

**מפתח תשובות נכונות**

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(1)	(1)	(4)	(1)	(3)	(1)	(2)	(1)	(3)	(4)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(3)	(4)	(2)	(1)	(1)	(3)	(4)	(2)	(1)	(4)	תשובה

**הסברים**

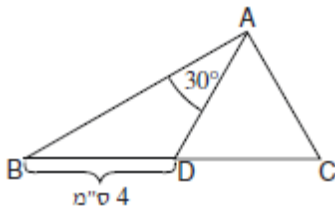
**שאלות ובעיות (שאלות 1-8)**

1.

**השאלה:** בסרטוט שלפניכם ADC הוא משולש שווה צלעות.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

DC=?



**פיתרון:** מאחר שמבקשים מאיתנו למצוא את אורכה של הצלע DC, המהווה צלע במשולש ADC שהוא משולש שווה צלעות, והנתון היחיד לגבי אורך הצלעות בסרטוט הוא אורך הצלע BD, שהיא צלע במשולש ABD, עלינו למצוא דרך לקשר בין שני המשולשים.

מהנתונים הנוגעים למשולש ABD (זווית בת  $30^\circ$ , וצלע שאורכה 4 ס"מ) לא נוכל להסיק דבר נוסף לגבי אורכה של צלע אחרת במשולש זה, ולכן נתבונן במשולש ADC. משולש ADC הוא שווה צלעות, כלומר, כל צלעותיו וזוויותיו של המשולש שוות. נסמן ב-  $60^\circ$  כל אחת מזוויות המשולש. הזווית הצמודה לזווית ADC, זווית ADB, שווה ל-  $120^\circ$ . כעת נתבונן שוב במשולש ADB: אנו יודעים את גודלן של שתיים מזוויות המשולש, ומכאן שהזווית השלישית, זווית ADB, שווה ל-  $30^\circ (= 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ)$ . מצאנו כי משולש ABD הוא משולש שווה שוקיים. במשולש, מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות. מכיוון שאורכה של הצלע BD הוא 4 ס"מ, הרי שגם אורכה של הצלע AD שווה ל-4 ס"מ. מכיוון שמשולש ADC הוא משולש שווה צלעות, הרי שאורכו של כל צלעות המשולש, וביניהן הצלע DC שוות ל-4 ס"מ.

**תשובה (4).**

2.

**השאלה:** בכד יש 100 כדורים. כל כדור צבוע באחד מן הצבעים הבאים: אדום, כחול או צהוב. מספר הכדורים האדומים בכד שווה למספר הכדורים הכחולים וגדול ממספר הכדורים הצהובים.

איזה מן המספרים הבאים יכול להיות מספר הכדורים הצהובים בכד?

**פיתרון:** הצבת תשובות.

מאחר ושואלים מה יכול להיות מספר הכדורים, והתשובות הן מספריות – ניתן להציב תשובות. נציב את המספר שבתשובה בתור מספר הכדורים הצהובים (הפרט שעליו נשאלנו) וננסה למצוא מספרים שיקיימו את נתוני השאלה:

**תשובה (1):** 15. בכד יש 100 כדורים. אם יש 15 כדורים צהובים, שיש 85 כדורים אחרים  $(100 - 15 =)$ . הכדורים הנותרים צריכים להתחלק שווה בשווה בין שני הצבעים האחרים. מכיוון

שהמספר 85 אינו מתחלק ב-2 ללא שארית, הרי שתשובה זו אינה נכונה. מכאן ניתן גם להסיק שתשובות שערךן אי זוגי אינן יכולות להיות נכונות ולפסול גם את תשובה (2).

## דצמבר 2013 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

**תשובה (3):** אם יש 30 כדורים צהובים בכד, הרי ששאר 70 הכדורים ( $100 - 30 =$ ) צריכים להתחלק שווה בשווה בין שני הצבעים הנותרים: אדום וכחול. כלומר ישנם 35 כדורים אדומים ו-35 כדורים כחולים. במצב זה מספר הכדורים האדומים גדול ממספר הכדורים הצהובים, ומכאן שהצבה זו מקיימת את כל הנתונים ולכן זו תשובה נכונה. אין צורך לבדוק את התשובה הנותרת, שכן רק תשובה אחת יכולה להיות נכונה.

