

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(1)	(4)	(3)	(3)	(2)	(1)	(3)	(2)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(2)	(1)	(1)	(2)	(2)	(1)	(4)	(1)	(4)

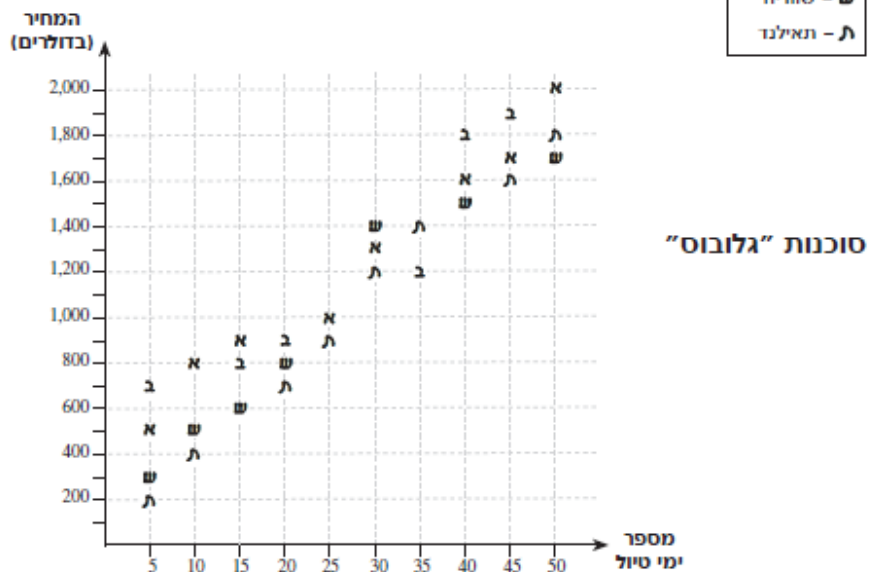
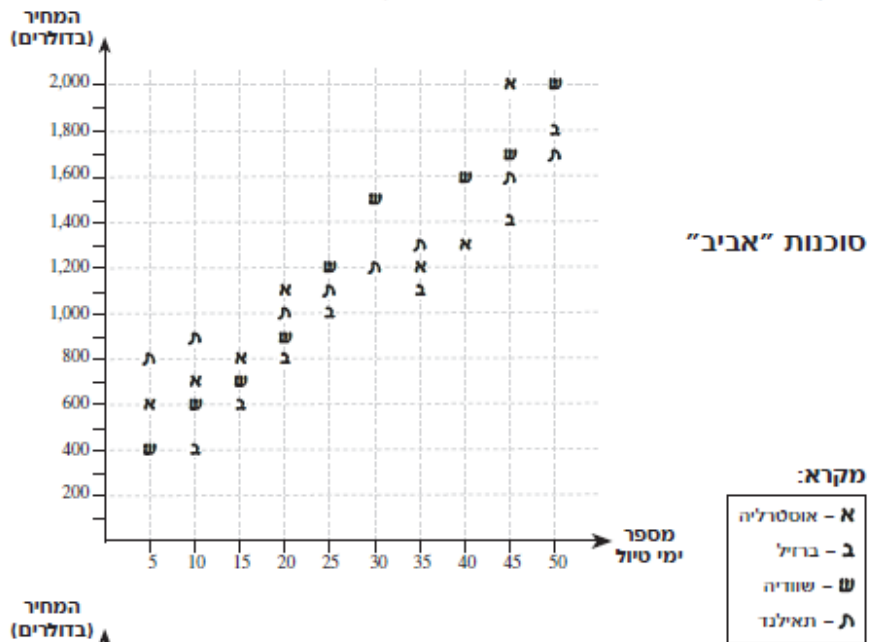
הסברים

הסקה מתרשים (שאלות 1-4)

עיינו היטב בתרשימים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריהם.

שתי סוכנויות נסיעות, "אביב" ו"גלובוס", מציעות טיולים לארבע ארצות שונות בעולם: אוסטרליה, ברזיל, שוודיה ותאילנד (נראו מקרא). בתרשימים מוצגים מחירי הטיולים (בדולרים) ליעדים השונים שכל סוכנות מציעה, על פי מספר ימי הטיול.

לדוגמה, טיול בן 25 יום לתאילנד באמצעות סוכנות "אביב" עולה 1,100 דולר.



אפריל 2013 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

1.

השאלה: בטיולים לשוודיה, עלות השהיה בבתי מלון היא 45% ממחיר הטיול.

מה עלות השהיה בבתי מלון (בדולרים) בטיול בן 15 יום לשוודיה באמצעות סוכנות "גלובוס"?

פיתרון: על פי התרשים התחתון המתאר את עלות הטיולים באמצעות סוכנות "גלובוס", עלות טיול

ל-15 יום לשוודיה היא 600 דולר. אם עלות השהיה בבתי מלון היא 45% ממחיר הטיול, הרי שעל מנת למצוא את עלות השהיה בבתי מלון במהלך הטיול, עלינו לחשב כמה הם 45% מ-600 דולר.

חישוב לפי 10%: 10% מ-600 דולר הם 60 דולר $\left(= \frac{1}{10} \cdot 600 \right)$, ו-5% מ-600 דולר שווים

למחצית מ-10%, כלומר ל-30 דולר $\left(= \frac{1}{2} \cdot 60 \right)$.

