפיכך משולש ODC הוא משולש ישר זווית אשר אורך אחד

מניצביו, הניצב OD, שווה ל-1 ס"מ ואורך היתר כפול, כלומר שווה ל-2 ס"מ.

משולש ישר זווית אשר אחד מניצביו שווה למחצית היתר הוא משולש זהב, גודל הזווית שמול הניצב

הקטן שווה ל- $30^\circ$  - זווית DCO, ומכאן שהזווית DOC שווה ל- $60^\circ$ .

משולש AOB זהה לגמרי למשולש DOC, ומכאן שגם זווית AOB שווה ל- $60^\circ$ .

סכום הזוויות על גבי קו ישר הוא  $180^\circ$ , מכיוון שמצאנו את גודלן של שתי הזוויות על גבי הקו הישר BC,

זווית AOB השווה ל- $60^\circ$ , וזווית DOC השווה ל- $60^\circ$ , הרי שזווית AOD שווה אף היא ל- $60^\circ$ .

( $180^\circ - 60^\circ - 60^\circ =$ )

נתבונן במשולש AOD:

מכיוון ששתי צלעות במשולש AOD הם רדיוסים, הצלע AO והצלע DO, הרי שהמשולש הוא משולש

שווה שוקיים אשר מצאנו כי אחת מזוויותיו שווה ל- $60^\circ$ .

משולש שווה שוקיים אשר אחת מזוויותיו שווה ל- $60^\circ$  הוא משולש שווה צלעות, ומכאן שאורך הצלע

AD שווה אף הוא לאורך רדיוס המעגל, כלומר ל-1 ס"מ.

בשלב זה ניתן לסכם כי סכום אורכי בסיס הטרפז הוא 5 ס"מ ( $4 + 1 =$ ).

גובה הטרפז הוא גובה המשולש AOD.

נוריד גובה במשולש ונקבל שני משולשי זהב, אשר אורך היתר שלהם הוא 1 ס"מ. אורך הניצב הקטן,

שהו מחצית הצלע AD, שווה למחצית היתר, כלומר ל- $\frac{1}{2}$  ס"מ ואורך הניצב הגדול (שהוא הגובה

בטרפז) גדול פי  $\sqrt{3}$  מאורך הניצב הקטן, כלומר שווה ל- $\frac{\sqrt{3}}{2}$  ס"מ ( $\left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = \right)$ ).

שטח טרפז שווה ל- $\frac{\text{גובה} \cdot \text{סכום שטחי הבסיסים}}{2}$ , כלומר ל- $\frac{5\sqrt{3}}{4}$  סמ"ר  $\left(\frac{5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \right)$ .

## אוקטובר 12- הסברים לפירוק הראשון בחשיבה כמותית

**דרך ב':** הטרפז ABCD מורכב משני משולשים ישרי זווית, המשולשים ODC ו-OAB, ומשולש שווה צלעות – משולש AOD.

הניצב הקטן במשולש ישר הזווית ODC שווה ל-1 ס"מ. בדרך א' ראינו כי משולש זה הוא משולש זהב,

ומכאן שאורך הניצב הגדול הוא  $\sqrt{3}$  ס"מ, ושטח המשולש שווה ל- $\frac{\sqrt{3}}{2}$  סמ"ר

$$\begin{aligned} \text{משולש OAB זהה למשולש ODC ולכן שטח שני המשולשים שווה ל-} & \left( \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{\text{מכפלת ניצבים}}{2} \right) \\ \sqrt{3} \text{ סמ"ר} & \left( 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \right) \end{aligned}$$

שטח משולש שווה צלעות שווה ל- $\frac{(\text{צלע})^2 \sqrt{3}}{4}$ , כלומר שטח המשולש שווה הצלעות AOD, אשר אורך

$$\text{צלעו שווה ל-1 ס"מ הוא } \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ סמ"ר} \left( \frac{1^2 \sqrt{3}}{4} = \right)$$

הטרפז ABCD מורכב משטח שני המשולשים ישרי הזווית ושטח המשולש שווה הצלעות, כלומר ל-

$$\frac{5\sqrt{3}}{4} \text{ סמ"ר} \left( \frac{\sqrt{3}}{4} + \sqrt{3} = \right)$$

**תשובה (3).**

**15. השאלה:** במפעל ליצור מגבות ייצרו ביום מסוים 200 מגבות.

כל מגבת שמינית שיוצרה באותו יום נקשרה בסרט אדום,

וכל מגבת עשירית נקשרה בסרט כחול.