**תשובה (3).**

**3. השאלה:**  $x$  הוא מספר שלם אי-זוגי

$y$  הוא מספר שלם

$x \cdot y$  מתחלק ב-6

מנתונים אלה עולה **בהכרח** כי -

**פיתרון:**

**דרך א':** הבנה אלגברית (זוגיות).

נתון כי  $x$  הוא מספר שלם ואי-זוגי וכי תוצאת המכפלה של  $x$  ו- $y$  מתחלקת ללא שארית ב-6. כל מספר המתחלק ב-6, מתחלק בהכרח ב-2 וב-3. מכיוון שנתון כי- $x$  הוא מספר אי-זוגי, כלומר מספר אשר אינו מתחלק ב-2, הרי שבהכרח  $y$  הוא מספר המתחלק ב-2 ללא שארית.

**דרך ב':** הצבת מספרים.

נבחר מספרים שמקיימים את תנאי השאלה:  $x = 3$  ו- $y = 2$ . נציב מספרים אלה בתשובות, ונפסול את התשובות שאינן מתקיימות בהכרח:

**תשובה (1):**  $y$  מתחלק ב-2. מכיוון ש-2, מתחלק ללא שארית ב-2. התשובה אינה נפסלת.

**תשובה (2):**  $x + y$  מתחלק ב-2. בהצבת  $x = 3$  ו- $y = 2$ , הסכום של  $x$  ו- $y$  הוא 5, מספר אשר אינו מתחלק ב-2. תשובה זו נפסלת.

**תשובה (3):**  $y$  מתחלק ב-3. 3 אינו מתחלק ב-2 ללא שארית, ולכן תשובה זו נפסלת.

**תשובה (4):**  $x + y$  מתחלק ב-3. מכיוון שהסכום של 3 ו-2 הוא 5, מספר אשר אינו מתחלק ללא שארית ב-3, תשובה זו נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות אנו יכולים לסמן את התשובה הנכונה - תשובה (1).

**תשובה (1).**

**4. השאלה:**  $105 \cdot 95 = ?$

**פיתרון:** לפנינו תרגיל כפל אלגברי עם תשובות מספריות גדולות.

**דרך א':** פירוק המכפלה: על מנת לחשב את התוצאה נפרק ראשית את המספר 105 ל-100 ועוד 5.

כעת נכפיל את 95 בכל אחד מגורמים אלו ונחבר את התוצאות:

$$100 \cdot 95 = 9,500$$

$$5 \cdot 95 = 5 \cdot (90 + 5) = 5 \cdot 90 + 5 \cdot 5 = 450 + 25 = 475$$

מצאנו כי תוצאת התרגיל היא  $9,975 (= 9,500 + 475)$ .

**דרך ב':** נוסחאות הכפל המקוצר

את המכפלה הנתונה בתרגיל ניתן לכתוב גם בצורה הבאה:  $(100 + 5) \cdot (100 - 5)$ , מכיוון שביטוי זה זהה

לנוסחת הכפל המקוצר, הרי שביטוי זה שקול לביטוי:  $100^2 - 5^2$ ,

אשר שווה ל- $9,975 (= 10,000 - 25)$ .

**תשובה (2).**

5. **השאלה:**  $x \neq 10 ; 0 < \frac{x-4}{10-x}$

איזה מן האי-שוויונות הבאים מתקיים בהכרח?

**פיתרון:** דרך א': בדיקת תשובות

בתשובות שלפנינו נתונים טווחים. לפי סדר התשובות, נציב ערך כלשהו שנמצא בטווח הנתון בתשובה, במטרה למצוא ערך שלא מקיים את אי השוויון עליו נשאלנו. כך נוכל לפסול תשובות;

**תשובה (1):**  $4 < x < 10$ . נציב מספר מהטווח הנתון בתשובה, למשל  $x = 6$ . במצב זה אי-השוויון המתקבל הוא:  $0 < \frac{6-4}{10-6} \Leftrightarrow 0 < \frac{2}{4}$ . מכיוון שקיבלנו כי אי-השוויון נכון, תשובה זו אינה נפסלת.

**תשובה (2):**  $10 < x$ . נציב מספר מהתחום הנתון, למשל  $x = 11$ . במצב זה אי-השוויון המתקבל הוא:  $0 < \frac{11-4}{10-11} \Leftrightarrow 0 < \frac{7}{-1}$ . מכיוון שאי-השוויון שקיבלנו אינו נכון, תשובה זו נפסלת.