40% מ-600 הם 240 דולר $(= 4 \cdot 60)$, ו-5% הם 30 דולר, כלומר בסך הכול 45% מ-600 דולר הם 270 דולר $(= 240 + 30)$.

ריבוע יחסים: מכיוון שעלינו למצוא לכמה שווים 45% מ-600, הרי ש-600 דולר הוא השלם, כלומר שווה ל-100%.

מספר	%
600	100
?	45

מכיוון שהיחס בשורה העליונה שווה ליחס בשורה התחתונה, הרי ש: $\frac{60}{100} = \frac{x}{45} \Leftrightarrow \frac{x}{45} = 6$.

נכפול ב-6 את שני האגפים, ונקבל כי $x = 45 \cdot 6 = 270$.

תשובה (3).

2.

השאלה: ערן יצא לטיול בן 45 יום בברזיל, ואחר כך לטיול בן 50 יום לתאילנד (לאו דווקא באמצעות אותה סוכנות).

כמה דולרים, לכל הפחות שילם ערן?

פיתרון: מכיוון שנתבקשנו למצוא את המחיר המינימלי ששילם ערן, נשווה בין שתי הסוכנויות על מנת למצוא את המחיר הזול ביותר לכל אחד מהטיולים.

טיול לברזיל בן 45 יום עולה בסוכנות "אביב" 1,400 דולר ובסוכנות "גלובוס" 1,900 דולר, ומכאן שהמחיר המינימלי לטיול זה הוא 1,400 דולר.

טיול לתאילנד בן 50 יום עולה בסוכנות "אביב" 1,700 דולר ובסוכנות "גלובוס" 1,800 דולר, ומכאן שהמחיר המינימלי לטיול זה הוא 1,700 דולר.

המחיר המינימלי ששילם ערן עבור שני הטיולים גם יחד הוא 3,100 דולר $(= 1,400 + 1,700)$.

תשובה (1).

3.

השאלה: באיזה מהטיולים הבאים הנעשים באמצעות סוכנות "אביב" המחיר הממוצע ליום טיול הוא הנמוך ביותר?

פיתרון: נבדוק עבור כל אחת מהתשובות מה המחיר הממוצע ליום טיול באמצעות חלוקת העלות הכוללת של הטיול בסוכנות "אביב" במספר ימי הטיול.

תשובה (1): טיול בן 20 יום לשוודיה.

עלות טיול בן 20 יום לשוודיה בסוכנות אביב היא 900 דולר, ולכן המחיר הממוצע ליום טיול

$$\text{הוא } 45 \text{ דולר } \left(= \frac{900}{20} \right).$$

תשובה (2): טיול בן 20 יום לתאילנד.

עלות טיול בן 20 יום לתאילנד בסוכנות אביב היא 1,000 דולר, ולכן המחיר הממוצע ליום טיול

אפריל 2013 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

$$\left(\frac{1,000}{20} = \right) \text{ הוא 50 דולר}$$

תשובה (3): טיול בן 30 יום לשוודיה.

עלות טיול בן 30 יום לשוודיה בסוכנות אביב היא 1,500 דולר, ולכן המחיר הממוצע ליום טיול

$$\left(\frac{1,500}{30} = \right) \text{ הוא 50 דולר}$$

תשובה (4): טיול בן 30 יום תאילנד.

עלות טיול בן 30 יום לתאילנד בסוכנות אביב היא 1,200 דולר, ולכן המחיר הממוצע ליום טיול

$$\left(\frac{1,200}{30} = \right) \text{ הוא 40 דולר}$$

המחיר הממוצע הנמוך ביותר הוא בטיול לתאילנד בן 30 יום. תשובה (4).

תשובה (4).

4. השאלה: דנה, משה ורותי נרשמו לטיולים לשוודיה באמצעות סוכנות "אביב".

דנה נרשמה לטיול אחד בן 40 יום,

משה נרשם לשני טיולים בני 20 יום כל אחד,

ורותי נרשמה לטיול בן 25 יום ולטיול בן 15 יום.

מי משלושתם ישלם את המחיר הגבוה ביותר (בממוצע) ליום טיול?

פיתרון: נבדוק עבור כל אחד מהשלושה: דנה, משה ואבי מה המחיר הממוצע ליום טיול באמצעות

חלוקת העלות הכוללת של הטיול לשוודיה בסוכנות "אביב" במספר ימי הטיול.

דנה נרשמה לטיול בן 40 יום לשוודיה. עלותו הכוללת של הטיול היא 1,600 דולר, ולכן המחיר הממוצע

$$\left(\frac{1,600}{40} = \right) \text{ ליום טיול היא 40 דולר}$$

משה נרשם לשני טיולים בני 20 יום לשוודיה. עלותו הכוללת של כל טיול בן 20 יום היא 900 דולר, ולכן

$$\left(\frac{900+900}{40} = \frac{1,800}{40} = \right) \text{ המחיר הממוצע ליום טיול הוא 45 דולר}$$

רותי נרשמה לטיול בן 25 יום ולטיול בן 15 יום. עלותו הכוללת של טיול בן 25 יום היא 1,200 דולר,

ועלותו הכוללת של טיול בן 15 יום היא 700 דולר, ומכאן שהעלות הכוללת של שני הטיולים אליהם

יצאה היא 1,900 דולר והמחיר הממוצע ליום אותו שילמה רותי הוא 47.5 דולר

$$\left(\frac{1,200+700}{40} = \frac{1,900}{40} = \right)$$

מכאן שרותי שילמה את המחיר הממוצע הגבוה ביותר ליום טיול.

