

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(1)	(2)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(3)	(4)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(3)	(1)	(4)	(1)	(3)	(4)	(2)	(4)	(1)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-9)

1. **השאלה:** לרועי היו 3 כוסות: הראשונה מלאה מים, והאחרות ריקות. הוא העביר מים מן הכוס הראשונה לשנייה עד שבשתייהן הייתה כמות שווה של מים, ואחר כך העביר מים מן הכוס השנייה לשלישית עד שבשתייהן הייתה כמות שווה של מים. איזה חלק מן מכמות המים שהייתה בתחילת הכוס הראשונה נמצא כעת בכוס השלישית?

פיתרון: הצבת דוגמה מספרית לשם הנוחות נציב כי כמות המים שהייתה בתחילה בכוס הראשונה היא 1 ליטר. אם העברנו מים מן הכוס הראשונה לשנייה עד שבשתייהן הייתה כמות שווה של מים, הרי שלאחר שהעברנו מים מן הכוס הראשונה לשנייה היו בשתי הכוסות $\frac{1}{2}$ ליטר. אם יש בכוס השנייה $\frac{1}{2}$ ליטר והעברנו ממנה מים לכוס השלישית עד שבשתי הכוסות הייתה כמות זהה, הרי שלאחר העברת המים יהיה בשתי הכוסות $\frac{1}{4}$ ליטר. אם לאחר העברת המים בין הכוסות יש בכוס השלישית $\frac{1}{4}$ ליטר, הרי שכמות זו מהווה $\frac{1}{4}$ מהכמות שהייתה בתחילה בכוס הראשונה.

תשובה (4).

2. **השאלה:** נתון: $a < 0$

$$0 < b$$

$$|a \cdot b| = ?$$

פיתרון: זרזא': הצבת דוגמה מספרית

$$\text{נציב כי } a = -1 \text{ ו- } b = 1$$

$$\text{הביטוי } |a \cdot b| \text{ שווה ל- } 1 \text{ (} |-1 \cdot 1| = |-1| = 1 \text{)}$$

כעת נבדוק ערך של מי מהתשובות שווה ל-1.

תשובה (1): $b \cdot |a|$. אם $a = -1$ ו- $b = 1$ ערך הביטוי הוא $1 \cdot 1 = 1$ (כי $1 \cdot |-1| = 1$).

תשובה (2): $a \cdot |b|$. אם $a = -1$ ו- $b = 1$ ערך הביטוי הוא $-1 \cdot 1 = -1$ (כי $-1 \cdot |1| = -1$).

תשובה (3): $a \cdot b$. אם $a = -1$ ו- $b = 1$ ערך הביטוי הוא $-1 \cdot 1 = -1$ (כי $-1 \cdot 1 = -1$).

תשובה (4): $-b \cdot |a|$. אם $a = -1$ ו- $b = 1$ ערך הביטוי הוא $-1 \cdot 1 = -1$ (כי $-1 \cdot |-1| = -1$).

מכיוון שפסלנו את תשובות (2), (3) ו-(4), הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה (1).

דצמבר 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

דרך ב': הבנה אלגברית (חיובי/שלילי)

נתון כי a שלילי ו- b חיובי. כאשר נשים את שניהם בערך מוחלט יתקבל בהכרח ביטוי חיובי. עלינו לעבור על התשובות ולבדוק מיהי התשובה שערכה חיובי. מכיוון שרק ערכה של תשובה (1) חיובי, זו התשובה הנכונה.

תשובה (1).

3.

השאלה: בחנות מסוימת ספר בישול עולה 20 שקלים יותר מספר שירה. שלומית קנתה בחנות זו 4 ספרי בישול ו-6 ספרי שירה, ושילמה אותו סכום בעבור ספרי הבישול ובעבור ספרי השירה.

כמה שקלים עולה **ספר בישול** בחנות?

פיתרון: דרך א': בניית משוואה

נתון כי ספר בישול עולה 20 שקלים יותר מספר שירה, מכיוון שביקשו מאיתנו למצוא את מחירו של ספר בישול, נסמן ב- x את מחירו של ספר הבישול, וב- $(x - 20)$ את מחירו של ספר שירה.

נתון כי שלומית קנתה 4 ספרי בישול ו-6 ספרי שירה, ושילמה את אותו סכום בעבור ספרי הבישול ובעבור ספרי השירה, כלומר: $4x = 6 \cdot (x - 20)$.