**תשובה (3):**  $0 < x < 4$ . נציב מספר מהתחום הנתון, למשל  $x = 2$ . במצב זה אי-השוויון המתקבל הוא:  $0 < \frac{2-4}{10-2} \Leftrightarrow 0 < \frac{-2}{8}$ . מכיוון שאי-השוויון שקיבלנו אינו נכון, תשובה זו נפסלת.

**תשובה (4):**  $2 < x < 6$ . נציב מספר מהתחום הנתון, למשל  $x = 4$ . במצב זה אי-השוויון המתקבל הוא:  $0 < \frac{4-4}{10-4} \Leftrightarrow 0 < \frac{0}{6}$ . מכיוון שאי-השוויון שקיבלנו אינו נכון, תשובה זו נפסלת.

לאחר שפסלנו 3 תשובות ניתן לסמן את התשובה הנותרת.

**דרך ב':** הבנה אלגברית (חיובי/שלילי).

על מנת ששבר יהיה חיובי על המונה והמכנה להיות שווי סימן (שניהם שליליים או שניהם חיוביים). נתבונן במונה: אם נרצה שהמונה יהיה שלילי על  $x$  להיות קטן מ-4. אולם במקרה כזה המכנה יהיה בהכרח חיובי, ולכן הביטוי כולו יהיה שלילי. אם נרצה שהמונה יהיה חיובי,  $x$  צריך להיות גדול מ-4. במצב זה, על מנת שגם המכנה יהיה חיובי,  $x$  צריך להיות קטן מ-10. התשובה הראשונה מבטאת את טווח הערכים הזה.

**תשובה (1).**

6. **השאלה:** נתונה תיבה שנפחה 45 סמ"ק.

שתיים מפאות התיבה הן ריבועים שאורך צלעם 3 ס"מ, וארבע הפאות האחרות הן מלבנים.

מה השטח של כל פאה מלבנית (בסמ"ר)?

**פיתרון:**

נתון כי לתיבה שתי פאות ריבועיות. מכיוון שפאות נגדיות בתיבה זהות זו לזו, הרי ששתי פאות אלו הן בהכרח שתי פאות נגדיות. מכיוון שנפח התיבה זהה בכל דרך ש'נעמיד' אותה, ניתן לקבוע באופן שרירותי כי בסיסי התיבה הם שתי הפאות הריבועיות.

אורך צלע הבסיסים הריבועיים הוא 3 ס"מ, ולפיכך שטח בסיס התיבה הוא 9 סמ"ר ( $3 \cdot 3 = 9$ ).

נפח כל מנסרה ישרה שווה לשטח בסיס המנסרה כפול גובה המנסרה.

על פי הנתון נפח התיבה הוא 45 סמ"ר, ומכאן ש:  $45 = \text{גובה התיבה} \cdot 9$ .

נחלק ב-9 את שני האגפים, ונקבל כי גובה התיבה הוא 5 ס"מ.

מצאנו כי לתיבה יש 4 פאות מלבניות שמימדיהן הן צלע בסיס התיבה וגובה התיבה,

כלומר: 3 ס"מ ו-5 ס"מ, ומכאן ששטח כל אחת מהפאות המלבניות הוא 15 סמ"ר ( $3 \cdot 5 = 15$ ).

**תשובה (3).**

7.

**השאלה:** ממוצע הציונים של רוני, ליטל ועמית שווה לממוצע הציונים של רוני וליטל. הציון של ליטל הוא 80 והציון של עמית הוא 90.

מה הציון של רוני?

**פיתרון: דרך א'** : נוסחת הממוצע

על פי נתוני השאלה ממוצע הציונים של רוני, ליטל ועמית שווה לממוצע הציונים של רוני וליטל, ולכן ניתן ליצור משוואה בעזרת נוסחת הממוצע.

$$\text{ממוצע} = \frac{\text{סכום כלהאיברים}}{\text{מספרהאיברים}}, \text{ ומכאן ש: } \frac{\text{עמית} + \text{ליטל} + \text{רוני}}{3} = \frac{\text{ליטל} + \text{רוני}}{2}$$

$$\text{מכיוון שנתון כי הציון של ליטל הוא 80 והציון של עמית הוא 90, הרי ש: } \frac{\text{רוני} + 80 + 90}{3} = \frac{\text{רוני} + 80}{2}$$

$$\text{נכפול ב-6 את שני האגפים, ונקבל: } 2 \cdot \text{רוני} + 180 + 540 = 3 \cdot \text{רוני} + 240$$

$$\text{נחסר רוני} \cdot 2 \text{ משני האגפים ו-240 משני האגפים, ונקבל: } \text{רוני} = 100$$