כמה מגבות נקשרו ביום זה גם בסרט אדום וגם בסרט כחול?

**פיתרון:** ראשית עלינו למצוא מהי המגבת הראשונה שנקשרה גם בסרט אדום וגם בסרט כחול.

מכיוון שכל מגבת שמינית נקשרה בסרט אדום, הרי שהמגבות שמספרן 8, 16, 24, 32 ו-40 נקשרו בסרט אדום.

נתון כי כל מגבת עשירית נקשרת בסרט כחול, ומכאן שהמגבת הראשונה שנקשרה גם בסרט כחול וגם

בסרט אדום היא המגבת שמספרה 40.

מצאנו כי כל מגבת 40 נקשרת גם בסרט אדום וגם בסרט כחול, ומכאן שהמגבת ה-40, 80, 120, 160

ו-200 נקשרו גם בסרט כחול וגם בסרט אדום. סך הכול 5 מגבות.

**תשובה (2).**

**16. השאלה:** דורית נבחנה במבחן מסוים שבו 50 שאלות. במבחן זה מעניקים 2 נקודות על תשובה נכונה,

ומורידים נקודה אחת על תשובה לא נכונה. אי-מתן תשובה אינו מעניק נקודות ואינו מוריד נקודות.

דורית השיבה על 45 שאלות בלבד.

איזה מהציונים הבאים יכול להיות הציון שקיבלה דורית במבחן?

**פיתרון:** **דרך א':** הצבת דוגמה מספרית.

נניח כי דורית השיבה נכון על כל 45 השאלות שעליהן ענתה. במקרה כזה הציון שקיבלה דורית הוא  $(45 \cdot 2 =)$

אם דורית השיבה נכון על 44 מן השאלות וטענתה בפתרון שאלה אחת, הרי שעל 44 השאלות הנכונות

תצבור 88 נקודות  $(44 \cdot 2 =)$ , ועל הטעות האחת תרד לה נקודה אחת.

במקרה כזה ציונה של דורית יהיה 87 נקודות.

מצאנו, כי כל טעות מפחיתה 3 נקודות בציונה הכללי של דורית  $(90 - 87 =)$ , ומכאן שהציונים



## אוקטובר 12 - הסברים לפירוק הראשון בחשיבה כמותית

האפשריים הבאים הם: 75, 78, 81, 84 ולבסוף מגיעים לציון של 72 נקודות, מספר המופיע בתשובות המוצעות בתשובה (2).

אפשרות נוספת היא להציב מיד כהצבה הראשונית כדוגמה 40 תשובות נכונות ו-5 טעויות, על מנת למצוא מספרים שיהיו יותר ב'אזור' התשובות המוצעות. במקרה כזה נקבל כי ציונה של דורית הוא 75 נקודות  $(= 40 \cdot 2 - 5)$ , ולהמשיך לדוגמה נוספת שבה דורית עונה נכון על 39 שאלות וטועה ב-6 אשר מביא אותנו לתוצאה 72 נקודות  $(= 39 \cdot 2 - 6)$ .

**דרך ב':** אלגברה

נסמן ב- $x$  את מספר הטעויות של דורית.

אם דורית ענתה על 45 שאלות, ומתוכן טענה ב- $x$  שאלות, הרי שמספר התשובות הנכונות שלה הוא  $(45 - x)$ .