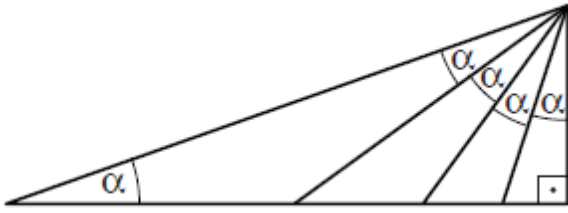
תשובה (3).

שימו לב: שלושת האנשים המתוארים בשאלה יצאו לטיול באורך זהה, של בסך הכול 40 יום, ומכאן

שאינן צורך לחשב את העלות הממוצעת ליום טיול, שהרי מי שעלות הטיול שלו היא הגבוהה ביותר יהיה

גם מי שישלם את המחיר הממוצע ליום הגבוה ביותר.

שאלות ובעיות (שאלות 5-20)



5. **השאלה:** לפי הנתונים בסרטוט שלפניכם, $\alpha = ?$

פיתרון: סכום זוויות פנימיות בכל משולש שווה ל- 180° , ומכאן ש: $5\alpha + 90^\circ = 180^\circ$.
נחסר 90° משני האגפים, ונקבל: $5\alpha = 90^\circ$.
נחלק את שני האגפים ב-5, ונקבל: $\alpha = 18^\circ$.

תשובה (3).

6. **השאלה:** a, b ו- c הם שלושה מספרים שלמים, חיוביים ועוקבים, $a < b < c$. נתון: $c^2 - a^2 = 36$

$b = ?$

פיתרון: דרך א': הצבת תשובות

תשובה (1): 6. מכיוון שנתון כי המספרים הנתונים הם מספרים עוקבים, הרי שאם b שווה ל-6, a שווה ל-5 ו- c שווה ל-7. מכיוון ש: 7^2 שהם 49 פחות 5^2 שהם 25, שווים ל-24, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

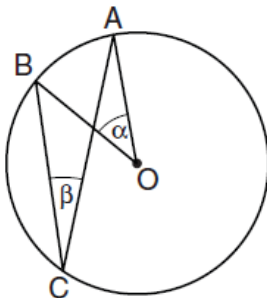
תשובה (2): 9. מכיוון שנתון כי המספרים הנתונים הם מספרים עוקבים, הרי שאם b שווה ל-9, a שווה ל-8 ו- c שווה ל-10. מכיוון ש: 10^2 שהם 100 פחות 8^2 שהם 64, שווים ל-36, הרי שזו התשובה הנכונה ואין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

דרך ב': אלגברה

נתון כי $c^2 - a^2 = 36$, נפשט באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית את אגף שמאל של המשוואה, ונקבל: $(c-a)(c+a) = 36$. מכיוון שנתון שהמספרים הם עוקבים, הרי שההפרש בין c ל- a הוא 2, ומכאן: $c+a = 18 \Leftrightarrow 2(c+a) = 36$.

a, b ו- c הם מספרים עוקבים כאשר a קטן מ- b ב-1, ו- c גדול מ- b ב-1, כלומר: $a = b-1$ ו- $c = b+1$, ומכאן שאם $c+a = 18 \Leftrightarrow b+1+b-1 = 18 \Leftrightarrow 2b = 18 \Leftrightarrow b = 9$.

תשובה (2).



7. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו בנקודה O. AC ו-BC הם מיתרים במעגל.

לפי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט,

$$\beta - \frac{\alpha}{2} = ?$$

פיתרון: β ו- α הן זוויות הנשענות על אותה הקשת. זווית α היא זווית מרכזית וזווית β היא זווית היקפית. מכיוון שזווית היקפית שווה למחצית מזווית מרכזית הנשענת על

$$\left(\beta - \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} = 0 \right)$$

אותה הקשת, הרי ש: $\beta = \frac{\alpha}{2}$, כלומר $\beta - \frac{\alpha}{2}$ שווה ל-0.

תשובה (1).

אפריל 2013 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

8. השאלה: a ו-b הם מספרים שלמים וחיוביים.

נתון: $a + b = 21$

$b < a$

מכאן נובע בהכרח ש-

פיתרון: הצבת דוגמה מספרית

נתון כי $b < a$ וכי a ו-b הם מספרים חיוביים. נחפש צמדי מספרים המקיימים את המשוואה הנתונה $a + b = 21$.

נבדוק מהו ערכו המקסימלי האפשרי של a.

a אינו יכול להיות שווה ל-21 מכיוון שבמקרה כזה b שווה ל-0 ונתון כי a ו-b הם חיוביים, ולכן הערך המקסימלי האפשרי של a הוא 20, וה-b המינימלי האפשרי הוא 1. מכאן שניתן לפסול את תשובה (2), שכן a יכול להיות שווה ל-20, ואת תשובה (4) שכן b יכול להיות שווה ל-1.

נבדוק מהו ערכו המינימלי האפשרי של a.

הערך המינימלי האפשרי של a הוא 11, שכן אם a יהיה קטן מ-11, b יהיה גדול מ-a, ועל פי הנתונים $b < a$, ומכאן שהערך המקסימלי האפשרי של b הוא 10. תשובה (2) נפסלת.

תשובה (3).

9. השאלה: נתון: $0 < x < 1$

$-1 < y < 0$

איזה מהביטויים הבאים בהכרח גדול מ-1?

פיתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $x = \frac{1}{2}$ וכי $y = -\frac{1}{2}$ בכל אחת מהתשובות ונבדוק ערכה של מי מהתשובות גדול מ-1.

תשובה (1): $\frac{x^2}{y}$. נציב כי $x = \frac{1}{2}$ וכי $y = -\frac{1}{2}$, ונקבל כי הביטוי שווה ל- $-\frac{1}{2}$. $\left(\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{-\frac{1}{2}} = -\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \right)$

תשובה (2): $\frac{x-y}{x}$. נציב כי $x = \frac{1}{2}$ וכי $y = -\frac{1}{2}$, ונקבל כי הביטוי שווה ל-2. $\left(\frac{\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \right)$

תשובה (3): $x + y$. נציב כי $x = \frac{1}{2}$ וכי $y = -\frac{1}{2}$, ונקבל כי הביטוי שווה ל-0. $\left(\frac{1}{2} + -\frac{1}{2} = 0 \right)$

תשובה (4): $x \cdot y^2$. נציב כי $x = \frac{1}{2}$ וכי $y = -\frac{1}{2}$, ונקבל כי הביטוי שווה ל- $-\frac{1}{8}$.

$\left(\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \right)$

מכיוון שקיבלנו כי רק תשובה (2) גדולה מ-1, זו התשובה הנכונה.

אפריל 2013 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

דרך ב': אלגברה

נבדוק את הביטויים האלגבריים המוצעים בכל אחת מן התשובות.

תשובה (1): $\frac{x^2}{y}$. מונה השבר הוא שבר חיובי בריבוע ולכן בהכרח ערכו של המונה הוא מספר חיובי

הקטן מ-1. מכנה השבר הוא שבר שלילי. מכיוון שחלוקה של מספר חיובי במספר שלילי תיתן בהכרח תוצאה שלילית זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2): $\frac{x-y}{x}$. מכיוון ש- $y < x$, ערכו של מונה השבר הוא בהכרח מספר חיובי הגדול מ-x.

מכיוון שמכנה השבר בהכרח קטן מהמונה, התוצאה בהכרח גדולה מ-1, וזו התשובה הנכונה.

תשובה (3): $x + y$. בביטוי שבתשובה זו מחברים שבר חיובי לשבר שלילי. מכיוון שחיבור של מספר שלילי למספר חיובי בהכרח מקטין את התוצאה, הרי שניתן לקבוע כי הביטוי שבתשובה זו בהכרח קטן מ-x, ומכאן שבהכרח קטן מ-1, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

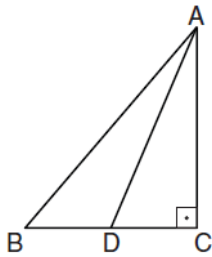
תשובה (4): $x \cdot y^2$. בביטוי שבתשובה זו נתונה מכפלה של שבר חיובי בשבר שלילי אשר הועלה בריבוע. כאשר מעלים שבר שלילי בריבוע מקבלים כתוצאה שבר חיובי. תוצאת מכפלתם של שני שברים חיוביים תהיה בהכרח קטנה מ-1, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2).

10. השאלה: בסרטוט שלפניכם משולש ישר-זווית ABC.

נתון: $BD = DC$.

היקף המשולש ADC _____ היקף המשולש ABD,
ושטח המשולש ADC _____ שטח המשולש ABD,



פיתרון: היקף המשולש ADC מורכב מסכום אורכי הצלעות AD, DC ו-AC.

היקף המשולש ABD מורכב מסכום אורכי הצלעות AB, BD ו-AD.

לשני המשולשים צלע אחת משותפת – הצלע AD, וצלע אחת אשר על פי

הנתונים שווה, הצלע BD השווה לצלע DC, ומכאן שעל מנת לדעת למי מהמשולשים היקף גדול יותר יש

להשוות בין הצלע AC במשולש ADC והצלע AB במשולש ABD.

נתבונן במשולש ABC. משולש ABC הוא משולש ישר זווית, אשר הצלע AC היא אחת מניצביו והצלע

AB היא יתר המשולש, מכיוון שאורך היתר בהכרח גדול מאורך ניצב, הרי שהיקף משולש ADC קטן

מהיקף משולש ABD. תשובות (2) ו-(4) נפסלות.

$$\text{שטח משולש} = \frac{\text{גובה} \cdot \text{צלע} \cdot \text{צלע}}{2}$$

$$\text{שטח משולש ADC הוא } \frac{DC \cdot AC}{2}$$

$$\text{שטח משולש ABD הוא } \frac{BD \cdot AC}{2}$$

מכיוון שנתון כי $BD = DC$, שטח משולש ACD שווה לשטח משולש ABD.

תשובה (1).

11. **השאלה:** מחיר חדר במלון הוא 570 שקלים ללילה.

המלון הכריז על מבצע: אדם השוהה במלון 3 לילות, משלם עבור 2 לילות בלבד. יגאל מבקש לשהות במלון 3 לילות.

בכמה אחוזים יוזיל המבצע את המחיר שיגאל ישלם עבור לילה במלון?

פיתרון: מכיוון שיגאל ישלם עבור 2 לילות בלבד מתוך 3 הלילות, הרי שלמעשה הוא ישלם $\frac{2}{3}$ ממחיר

השהות הכולל או במילים אחרות יגאל קיבל הנחה בגובה $\frac{1}{3}$ מהמחיר הכולל, מכיוון שהשבר $\frac{1}{3}$ שווה

ל- $33\frac{1}{3}\%$, התשובה הנכונה היא תשובה (3).