**דרך ב'** : בדיקת תשובות.

נבדוק איזה מהתשובות המוצעות מקיימת את נתוני השאלה:

**תשובה (1):** 100. על פי נתוני השאלה ציונה של ליטל הוא 80, ומכאן שאם ציונה של רוני הוא 100, הרי

$$\text{שמוצע הציונים של שתיהן הוא } 90 \left( \frac{80+100}{2} = 90 \right)$$

מכיוון שציונה של עמית הוא 90, הרי שמוצע הציונים של רוני, ליטל ועמית אף הוא שווה ל-90

$$\left( \frac{100+80+90}{3} = 90 \right) \text{ מצאנו כי במידה וציונה של רוני הוא 100, ממוצע הציונים של רוני, ליטל ועמית}$$

שווה לממוצע הציונים של רוני וליטל, ולפיכך זו התשובה הנכונה ואין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

**תשובה (1).**

**שימו לב:** נתון כי ממוצע הציונים של רוני, ליטל ועמית שווה לממוצע הציונים של רוני וליטל, ומכאן שיהוספתה של עמית אינה משנה את הממוצע, כלומר ציונה של עמית שווה בהכרח לממוצע הציונים של רוני וליטל. נתון כי ציונה של עמית הוא 90, וציונה של ליטל הוא 80, ומכאן שעלינו למצוא מה ציונה

$$\text{של רוני על מנת שמוצע הציונים שלה ושל ליטל יהיה 90. } \frac{\text{רוני} + 80}{2} = 90 \Leftrightarrow \text{רוני} + 80 = 180 \Leftrightarrow$$

$$\text{רוני} = 100$$

8. השאלה: נתון:  $a + b = 150$

$$a = b + 30$$

כמה אחוזים מ- $(a + b)$  שווים ל- $b$ ?

**פיתרון: דרך א':** אלגברה

נתונות המשוואות:  $a + b = 150$  ו-  $a = b + 30$ . נציב את ערכו של  $a$  במשוואה הראשונה, ונקבל:

$$b + 30 + b = 150 \Leftrightarrow 2b + 30 = 150 \Leftrightarrow 2b = 120 \Leftrightarrow b = 60$$

מכיוון ש- $a = b + 30$ , הרי ש:  $a = 60 + 30 = 90$ .

עלינו למצוא לכמה אחוזים שווים 60 מ-150. כלומר המספר 150 הוא השלם כלומר שווה ל-100%.

מספר	%
150	100
60	?

מכיוון שהיחס בשורה העליונה שווה ליחס בשורה התחתונה, הרי ש:  $\frac{150}{100} = \frac{60}{x} \Leftrightarrow \frac{3}{2} = \frac{60}{x}$

$$3x = 120 \Leftrightarrow x = 40$$

**דרך ב':** הצבת דוגמה מספרית

על פי הנתון  $a$  גדול מ- $b$  ב-30, וסכומם של  $a$  ו- $b$  שווה ל-150. כלומר, עלינו למצוא זוג מספרים אשר ההפרש ביניהם 30 וסכומם שווה ל-150. זוג המספרים הוא 90 ו-60, כלומר  $a$  שווה ל-90 ו- $b$  שווה ל-60.

כעת השאלה היא כמה אחוזים מ-150 שווים ל-60.

10% מ-150 הם 15. מכיוון שהמספר 60 גדול פי 4 מ-15, הרי ש-40% מ-150 שווים ל-60.

**תשובה (4).**

הסקה מטבלה (שאלות 9-13)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על חמש השאלות שאחריו.

התרשים מתאר את התצפיות שנעשו לאורך מסלולי הנדידה של שתי חסידות: אינגריד וברברה. על הציר האופקי מסומנים חודשי השנה מאוגוסט 2001 עד אפריל 2002. על הציר האנכי מימין מצוינות המדינות שבהן נצפתה החסידה אינגריד, ועל הציר האנכי משמאל מצוינות המדינות שבהן נצפתה החסידה ברברה. כל תצפית באינגריד מסומנת במשולש, וכל תצפית בברברה מסומנת בעיגול (ראו מקרא). כל משולש וכל עיגול מציינים תצפית אחת: מיקומם בתרשים מציינ את המדינות ואת התאריכים שבהם נצפתה החסידה, והמספר שמעליהם הוא היום בחודש שבו נצפתה החסידה.