נפשט את המשוואה על ידי פתיחת הסוגרים באגף ימין, ונקבל: $4x = 6x - 120$.
נחבר 120 ונחסר $4x$ משני האגפים, ונקבל: $120 = 2x \Leftrightarrow 60 = x$.

דרך ב': בדיקת תשובות

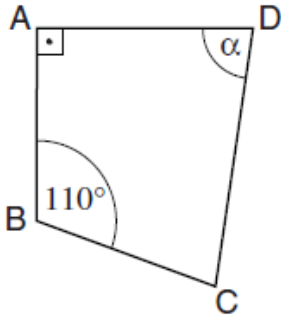
תשובה (1): 50. אם מחירו של ספר בישול הוא 50 שקלים, הרי שמחירו של ספר שירה הוא 30 שקלים. אם שלומית קנתה 4 ספרי בישול, הרי שהסכום הכולל ששילמה עבור ספרי בישול הוא 200 שקלים $(4 \cdot 50)$. שלומית קנתה 6 ספרי שירה. מחירו של ספר שירה קטן ב-20 שקלים ממחירו של ספר בישול, כלומר שווה ל-30 שקלים $(50 - 20)$, ומכאן שהסכום הכולל ששילמה שלומית עבור ספרי שירה הוא 180 שקלים $(6 \cdot 30)$. מכיוון שעל פי תשובה זו קיבלנו כי שלומית לא שילמה את אותו סכום על ספרי השירה וספרי הבישול, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2): 60. אם מחירו של ספר בישול הוא 60 שקלים, הרי שמחירו של ספר שירה הוא 40 שקלים. אם שלומית קנתה 4 ספרי בישול, הרי שהסכום הכולל ששילמה עבור ספרי בישול הוא 240 שקלים $(4 \cdot 60)$. מחירו של ספר שירה קטן ב-20 שקלים ממחירו של ספר בישול, כלומר שווה ל-40 שקלים $(60 - 20)$, ומכאן שהסכום הכולל ששילמה שלומית עבור ספרי שירה הוא 240 שקלים $(6 \cdot 40)$.

מכיוון שעל פי תשובה זו קיבלנו כי שלומית שילמה את אותו סכום על ספרי השירה וספרי הבישול, הרי שזו התשובה הנכונה, ואין ורף להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (2).

דצמבר 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית



4. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם מרובע ABCD.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט, מה אינו יכול להיות גודלה של זווית α ?

פיתרון:

מכיוון שנשאלנו מה לא יכול ערכה של זווית α , נבדוק את התשובות המוצעות:

תשובה (1): 20° . אם α שווה ל- 20° , הרי שיחד עם שתי הזוויות הנתונות, ערכן של שלוש הזוויות במרובע הוא 220° ($= 90^\circ + 110^\circ + 20^\circ$), ומכאן שערכה של הזווית הרביעית, זווית DCB, הוא 140° ($= 360^\circ - 220^\circ$).

מצאנו את גודלן של כל הזוויות במרובע, ולא נראה כי יש בעיה כלשהי בכך שהן אינן שוות או בכך ששתיים מהן חדות ושתיים קהות, ולכן תשובה זו תיתכן.

באופן דומה נציב וניווכח לראות כי גם תשובות (2) ו-(3) יתכנו, אולם בהצבת תשובה (4) נקבל כי זווית DCB שווה ל- 0° . מכיוון שלא יכולה להיות זווית במרובע שערכה שווה ל- 0° , הרי שזו התשובה הנכונה.

שימולב: במרובע שלפנינו נתון ערכן של שתיים מהזוויות: זווית בת 110° וזווית בת 90° , כלומר סכומן שווה ל- 200° ($= 110^\circ + 90^\circ$).

סכום זוויות בכל מרובע שווה ל- 360° , ומכאן שערכה של זווית α בהכרח קטן מ- 160° ($= 360^\circ - 200^\circ$).

תשובה (4).

5. **השאלה:** בכיתה ב' יש לכל ילד 2 מחברות ובכיתה ג' יש לכל ילד 3 מחברות.

מספר הילדים בכיתה ג' הוא אי-זוגי.