תשובה (3).

12. **השאלה:** ענת מבוגרת מהילה ב-4 שנים, והיחס בין הגילים שלהן הוא 3:1.

מה יהיה היחס בין הגילים של ענת והילה בעוד שנתיים?

פיתרון: דרך א': אלגברה

מכיוון שנתון כי היחס בין הגילים של ענת והילה הוא 3:1, נסמן את גילה של הילה ב- x ואת גילה של ענת ב- $3x$. נתון כי ענת מבוגרת מהילה ב-4 שנים, כלומר $x + 4 = 3x$.

נחסר x משני האגפים, ונקבל: $4 = 2x \Leftrightarrow x = 2$.

מצאנו כי כיום גילה של הילה הוא 2 וגילה של ענת הוא 6, ומכאן שבעוד שנתיים יהיה גילה של הילה 4 וגילה של ענת 8, כלומר יחס הגילים ביניהן יהיה 8:4, שכאשר נצמצם אותו נקבל: 2:1.

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

ראשית עלינו למצוא זוג מספרים אשר ייצגו את הגילים של ענת והילה, ואשר ההפרש ביניהם הוא 4 והיחס ביניהם הוא 3:1.

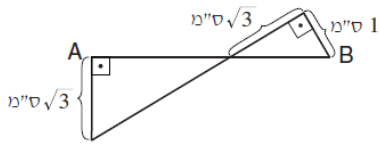
נתחיל בבדיקה לגבי המצב בו גילה של הילה הוא 1 שנה. במצב זה גילה של ענת הוא 5 שנים ($1 + 4 = 5$) ויחס הגילים שלהן הוא 5:1 ולכן מספרים אלו אינם יכולים לייצג את גילן.

אם גילה של הילה הוא 2 שנים, זה גילה של ענת הוא 6 שנים ($2 + 4 = 6$) ויחס הגילים שלהן הוא 6:2, אן אם נצמצם אותו 3:1. מכיוון שמספרים אלו מקיימים את נתוני השאלה, אלו גיליהן של הילה וענת,

ומכאן עלינו לבדוק מה יהיה היחס ביניהן בעוד שנתיים.

בעוד שנתיים תהיה הילה בת 4 שנים וענת בת 8 שנים, ומכאן שיחס הגילים שלהן הוא 8:4, השווה לאחר צמצום ל-2:1.

תשובה (2).



13. השאלה: לפי הנתונים בסרטוט שלפניכם,

$$AB = ?$$

פיתרון: אורכו של הישר AB אותו נתבקשנו למצוא שווה לאורך היתר במשולש הימני ועוד אורך הניצב במשולש השמאלי.

במשולש הימני נתונים אורכי הניצבים, נסמן את אורך היתר ב-x

$$\text{ונמצא באמצעות משפט פיתגורס את אורך היתר: } 1^2 + (\sqrt{3})^2 = x^2 \Leftrightarrow 1 + 3 = x^2 \Leftrightarrow 4 = x^2 \Leftrightarrow 2 = x$$

בסרטוט שלפנינו שני משולשים אשר שני זוגות זוויות שלהם שוות: הזוויות הקודקודיות אשר נוצרו על ידי שני הישרים הנחתכים והזוויות הישרות.

כאשר לשני משולשים יש שני זוגות של זוויות השוות זו לזו, ניתן לקבוע כי בהכרח שני המשולשים דומים זה לזה.

כאשר שני משולשים דומים זה לזה, נותרות זוגות של צלעות מתאימות אשר קיים יחס קבוע ביניהן. מול זווית α במשולש הימני הניצב שאורכו 1 ס"מ ובמשולש השמאלי ניצב שאורכו $\sqrt{3}$

ס"מ. אם אורכו של הניצב הנוסף במשולש הימני גדול פי $\sqrt{3}$ מן הניצב שאורכו 1 ס"מ, הרי שגם במשולש השמאלי אורכו של הניצב הנוסף צריך להיות גדול פי $\sqrt{3}$ מן הניצב שאורכו $\sqrt{3}$ ס"מ, ומכאן שאורכו של ניצב זה הוא 3 ס"מ.

מצאנו את שני חלקי הישר AB, ומכאן כי אורכו של הישר AB הוא 5 ס"מ ($2 + 3 =$).

תשובה (1).

14. השאלה: מכונית חדשה עולה 50,000 דולר, והטיפול בה עולה 100 דולר בחודש.

מכונית משומשת עולה 10,000 דולר, והטיפול בה עולה 500 דולר בחודש.

אחרי כמה חודשים מיום הקנייה של המכונית משתווה ההוצאה הכוללת על מכונית

משומשת (מחיר המכונית + הטיפול בה) להוצאה הכוללת על מכונית חדשה?