הערות:

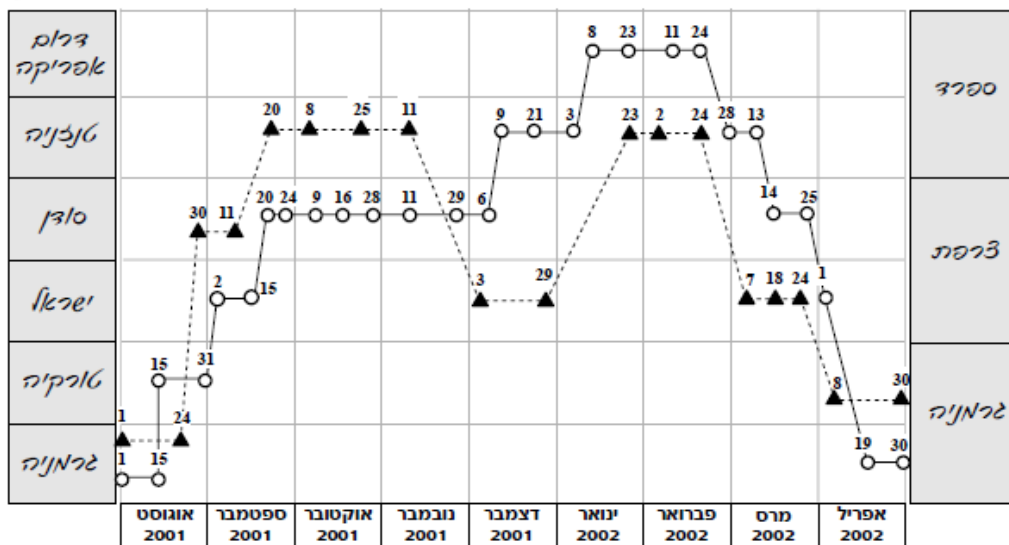
- חסידה שנצפתה פעמיים רצופות באותה מדינה, לא עזבה את המדינה בזמן שבין תצפיות אלה.
- הקווים המחברים בין הסימנים הם קווי עזר בלבד.
- לדוגמה: ב-2 בפברואר 2002 נצפתה אינגריד בספרד, וב-11 בפברואר 2002 נצפתה ברברה בדרום אפריקה.

מקרא:



המדינות שבהן נצפתה ברברה

המדינות שבהן נצפתה אינגריד



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

9. השאלה: באיזה מן החודשים הבאים נצפתה ברברה בישראל ואינגריד נצפתה בצרפת?

פיתרון: ברברה נצפתה בישראל בחודשים ספטמבר 2001 ובחודש אפריל 2002. אינגריד נצפתה בצרפת בחודש ספטמבר 2001. מכאן שהתשובה היא ספטמבר 2001.

תשובה (1).

## דצמבר 2013 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

**10. השאלה:** באילו מן המדינות שהתה אינגריד בודאות לפחות 30 יום ברציפות?

**פיתרון:** ראשית עלינו לחפש ויזואלית בתרשים באלו מקרים שהתה אינגריד זמן רב במדינה כלשהי, כלומר היכן ניתן להבחין בקווים אופקיים ארוכים. המקרים היחידים שבהם קוים אלו מתארים של תקופה יותר מ-30 יום הם בחודשים ספטמבר 2001 עד נובמבר 2002 ובחודשים ינואר 2002 ופברואר 2002, שבהן שהתה אינגריד בספרד.