סך כל המחברות של הילדים בכיתות ב' ו-ג' הוא בהכרח מספר -

פיתרון: דרך א': זוגיות

נבדוק מה מספר המחברות הכולל בכל אחת מהכיתות:

- בכיתה ב' לכל ילד 2 מחברות, מספר המחברות הכולל בכיתה ב' שווה למספר הילדים כפול מספר המחברות שברשות כל ילד, כלומר ב-2. כאשר במכפלה יש מספר זוגי אחד לפחות, תוצאת המכפלה תהיה בהכרח מספר זוגי, ולכן למרות שאיננו יודעים מה מספר הילדים בכיתה ב', מספר המחברות הכולל שברשות הילדים בכיתה ב' הוא בהכרח מספר זוגי.
- בכיתה ג' לכל ילד 3 מחברות ומספר הילדים הוא אי-זוגי. מספר המחברות הכולל שווה למכפלת מספר הילדים במספר המחברות שברשות כל ילד. מכיוון שגם מספר הילדים וגם מספר המחברות הם מספרים אי-זוגיים, הרי שמספר המחברות הכולל שברשות הילדים בכיתה ג' הוא אי-זוגי.

סך כל המחברות של הילדים בכיתות ב' ו-ג' הוא חיבור מספר המחברות שברשות ילדי כיתה ב' ומספר המחברות שברשות ילדי כיתה ג'.

מספר המחברות הכולל שברשות הילדים בכיתה ב' הוא מספר זוגי, ומספר המחברות הכולל שברשות הילדים בכיתה ג' הוא מספר אי-זוגי, ומכאן שסך כל המחברות הוא מספר אי-זוגי.

דצמבר 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

דרד ב': הצבת דוגמה מספרית

בכיתה ב' יש לכל ילד 2 מחברות ובכיתה ג' יש לכל ילד 3 מחברות.
נתון כי מספר הילדים בכיתה ג' הוא אי-זוגי.

לשם הנוחות נציב כי מספר הילדים בכל כיתה הוא 1.

במצב זה מספר המחברות שברשות ילדי ב' הוא $(1 \cdot 2 = 2)$, ומספר הילדים שברשות ילדי כיתה ג' הוא $(1 \cdot 3 = 3)$,
וסך כל המחברות של הילדים בכיתות ב' ו-ג' הוא $(2 + 3 = 5)$.

תשובות (2) ו-(3) נפסלות.

כעת נציב כי מספר הילדים בכיתה ב' הוא 2, ומספר התלמידים בכיתה ג' הוא 1.
במצב זה מספר המחברות שברשות ילדי ב' הוא $(2 \cdot 2 = 4)$, ומספר הילדים שברשות ילדי כיתה ג'
הוא $(1 \cdot 3 = 3)$, וסך כל המחברות של הילדים בכיתות ב' ו-ג' הוא $(4 + 3 = 7)$. תשובה (4) נפסלת.

תשובה (1).

6. השאלה: נתון: $a \neq b, a \neq 0$

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} - \frac{a^2 + ab}{a} = ?$$

פיתרון: דרד א': אלגברה

נפשט את הביטוי $\left(\frac{a^2 - b^2}{a - b}\right)$ באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית, ונקבל:

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} = \frac{(a - b) \cdot (a + b)}{a - b} = a + b$$

נפשט את חלקו השני של הביטוי המבוקש $\left(\frac{a^2 + ab}{a}\right)$ באמצעות הוצאת גורם משותף במונה, ונקבל:

$$\frac{a^2 + ab}{a} = \frac{a(a + b)}{a} = a + b$$

כעת נחסר את שני הביטויים שמצאנו, ונקבל: $(a + b) - (a + b) = 0$

דרד ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $a = 1$ ו- $b = 2$ בביטוי הנתון, ונקבל:

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} - \frac{a^2 + ab}{a} = \frac{1^2 - 2^2}{1 - 2} - \frac{1^2 + 1 \cdot 2}{1} = \frac{1 - 4}{-1} - \frac{1 + 2}{1} = \frac{-3}{-1} - \frac{3}{1} = 3 - 3 = 0$$

תשובות (1), (2) ו-(4) נפסלות.

תשובה (2).

דצמבר 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

7. **השאלה:** לכל שני מספרים x ו- y המקיימים $x \neq -y$ הוגדרה הפעולה \$ כך:

$$$(x, y) = \frac{x \cdot y}{x + y}$$$

$$$(1, 1), $(2, 2) = ?$$$

פיתרון: ראשית נפעיל את פעולת ה-\$ על כל אחד מהביטויים שבתוך הסוגריים:

$$$(1, 1) = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$$

$$$(2, 2) = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} = \frac{4}{4} = 1$$$

כעת, לאחר שמצאנו את ערכי הביטויים שבסוגריים, קיבלנו כי הביטוי $$(1, 1), $(2, 2)$$

$$שווה ל- $$(\frac{1}{2}, 1)$$.$$

$$$(\frac{1}{2}, 1) = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2^1}{3} = \frac{1}{3}$$$

ונקבל: נשתמש בהגדרת פעולת ה-\$ על הביטוי, ונקבל:

תשובה (3).