על כל תשובה נכונה מקבלים 2 נקודות ועל כל טעות מופחתת נקודה, כלומר הביטוי המבטא את ציונה של דורית הוא:  $x - 2 \cdot (45 - x)$ , נפשט את הביטוי ונקבל:  $x - 2 \cdot (45 - x) = 90 - 3x$ . נוציא גורם משותף ונקבל:  $3(30 - x)$ . מכיוון ש- $x$  הוא מספר שלם (מספר הטעויות של דורית), הרי שקיבלנו שציונה של דורית חייב להתחלק ב-3 ללא שארית. מבין התשובות המוצעות, רק תשובה (2) מתחלקת ב-3 (ניתן לבדוק זאת בקלות אם נזכור כי בכל מספר המתחלק ב-3, סכום הספרות מתחלק ב-3).

**תשובה (2).**

17.

**השאלה:** שלושה מעגלים שרדיוס כל אחד מהם 1 ס"מ משיקים זה לזה ויוצרים את הצורה שבסרטוט (הקו המודגש).

מה היקף הצורה (בס"מ)?

**פיתרון:** כאשר נתונים מעגלים המשיקים זה לזה יש לחבר בקווים ישרים את מרכזי המעגלים.

מכיוון שנתון כי המעגלים זהים זה לזה, הרי שכאשר נחבר את מרכזי 3 המעגלים נקבל משולש שכל צלעותיו שוות (מכיוון שכל צלע מורכבת משני רדיוסים),

ומכאן שגם כל זוויותיו שוות, וכל אחת מהן שווה ל- $60^\circ$   $\left( \frac{180^\circ}{3} \right)$ .

כל אחת מזוויות המשולש היא זווית מרכזית הנשענת על חלק הקשת שאינו מודגש במעגל.

סכום זוויות מרכזיות במעגל שווה ל- $360^\circ$ , ומכאן שזווית מרכזית בת  $60^\circ$  נשענת על  $\frac{1}{6}$  מהיקף

המעגל  $\left( \frac{60^\circ}{360^\circ} \right)$ .

אם החלק שאינו מודגש הוא  $\frac{1}{6}$  מהיקף המעגל, הרי שהחלק המודגש בכל מעגל שווה ל- $\frac{5}{6}$

מהיקף המעגל, כלומר ל- $\frac{5\pi}{3}$   $\left( \frac{5}{6} \cdot 2\pi = \frac{5}{6} \cdot 2 \cdot 1 \cdot \pi \right)$ .

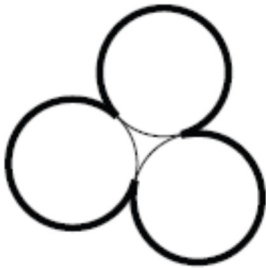
מכיוון שבסרטוט שלושה מעגלים שאורך הקו המודגש בכל אחד מהם שווה ל- $\frac{5\pi}{3}$ , הרי שהיקף הצורה

כולו שווה ל- $5\pi$  ס"מ  $\left( 3 \cdot \frac{5\pi}{3} \right)$ .

**תשובה (1).**

**שימו לב:** הקו המודגש בסרטוט שווה להיקף 3 המעגלים פחות החלקים שאינם מודגשים. מכיוון שבכל

מעגל החלק הלא מודגש שווה ל- $\frac{1}{6}$  מהיקף המעגל, הרי שבסך הכול בשלושת המעגלים החלק שאינו



## אוקטובר 12- הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

מודגש שווה ל-  $\frac{3}{6}$  מהיקף המעגל, כלומר ל-  $\frac{1}{2}$  היקף מעגל, סה"כ לפנינו חלק מודגש שאורכו שווה ל-  $2 \cdot \frac{1}{2}$  מעגלים, כלומר ל-  $5\pi$  ס"מ  $\left( 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2r\pi = 5 \cdot 1\pi = \right)$ .

**18. השאלה:** כל משתתף בהגרלה מסוימת מגריל באקראי מספר שלם בין 0 ל-9, וזוכה בנקודות:

אם המספר שיצא קטן מ-5, מוסיפים למספר זה 1 וזה מספר הנקודות של המשתתף.

אם המספר גדול מ-5 או שווה לו, מחסירים מהמספר 1 וזה מספר הנקודות של המשתתף.