**תשובה (1).**

**11. השאלה:** בכמה מן המדינות שבהן עברה ברברה בתקופה המתוארת בתרשים היא נצפתה בארבעה תאריכים או יותר?

**פיתרון:** בתרשים שלפנינו כל תצפית מציינת תאריך אחד בו נצפתה ברברה, והיא מסומנת בעיגול. ולכן נספור את העיגולים בכל מדינה. על פי התרשים המדינות בהן עברה ברברה הן: גרמניה, טורקיה, ישראל, סודן, טנזניה ודרום אפריקה. ברברה נצפתה בגרמניה בתאריכים 1.8.01, 15.1.01, 19.4.02 ו-30.4.02. כלומר ב-4 תאריכים שונים. ברברה נצפתה בטורקיה בתאריכים 15.8.01 ו-31.08.01. ברברה נצפתה בישראל בתאריכים 2.09.01 ו-15.09.01. ברברה נצפתה בסודן בתאריכים רבים: 20.09.01, 24.09.01, 9.10.01, 16.10.01 ועוד, כלומר ברברה נצפתה ביותר מ-4 תאריכים בסודן. ברברה נצפתה בטנזניה בתאריכים 9.12.01, 21.12.01, 3.01.02, 28.02.02 ו-13.03.02, כלומר ברברה נצפתה ביותר מ-4 תאריכים שונים בטנזניה. ברברה נצפתה בדרום אפריקה בתאריכים 8.01.02, 23.01.02, 11.02.02 ו-24.02.02, כלומר ברברה נצפתה ב-4 תאריכים שונים בדרום אפריקה. המדינות בהן נצפתה ברברה ב-4 תאריכים או יותר הן גרמניה, סודן, טנזניה ודרום אפריקה, כלומר 4-מדינות.

**תשובה (4).**

**12. השאלה:** כמה פעמים בחודשים המתוארים בתרשים נצפתה באותו יום אותה החסידה בשתי מדינות שונות?

**פיתרון:** תצפית בחסידה בשתי מדינות שונות באותו יום, מחייבת מציאה בתרשים של קו אנכי. ניתן להבחין בתרשים בקו זה רק בחודש אוגוסט 2001 בו נצפתה החסידה ברברה באותו יום (ה-15.08) בגרמניה וטורקיה, ומכאן שהתשובה היא פעם אחת בלבד.

**תשובה (1).**

**13. השאלה:** בשל תנאי מזג אוויר קשים שהתה ברברה ברציפות באחת המדינות יותר מ-21 יום אך פחות מ-30 יום.

באיזו מן המדינות הבאות מדובר?

**פיתרון:** עלינו לסרוק את התרשים ולבדוק באיזו מהמדינות שהתה ברברה יותר מ-21 יום אך פחות מ-30 יום, ולשם כך ניעזר בתאריכים הכתובים מעל כל תצפית בתרשים. ברברה שהתה בטנזניה בין ה-9 לדצמבר 2001 ל-3 בינואר בשנת 2002, כלומר יותר מ-21 יום ופחות מ-30 יום.

**תשובה (2).**

שאלות ובעיות (שאלות 14-20)

14. **השאלה:** שושי רוכבת על חד-אופן במסלול מעגלי שהיקפו  $x$  מטרים. רדיוס הגלגל של החד-אופן הוא  $z$  מטרים.

כמה סיבובים עושה הגלגל בכל הקפה של המסלול?

**פיתרון:** על מנת למצוא את מספר הסיבובים שעושה הגלגל בכל הקפה של המסלול, עלינו למצוא מה המרחק אשר עובר גלגל החד-אופן של שושי בכל סיבוב, וכמה פעמים 'נכנס' מרחק זה בתוך היקף המעגל אשר נתון כי הוא שווה ל- $x$  מטרים.

רדיוס הגלגל של חד-האופן שווה ל- $z$  מטרים. המרחק אשר עובר גלגל החד-אופן של שושי בכל סיבוב שווה להיקף הגלגל, כלומר ל- $2z\pi$  מטרים.

מספר הסיבובים שעושה הגלגל בכל הקפה של המסלול שווה להיקף המסלול לחלק במרחק שעובר הגלגל בכל סיבוב שלו, כלומר בהיקף הגלגל, ומכאן שמספר הסיבובים שווה ל:  $\frac{x}{2z\pi}$ .

**תשובה (4).**

15. **השאלה:** לרועי יש ריבוע נייר, והוא גוזר אותו לשני חלקים לאורך קו ישר.

רועי לא יוכל לקבל -

**פיתרון:** בדיקת תשובות:

**תשובה (1):** 2 משולשים.

אם רועי יגזור את הריבוע לאורך קו ישר אשר מחבר שני קודקודים נגדיים של הריבוע, יקבל רועי שני משולשים ישרי זווית.

**תשובה (2):** 2 טרפזים.

אם רועי יגזור את הריבוע לאורך קו שאינו מאונך לצלעות הריבוע ואשר חותך שתי צלעות נגדיות של הריבוע, יקבל רועי שני טרפזים ישרי זווית.