8. **השאלה:** נתון: $(m+1)(n+1) = 3$

$$m \cdot n = -2$$

$$m + n = ?$$

פיתרון:

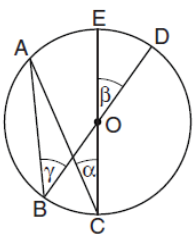
בשאלה שלפנינו נתונות שתי משוואות ואנו מתבקשים למצוא את ערכו המספרי של הביטוי $m + n$.

נפשט את המשוואה הראשונה על ידי פתיחת הסוגריים, ונקבל: $mn + m + n + 1 = 3$.

נציב את המשוואה השנייה במשוואה הראשונה, ונקבל: $m + n - 1 = 3 \Leftrightarrow -2 + m + n + 1 = 3$

נחבר 1 לשני האגפים, ונקבל: $m + n = 4$

תשובה (4).



9. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O.

A, B, C, D ו-E הן נקודות על היקף המעגל.

BD ו-CE הם קטרים במעגל.

$$\gamma = ?$$

פיתרון: כאשר ישנן זוויות במעגל, עלינו למצוא מיהן הקשתות עליהן נשענות הזוויות

והאם הזוויות הן היקפיות או מרכזיות.

הזווית המבוקשת γ היא זווית היקפית הנשענת על הקשת AD. גודלה של הזווית המרכזית הנשענת על

קשת זו גדול פי 2, כלומר שווה ל- 2γ .

נמצא מיהן הזוויות הנוספות הנשונות על הקשת AD.

זווית β היא זווית מרכזית הנשענת על הקשת DE, כלומר על חלק מהקשת AD.

זווית α היא זווית היקפית הנשענת על הקשת AE, ומכאן שגודלה של הזווית המרכזית הנשענת על

קשת זו גדול פי 2, כלומר שווה ל- 2α . סכום הזוויות המרכזיות הנוספות הנשענות על הקשת AD הוא

$2\alpha + \beta$. מכיוון שזוויות מרכזיות הנשענות על קשתות שוות, שוות זו לזו, הרי ש: $2\alpha + \beta = 2\gamma$.

$$. \alpha + \frac{\beta}{2} = \gamma$$

ונקבל: נחלק ב-2 את שני האגפים,

תשובה (3).

הסקה מתרשים (שאלות 10-13)

עיינו היטב בתרשימים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריהם.

דני ערך סקר ובו 3 שאלות:

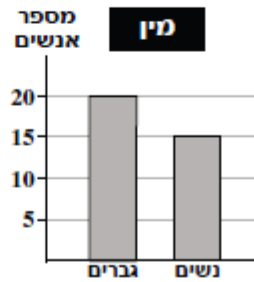
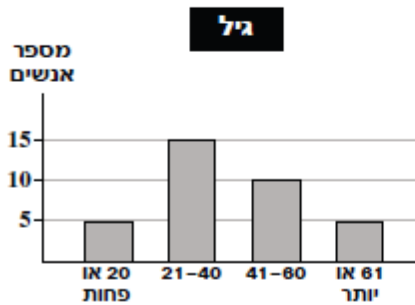
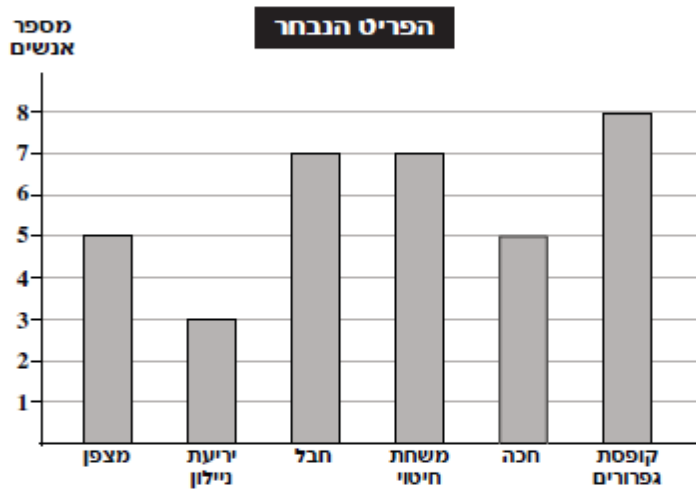
א. איזה פריט מתוך רשימת הפריטים הבאה היית לוקח/ת אִתְךָ לאי בודד:
קופסת גפרורים, חכה, משחת חיסוי, חבל, יריעת ניילון או מצפן?