צביקה השתתף פעמיים בהגרלה. מה הסיכוי שמספר הנקודות שבו זכה צביקה היה שווה ל-4 בפעם הראשונה ושונה מ-4 בפעם השנייה?

**פיתרון:** ההסתברות לאירוע מסוים שווה למספר האפשרויות הרצויות לחלק למספר האפשרויות הכולל. מכיוון שנשאלנו מה הסיכוי שצביקה יקבל בפעם הראשונה את המספר 4, נבדוק מה מספר האפשרויות שבהן מקבל צביקה מספר זה.

צביקה יכול לקבל את המספר 4 בשני מצבים שונים: במקרה שהוא יגריל את המספר 3 ואז יוסיף

למספר זה נקודה אחת או במקרה בו הוא יגריל את המספר 5 שאז מחסירים ממנו נקודה אחת.

כלומר צביקה יכול לקבל את המספר 4 בשתי אפשרויות שונות ומכיוון שמספר האפשרויות הכולל הוא

$$10 \text{ (מ-0 ועד 9), הרי שההסתברות שצביקה יקבל את המספר 4 היא } \frac{1}{5} \left( \frac{2}{10} = \right)$$

אם ההסתברות לקבל את המספר 4 היא  $\frac{1}{5}$ , הרי שההסתברות שצביקה לא יקבל את המספר 4 שווה ל-

$$\frac{4}{5} \left( 1 - \frac{1}{5} = \right)$$

ההסתברות שצביקה יקבל בפעם הראשונה 4 ובפעם השנייה מספר השונה מ-4 שווה למכפלת ההסתברות

$$\frac{4}{25} \left( \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} = \right) \text{ כלומר ל- } \frac{4}{25}$$

**תשובה (4).**

**19. השאלה:** לכל  $x$  ו- $y$  מתקיים:  $(ax + y)(x + by) = x^2 - y^2$

$$a + b = ?$$

**פיתרון:** מכיוון שלא ברור כיצד פתיחה של הסוגריים השמאליים תפשט את הביטוי, נפשט את הביטוי

באמצעות שימוש בנוסחת הכפל המקוצר השלישית על אגף ימין.

$$\text{נקבל: } (ax + y)(x + by) = (x + y)(x - y)$$

על מנת שתהיה זהות בין שני האגפים, כך שהמשוואה תתקיים לכל  $x$  ו- $y$ , צריך להיות שווה ל-1 ו- $b$

$$\Leftrightarrow (1 \cdot x + y)(x + (-1) \cdot y) = (x + y)(x - y)$$

$$(x + y)(x - y) = (x + y)(x - y)$$

**תשובה (4).**

20. השאלה: A ו-B הן אותיות המייצגות ספרות בין 1 ל-9.

$$\begin{array}{r} \_ 1AB \\ - \quad BA \\ \hline B1 \end{array}$$

$$A + B = ?$$

**פיתרון:** נתבונן בטור האחדות. מכיוון ש-B פחות A שווה ל-1, הרי ש-A ו-B הם מספרים עוקבים, כאשר B הוא המספר הגדול מביניהם.

נפרק כל אחת מן התשובות ונבדוק מי מהן מתאימה לביטוי הנתון.

תשובה (1): 11.

לפי תשובה זו B שווה ל-6 ו-A שווה ל-5.

156 פחות 65 שווה ל-91. מכיוון שספרת העשרות של התוצאה אינה שווה ל-B, כלומר ל-6, זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2): 13.

לפי תשובה זו B שווה ל-7 ו-A שווה ל-6.

167 פחות 76 שווה ל-91. מכיוון שספרת העשרות של התוצאה אינה שווה ל-B, כלומר ל-7, זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (3): 15.

לפי תשובה זו B שווה ל-8 ו-A שווה ל-7.

178 פחות 87 שווה ל-91. מכיוון שספרת העשרות של התוצאה אינה שווה ל-B, כלומר ל-8, זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (4): 17.

לפי תשובה זו B שווה ל-9 ו-A שווה ל-8.

189 פחות 98 שווה ל-91. מכיוון שספרת העשרות של התוצאה שווה ל-B, זו התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**