פיתרון: דרך א': אלגברה

מכיוון שנשאלנו אחרי כמה חודשים מיום הקנייה של המכונית משתווה ההוצאה הכוללת על שתי המכוניות, נסמן את המשתנה המבוקש, מספר החודשים שלאחריו משתווה ההוצאה הכוללת על שתי המכוניות ב-x, וניצור משוואה המתארת את סך העלות הכוללת על כל מכונית:

מכונית חדשה עולה 50,000 דולר, והטיפול בה עולה 100 דולר בחודש, ומכאן שההוצאה הכוללת על מכונית חדשה לאחר x חודשים היא: $50,000 + 100x$

מכונית משומשת עולה 10,000 דולר, והטיפול בה עולה 500 דולר בחודש, ומכאן שההוצאה הכוללת על מכונית חדשה לאחר x חודשים היא: $10,000 + 500x$

$$\text{קעת נשווה בין שני הביטויים, ונקבל: } 50,000 + 100x = 10,000 + 500x$$

$$\text{נחסר } 10,000 \text{ ו-} 100x \text{ משני האגפים, ונקבל: } 40,000 = 400x$$

$$\text{נחלק את שני האגפים ב-400, ונקבל: } 100 = x$$

דרך ב': בדיקת תשובות

נבדוק בעבור כל אחת מהתשובות המוצעות מה סך ההוצאה הכוללת על כל אחת מהמכוניות.

תשובה (1): 100.

מכיוון שההוצאה הכוללת מוגדרת בשאלה כמחיר המכונית + הטיפול בה, הרי שלאחר 100 חודשים ההוצאה הכוללת על מכונית חדשה היא 60,000 דולר ($50,000 + 100 \cdot 100 =$).

ההוצאה הכוללת על מכונית משומשת אחר 100 חודשים היא 60,000 דולר ($10,000 + 100 \cdot 500 =$).

מכיוון שמצאנו כי לאחר 100 חודשים ההוצאה הכוללת על שתי המכוניות שווה, הרי שזוהי התשובה הנכונה ואין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (1).

15. השאלה: לכל שני מספרים a ו- b , שעבורם $a \cdot b \neq 0$, הוגדרה הפעולה $\$(a, b)$ כך:

$$\$(a, b) = \frac{a-b}{a \cdot b}$$

נתונים שני מספרים x ו- y ($x \cdot y \neq 0$)

$$\$(x, y) + \$(x, -y) = ?$$

פיתרון: דרך א': אלגברה

נפשט את הביטוי באמצעות הגדרת הפעולה $\$$:

$$\$(x, y) + \$(x, -y) = \frac{x-y}{x \cdot y} + \frac{x-(-y)}{x \cdot (-y)} = \frac{x-y}{xy} - \frac{x+y}{xy}$$

כעת נחבר את שני הביטויים באמצעות יצירת גורם משותף, ונקבל:

$$\frac{x-y}{xy} - \frac{x+y}{xy} = \frac{x-y-(x+y)}{xy} = \frac{x-y-x-y}{xy} = \frac{-2y}{xy} = -\frac{2}{x}$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב לדוגמה $a=1$ ו- $b=2$, ונקבל:

$$\$(1, 2) + \$(1, -2) = \frac{1-2}{1 \cdot 2} + \frac{1-(-2)}{1 \cdot (-2)} = \frac{-1}{2} + \frac{3}{-2} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2$$

כעת נציב את אותם מספרים בתשובות, ונקבל כי תשובות (1), (3) ו-(4) נפסלות.

תשובה (2).

16. השאלה: נמרוד ועמוס רצים על מסלול מעגלי שאורכו 2 ק"מ.

נמרוד רץ במהירות קבועה של 12 קמ"ש, ועמוס רץ במהירות קבועה של 6 קמ"ש. שניהם התחילו לרוץ יחד לאותו כיוון, מאותה נקודה על המסלול.

כמה דקות ירוץ נמרוד עד שיחלוף על פני עמוס בפעם הראשונה?

פיתרון: דרך א': אלגברה

על מנת שנמרוד יחלוף על פני עמוס עליו להשיג את עמוס בסיבוב שלם.

מכיוון שהיקפו של המסלול שווה ל-2 ק"מ, הרי שעלינו למצוא לאחר כמה זמן תהיה הדרך שעבר נמרוד גדולה מהדרך שעבר עמוס בדיוק בהיקף אחד של המעגל, כלומר ב-2 ק"מ.

דרך = זמן · מהירות, ומכאן שאם נסמן את הזמן ב- x ומכיוון שמהירותו של נמרוד היא 12 קמ"ש, הדרך שהוא יעבור ב- x שעות שווה ל- $12x$.

מהירותו של עמוס היא 6 קמ"ש, ומכאן שהדרך שהוא יעבור ב- x שעות שווה ל- $6x$.

המשוואה המתארת את המצב הרצוי, מצב בו המרחק שעבר נמרוד גדול ב-2 ק"מ מהדרך שעבר עמוס

היא: $12x = 6x + 2$ נחסר $6x$ משני האגפים, ונקבל: $6x = 2$. נחלק את המשוואה ב-6, ונקבל: $x = \frac{2}{6}$,

כלומר x , הזמן אשר נדרש לנמרוד לעבור דרך אשר אורכה גדול ב-2 ק"מ מהדרך שעבר עמוס,

שווה ל- $\frac{1}{3}$ שעה או 20 דקות.

אפריל 2013 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

דרך ב': בדיקת תשובות

נבדוק מה המרחק שעבר כל אחד לאחר הזמן הנתון בתשובות.