ב. מה מינד?

ג. מה גילך (בשנים)?

שלושת התרשימים מסכמים את התשובות שהתקבלו.

לדוגמה: על פי תוצאות הסקר, גילם של 10 אנשים מתוך משתתפי הסקר הוא בין 41 ל-60 שנים.



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

10. **השאלה:** הנשים שהשתתפו בסקר בחרו רק שניים מן הפריטים שברשימה.

מה יכולים להיות שני הפריטים?

פיתרון: מספר הנשים שהשתתפו בסקר הוא 15. מכיוון שנתון כי הנשים שהשתתפו בתרשים בחרו רק שנמים מן הפריטים, עלינו לחפש בתשובות שני פריטים אשר על פי נתוני התרשים בחרו בהם 15 אנשים.

תשובה (1): קופסת גפרורים וחכה.

על פי התרשים 8 אנשים בחרו בקופסת גפרורים ו-5 בחכה, ומכאן שבסך הכול 13 אנשים ($8 + 5 =$) בחרו בשני פריטים אלו. לא ייתכן שאלו שני הפריטים היחידים שבחרו הנשים מכיוון שישנן 15 נשים.

תשובה (2): יריעת ניילון ומצפן.

על פי התרשים 3 אנשים בחרו ביריעת ניילון ו-5 במצפן, ומכאן שבסך הכול 8 אנשים ($3 + 5 =$) בחרו בשני פריטים אלו. לא ייתכן שאלו שני הפריטים היחידים שבחרו הנשים.

תשובה (3): משחת חיטוי ומצפן.

על פי התרשים 7 אנשים בחרו במשחת חיטוי ו-5 במצפן, כלומר בסך הכול 12 אנשים ($7 + 5 =$) בחרו בשני פריטים אלו. לא ייתכן שאלו שני הפריטים היחידים שבחרו הנשים.

תשובה (4): קופסת גפרורים וחבל.

על פי התרשים 8 אנשים בחרו בקופסת גפרורים ו-7 בחבל, כלומר בסך הכול 15 אנשים ($8 + 7 =$) בחרו בשני פריטים אלו, ולכן ייתכן שאלו שני הפריטים היחידים שבחרו הנשים. זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

11. **השאלה:** מה לכל היותר מספר המשתתפים בסקר שבחרו באותו הפריט, שהם בני אותו מין ובאותו

טווח גילאים?

פיתרון: על מנת למצוא מה מספר המשתתפים הגדול ביותר שהם בני אותו מין ובאותו טווח גילאים שבחרו באותו פריט, נבדוק קודם כל מה והפריט שבו בחרו מספר האנשים הגדול ביותר.

על פי התרשים, פריט זה הוא קופסת הגפרורים אשר בה בחרו 8 אנשים.

כעת עלינו לשאול את עצמנו, האם יתכן כי 8 האנשים שבחרו בקופסת הגפרורים הם בני אותו מין ובאותו טווח גילאים.

מכיוון שעל פי התרשים בסקר השתתפו 20 גברים ו-15 נשים, הרי שיתכן כי כל ה-8 הם בני אותו מין. מכיוון שעל פי התרשים השמאלי התחתון הן בטווח הגילאים שבין 21 ל-40 והן בטווח הגילאים שבין 41 ל-60 יש יותר מ-8 אנשים, הרי שיתכן שכל 8 האנשים שבחרו בקופסת הגפרורים הם גם בני אותו גיל, הרי שמצאנו כי לכל היותר 8 משתתפים בסקר שהם בני אותו מין ובאותו טווח גילאים בחרו באותו פריט.

תשובה (3).

דצמבר 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

12. השאלה: בדיוק 9 מהגברים שהשתתפו בסקר בחרו בחכה או בחבל.

כמה אחוזים מן הנשים שהשתתפו בסקר **לא** בחרו בחכה או בחבל?

פיתרון: מספר האנשים אשר בחרו בחכה הוא 5 ומספר האנשים שבחרו בחבל הוא 7, כלומר סך הכול בחרו בחכה ובחבל 12 אנשים ($7 + 5 =$).