**תשובה (3):** 2 מעוינים.

לא ניתן לגזור את הריבוע כך שנקבל שני מעוינים.

**תשובה (4):** 2 מלבנים.

אם רועי יגזור את הריבוע לאורך קו אשר יחתוך שתי צלעות נגדיות בריבוע ואשר יקביל לשתי הצלעות האחרות של הריבוע, יקבל רועי שני מלבנים.

**תשובה (3).**



**16. השאלה:** אלי ובני חולים והם מודדים את חום גופם. הפרש הזמן בין שתי מדידות אצל אלי הוא 5 דקות בדיוק. הפרש הזמן בין שתי מדידות אצל בני גדלה בדקה בכל פעם. בשעה 12:00 מדדו שניהם את חום גופם בפעם הראשונה, ודקה לאחר מכן מדד בני את חום גופו בפעם השנייה.

באיזו שעה ימדדו שוב שניהם יחד את חום גופם?

**פיתרון:** ספירה ידנית

הפרש הזמן בין שתי מדידות אצל אלי הוא 5 דקות בדיוק.

אם בשעה 12:00 מדדו שניהם את חום גופם בפעם הראשונה, הרי אלי ימדוד בפעם הבאה את חום גופו ב-12:05, לאחר מכן ב-12:10, וב-12:15, וכך הלאה, למעשה בכל שעה שבה מספר הדקות מסתיים בספרה 5 או 0.

נתון כי הפרש הזמן בין שתי מדידות אצל בני גדלה בדקה בכל פעם. מכיוון שידוע כי בני מדד את החום בשעה 12:00 ודקה לאחר מכן, כלומר בשעה 12:01, הרי שהפרש הזמן בין שתי המדידות הראשונות שלו היה דקה אחת. על פי הנתונים, הפרש הזמנים בין כל שתי מדידות גדל בדקה, ולכן המדידה הבאה של בני תהיה לאחר 2 דקות, כלומר בשעה 12:03, המדידה שלאחריה תהיה לאחר 3 דקות, כלומר בשעה 12:06 והמדידה שלאחריה לאחר 4 דקות, בשעה 12:10. מצאנו כי בשעה 12:10 ימדדו גם בני וגם אלי שוב יחד את חום גופם.

**תשובה (1).**

**17. השאלה:** נתון:  $0 < a$ ,  $x = a^{-1}$

$$y = a^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{x \cdot y}{\frac{x}{y}} = ?$$

**פיתרון:** ראשית נפשט את הביטוי הנתון:

$$\frac{x \cdot y}{\frac{x}{y}} = x \cdot y \cdot \frac{y}{x} = y \cdot y = y^2$$

על פי הנתון:  $y = a^{-\frac{1}{2}}$ , נציב ביטוי זה בביטוי שקיבלנו, ונקבל:  $y^2 = \left(a^{-\frac{1}{2}}\right)^2$ .

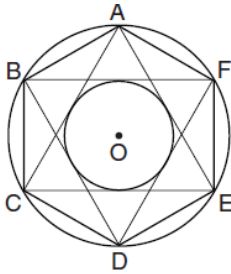
על פי חוקי חזקות  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ , ומכאן ש:  $\left(a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = a^{-\frac{1}{2} \cdot 2} = a^{-1}$ .

מכיוון שעל פי הנתון  $x = a^{-1}$ , הרי שערכו של הביטוי שווה ל- $x$ .

**תשובה (1).**

18. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם משושה משוכלל ABCDEF החסום במעגל שמרכזו בנקודה O. שישה מאלכסוני המשושה חוסמים מעגל אחר שמרכזו אף הוא בנקודה O. נסמן את רדיוס המעגל הגדול ב-R ואת רדיוס המעגל הקטן ב-r.

$$\frac{R}{r} = ?$$



**פיתרון:** נתבונן במרובע ABDE:

הצלעות AB ו-DE הן צלעות המשושה המשוכלל. כאשר משושה משוכלל חסום במעגל, אורכה של צלע המשושה שווה לרדיוס המעגל החוסם, כלומר  $AB = DE = R$ . זווית BAE היא זווית היקפית הנשענת על 3 מצלעות המשושה המשוכלל. סכום זוויות היקפיות הנשענות על כל היקף המעגל שווה ל- $180^\circ$ , מכיוון שזווית BAE נשענת על 3 מתוך 6 צלעות המשושה המשוכלל, הרי שהיא נשענת על מחצית מהיקף המעגל, כלומר שווה ל- $90^\circ$ .