תשובה (1): 15. לאחר 15 דקות השוות ל- $\frac{1}{4}$ שעה, יעבור נמרוד מרחק של 3 ק"מ $\left(12 \cdot \frac{1}{4} =\right)$, ועמוס

יעבור מרחק של 1.5 ק"מ $\left(6 \cdot \frac{1}{4} =\right)$. בשלב זה נמרוד עבר מרחק הגדול ב-1.5 ק"מ

מהמרחק שעבר עמוס $(3 - 1.5 =)$ ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

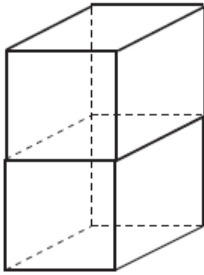
תשובה (2): 20. לאחר 20 דקות השוות ל- $\frac{1}{3}$ שעה, יעבור נמרוד מרחק של 4 ק"מ $\left(12 \cdot \frac{1}{3} =\right)$, ועמוס

יעבור מרחק של 2 ק"מ $\left(6 \cdot \frac{1}{3} =\right)$. בשלב זה נמרוד עבר מרחק הגדול ב-2 ק"מ מהמרחק

שעבר עמוס $(4 - 2 =)$ ומכאן שזו הפעם הראשונה שבה נמרוד עובר על פני עמוס בפעם

הראשונה, זו התשובה הנכונה ולכן אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (2).



17. השאלה: שתי קוביות שאורך מקצוען 1 ס"מ מונחות זו על גבי זו ויוצרות תיבה, כבסרטוט.

$$? = \frac{\text{סכום שטחי הפנים של שתי הקוביות}}{\text{שטח הפנים של התיבה}}$$

פיתרון:

- שטח הפנים של קובייה שווה לסכום השטחים של 6 הפאות שלה. מכיוון שנתון כי אורך מקצוע הקובייה הוא 1 ס"מ, הרי ששטח כל פאה הוא 1 סמ"ר $(1 \cdot 1 =)$ וסכום שטח הפנים של כל קובייה שווה ל-6 סמ"ר.
- סכום שטחי הפנים של שתי הקוביות שווה ל-12 סמ"ר $(2 \cdot 6 =)$.
- שטח הפנים של התיבה שווה לסכום שטחי הבסיס של התיבה, אשר כל אחד מהם שווה לפאת קובייה בצירוף שטח 4 פאות הצד של התיבה.
- בסיס התיבה שווה לפאת הקובייה, כלומר ל-1 סמ"ר וסכום שטחי שני הבסיסים שווה ל-2 סמ"ר $(2 \cdot 1 =)$.
- כל אחת מפאות הצד של התיבה היא מלבן אשר רוחבו שווה למקצוע הקובייה, כלומר ל-1 ס"מ ואורכו שווה לאורך שני מקצועות של הקובייה, כלומר ל-2 ס"מ. שטח כל אחת מפאות הצד של התיבה שווה ל-2 סמ"ר $(1 \cdot 2 =)$, ובסך הכול סכום שטחי ארבעת פאות הצד של התיבה שווה ל-8 סמ"ר $(4 \cdot 2 =)$.
- שטח הפנים של התיבה שווה ל-10 סמ"ר $(2 + 8 =)$.

$$\frac{\text{סכום שטחי הפנים של שתי הקוביות}}{\text{שטח הפנים של התיבה}} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

תשובה (1).

שימו לב: לאחר חישוב שטח הפנים של שתי הקוביות השווה ל-12 סמ"ר, ניתן לקבוע כי בשל 'הצמדות' של שתי הקוביות 'הפסדנו' בסך הכול שתי פאות, ומכאן ששטח הפנים של התיבה שווה ל-10 סמ"ר $(12 - 2 =)$.

18.

השאלה: לרחל יש 3 טבעות: כחולה, אדומה וצהובה, ובכל יום היא עונדת רק אחת מהן. בכל יום היא בוחרת באקראי אחת מ-2 הטבעות שלא ענדה יום קודם.

ידוע כי ביום ראשון ענדה רחל את הטבעת הכחולה. מה ההסתברות שביום שלישי באותו שבוע היא תענוד את הטבעת הצהובה?

פיתרון: ביום ראשון ענדה רחל את הטבעת הכחולה. על מנת שרחל תענוד את הטבעת הצהובה ביום שלישי, עליה לענוד ביום שני את הטבעת האדומה וביום שלישי את הטבעת הצהובה. נתון כי בכל יום רחל בוחרת באקראי אחת מ-2 הטבעות שלא ענדה ביום הקודם, ומכאן

שההסתברות שרחל תבחר ביום שני את הטבעת האדומה מבין 2 הטבעות: האדומה והצהובה היא $\frac{1}{2}$.

לאחר שרחל ענדה ביום שני את הטבעת האדומה, היא יכולה לבחור ביום שלישי לענוד את הטבעת הכחולה או את הטבעת הצהובה. ההסתברות שרחל תבחר ביום שלישי לענוד את הטבעת הצהובה מבין 2

הטבעות היא $\frac{1}{2}$.

ההסתברות להתרחשותן שחל מספר מאורעות שווה למכפלת ההסתברות להתרחשות כל מאורע בנפרד, ולפיכך ההסתברות שרחל תבחר ביום שני לענוד את הטבעת האדומה וביום שלישי את הטבעת הצהובה

$$\text{היא } \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \right)$$

תשובה (4).

19.

השאלה: משולש שווה-צלעות חסום במעגל שרדיוסו R ס"מ.

מה שטח המשולש (בסמ"ר)?

פיתרון: כאשר צורה משוכללת חסומה במעגל, כל אחת מצלעות הצורה נשענת על חלק זהה מהיקף המעגל. ומכאן שאם משולש שווה צלעות חסום במעגל, כל אחת מצלעות המשולש נשענת בדיוק על שליש מהיקף המעגל.

נסרטט זווית מרכזית הנשענת על אחת מצלעות המשולש.

קיבלנו משולש אשר שוקיו הן רדיוסים ובסיסו הוא צלע המשולש שווה הצלעות, כלומר משולש שווה שוקיים. מכיוון שצלע המשולש נשענת על שליש מהיקף המעגל, הרי שגודלה של זווית הראש של

$$\text{המשולש הוא } 120^\circ \left(\frac{360^\circ}{3} = \right), \text{ ומכאן שזווית הבסיס שוות כל אחת ל-} 30^\circ \left(\frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = \right)$$

נוריד גובה מקודקוד המשולש ונקבל שני משולשי זהב חופפים, אשר אורך היתר בכל אחד מהם שווה ל-R ס"מ.

במשולש זהב אורך הניצב הקטן שווה למחצית מאורך היתר, ומכאן שגובה המשולש הגדול המהווה

$$\text{ניצב קטן בכל אחד ממשולשי הזהב שווה ל-} \frac{R}{2}$$

הניצב הגדול בכל אחד מהמשולשים הוא מחצית מצלע המשולש שווה הצלעות. מכיוון שאורך הניצב

$$\text{הגדול במשולש זהב גדול פי } \sqrt{3} \text{ מאורך הניצב הקטן, הרי שאורך מחצית מצלע המשולש הוא } \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

ואורך צלע המשולש שווה ל- $R\sqrt{3}$ ס"מ.

כעת ניתן לבחור האם לחשב את שטח המשולש על ידי חישוב שטח המשולש הקטן שמצאנו כפול 3 או באמצעות נוסחת החישוב לשטח משולש שווה צלעות.

(א) הנוסחה לחישוב שטח משולש שווה צלעות היא: $\frac{(\text{צלע})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$, ומכאן שלפי נוסחה זו

$$\text{שטח המשולש שווה ל-} \frac{R^2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{4} \left(\frac{(R\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \right)$$

אפריל 2013 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

ב) הנוסחה לחישוב שטח משולש היא $\frac{\text{הגובה לצלע} \cdot \text{צלע}}{2}$. מצאנו כי אורכה של צלע המשולש הוא

$$\left(\frac{R\sqrt{3} \cdot \frac{R}{2}}{2} = \frac{R^2\sqrt{3}}{4} \right) \text{ ומכאן ששטח המשולש שווה ל-} \frac{R}{2},$$

מכיוון שהמשולש שמצאנו מהווה שליש משטח המשולש כולו, הרי ששטח המשולש שווה הצלעות כולו שווה ל- $\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$.

תשובה (1).

20. השאלה: נתון: $y = \frac{\sqrt{2} \cdot x}{3}$, y הוא מספר שלם המתחלק ב-4 ללא שארית.

מה המספר הגדול ביותר ש- x^2 מתחלק בו **בהכרח** ללא שארית?

פיתרון: דרך א': אלגברה

נחליף את x מתוך המשוואה הנתונה. על מנת לעשות זאת נכפול ראשית את שני אגפי המשוואה ב-3,

ונקבל: $3y = \sqrt{2} \cdot x$, כעת נחלק את שני האגפים ב- $\sqrt{2}$, ונקבל: $\frac{3y}{\sqrt{2}} = x$.

נשאלנו מה המספר הגדול ביותר שבו מתחלק x^2 ולכן נעלה את שני האגפים בריבוע, ונקבל:

$$\frac{9y^2}{2} = x^2$$

כעת נתבונן בביטוי ש- x^2 שווה לו:

נתון כי y הוא מספר שלם המתחלק ב-4 ללא שארית, כלומר y הוא כפולה שלמה של 4, וניתן לייצגו על ידי הביטוי $4a$ לדוגמה, כאשר a הוא מספר שלם.

$$\left(\frac{9y^2}{2} = \frac{9 \cdot (4a)^2}{2} = \frac{9 \cdot 16^8 a^2}{1^2} = 72a^2 \right) \text{ מכאן ש-} x^2 \text{ שווה ל-} 72a^2$$

אנו יודעים כי a הוא מספר שלם, אולם איננו יודעים מה ערכו, בכל מקרה x^2 הוא כפולה של 72 במספר שלם כלשהו, ולכן בהכרח מתחלק ב-72.

דרך ב: הצבת דוגמה מספרית

נתון כי y הוא מספר שלם המתחלק ב-4 ללא שארית, נבדוק מיהו המספר ש- x^2 בהכרח מתחלק בו על ידי הצבת ה- y המינימלי האפשרי, כלומר $y = 4$.

נקבל: $4 = \frac{\sqrt{2} \cdot x}{3}$, נכפול את שני האגפים ב-3 ונחלק ב- $\sqrt{2}$, ונקבל: $\frac{4 \cdot 3}{\sqrt{2}} = x \Leftrightarrow \frac{12}{\sqrt{2}} = x$.

מכיוון שנשאלנו על x^2 , נעלה בריבוע את שני האגפים, ונקבל: $\frac{144}{2} = x^2 \Leftrightarrow 72 = x^2$.

קיבלנו כי ערכו המינימלי של x^2 הוא 72, הרי שהמספר הגדול ביותר מהתשובות המוצעות שבו x^2 מתחלק בהכרח ללא שארית הוא 72.

תשובה (4).