באופן זה ניתן לראות כי גם זווית ABD, BDE, DEA שוות ל- $90^\circ$ , ומכאן שהמרובע ABDE הוא מלבן.

נוריד רדיוס ממרכז המעגל הקטן לנקודות ההשקה עם המשיקים AE ו-BD, ונסמן נקודות אלו G ו-H.

רדיוס לנקודת ההשקה יוצר זווית של  $90^\circ$  עם המשיק, ומכאן שכל זוויותיו של המרובע ABGH שוות ל- $90^\circ$ , כלומר המרובע ABGH הוא מלבן. הצלע GH מורכבת משני רדיוסים של המעגל הקטן ושווה לצלעו הנגדית של המלבן, הצלע AB השווה כאמור ל-R, ומכאן ש- $R = 2r$ .

$$\frac{R}{r} = \frac{2r}{r} = 2$$

**תשובה (2).**

19. **השאלה:** למיכל יש 4 חברות: איילת, איריס, אורית ואסנת. מיכל קנתה מחברת, אלבום ו-2 ספרים וחילקה אותם באקראי בין 4 חברותיה. כל חברה קיבלה פריט אחד.

מה ההסתברות שאיריס ואורית קיבלו ספר?

**פיתרון:** הסתברות שווה ל- $\frac{\text{רצוי}}{\text{מצוי}}$ , כלומר למספר האפשרויות הרצויות מתוך סך כול האפשרויות.

מכיוון שמתוך סך הכול 4 הפריטים שרכשה מיכל ישנם שני ספרים, הרי שכאשר מיכל תחלק את

$$\text{הפריטים באקראי, ההסתברות שאיריס תקבל ספר שווה ל-} \left(\frac{2}{4} = \frac{1}{2}\right).$$

לאחר שאיריס קיבלה ספר, נותר ספר אחד בלבד מתוך 3 פריטים סך הכול, ולכן ההסתברות שאורית

$$\text{תקבל ספר שווה ל-} \frac{1}{3}.$$

ההסתברות שאיריס וגם אורית יקבלו ספר היא מכפלת ההסתברות שכל אחת מהן תקבל ספר,

$$\text{כלומר שווה ל-} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}\right).$$

**תשובה (4).**

20.

**השאלה:** אמיר וגדי בונים יחד בית ב-10 ימים. כל אחד מהם עובד בקצב קבוע. קצב העבודה של אמיר גדול פי 4 מקצב העבודה של גדי.

בכמה ימים יסיים גדי לבנות בית לבדו?

**פיתרון:** דרך א': יחסים

נתון כי קצב העבודה של אמיר גדול פי 4 מקצב העבודה של גדי, כלומר יחס ההספקים בין אמיר לגדי, יחס 'מהירות העבודה' שלהם, הוא 4:1.

אמיר וגדי עובדים זמן זהה, הרי שיחס העבודה שכל אחד מהם מבצע שווה ליחס ההספקים שלהם,

ומכאן שלמעשה גדי עושה  $\frac{1}{5}$  מהעבודה ואמיר  $\frac{4}{5}$  מהעבודה.

אם גדי בונה  $\frac{1}{5}$  מהבית ב-10 ימים, הרי שאת הבית כולו יבנה גדי לבדו ב-50 יום.

**דרך ב'**: הצבת דוגמה מספרית

בשאלה לא נתון מה בדיוק עושים גדי ואמיר אלא רק מה יחס ההספקים שלהם.

לשם הפשטות נניח כי גדי מניח לבנה ביום, ואילו אמיר שקצב עבודתו גדול פי 4, מניח 4 לבנים ביום.

במצב זה אמיר וגדי יחדיו מניחים 5 לבנים ביום ( $= 4 + 1$ ) וב-10 ימים הם מניחים יחדיו 50 לבנים

( $= 10 \cdot 5$ ), כלומר הבית מורכב מ-50 לבנים.

כעת נשאל את עצמנו בכמה ימים יבנה גדי, אשר קצב עבודתו 1 לבנה ביום, בית המורכב מ-50 לבנים.

מנתונים אלו עולה כי התשובה היא 50 ימים.

**תשובה (3).**