אם ידוע כי שבדיוק 9 מהגברים שהשתתפו בסקר בחרו בחכה ובחבל, הרי שמתוך 12 האנשים שבחרו בחכה ובחבל ישנן 3 נשים ($12 - 9 =$).

סך הכול השתתפו בסקר 15 נשים אשר 3 מהן בחרו בחכה ובחבל, כלומר 12 מהן לא בחרו בחכה ובחבל ($15 - 3 =$).

עלינו למצוא כמה מהווים 12 מתוך 15. נעזר לשם כך בריבוע יחסים:

מספר	%
15	100
12	x

מכיוון שהיחס בטור הימני שווה ליחס בטור השמאלי, הרי ש: $\frac{100}{x} = \frac{15}{12} \Leftrightarrow \frac{100}{x} = \frac{5}{4}$

כעת נכפול את שני האגפים ב- $4x$, ונקבל: $400 = 5x \Leftrightarrow x = 80$.
מצאנו כי 12 הבנות **שלא** בחרו בחבל או חכה מהוות 30% מסך כל הנשים.

תשובה (3).

13. השאלה: מספר הגברים שהשתתפו בסקר שגילם 41 שנה או יותר הוא לכל הפחות ___ ולכל היותר ___.

פיתרון: על פי ניסוחה של השאלה עלינו למצוא את טווח האפשרויות למספר הגברים שגילם 41 שנה או יותר.

על פי התרשים השמאלי התחתון ישנם 10 משתתפים בסקר שגילם 41 עד 60 שנים, ו-5 משתתפים שגילם 61 או יותר, כלומר סך כול מספר המשתתפים בסקר שגילם 41 שנה או יותר הוא 15 ($10 + 5 =$).

על פי התרשים הימני התחתון מספר הגברים הכולל שהשתתף בסקר הוא 20 ומספר הנשים הכולל שהשתתף בסקר הוא 15.

מכיוון שישנם 15 משתתפים בסקר שגילם 41 או יותר, הרי שיתכן כי כולם נשים, ואז מספר הגברים שגילם 41 שנים או יותר הוא 0 ויתכן שכולם גברים, כלומר מספר הגברים שגילם 41 שנים או יותר הוא 15. תשובה (1).

תשובה (1).

שאלות ובעיות (שאלות 14-20)

14. **השאלה:** שתי מכוניות יוצאות באותו זמן מ-A ל-B. המרחק בין A ל-B הוא 100 ק"מ. מהירותה של מכונית א' גדולה ב-10 קמ"ש ממהירותה של מכונית ב'.

בכמה זמן תקדים מכונית א' את מכונית ב'?

פיתרון:

נתון כי מהירותה של מכונית א' גדולה ב-10 קמ"ש ממהירותה של מכונית ב'. מכיוון שאין נתונים מספריים לגבי מהירותן של המכוניות אלא רק לגבי הפרש המהירויות, נציב לדוגמה כי מהירותה של המכונית ב' היא 10 קמ"ש ושל מכונית א' 20 קמ"ש.

הזמן שיקח למכונית ב' לעבור מרחק של 100 ק"מ במהירות של 10 קמ"ש הוא 10 שעות. $\left(\frac{100}{10} = 10\right)$

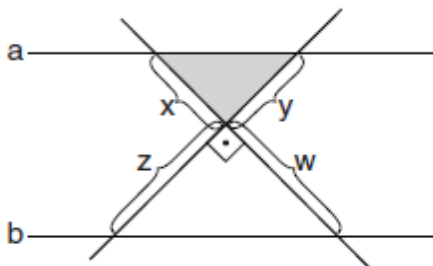
הזמן שיקח למכונית א' לעבור מרחק של 100 ק"מ במהירות של 20 קמ"ש הוא 5 שעות. $\left(\frac{100}{20} = 5\right)$

במצב זה מכונית א' תקדים ב-5 שעות את מכונית ב' $(5 = 10 - 5)$.

מכיוון שאין כל תשובה מתאימה, הרי שהתשובה הנכונה היא (4).

הערה: מי שאינו מרגיש בטוח, יכול להציב הצבה נוספת, למשל מהירות של 100 קמ"ש ו-110 קמ"ש ולהיווכח כי במצב זה נקבל תוצאה שונה.

תשובה (4).



15. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם $a \parallel b$, ושטח המשולש

הבהיר גדול פי 2 משטח המשולש הכהה.

$$\frac{z}{y} = ?$$

פיתרון: מכיוון שנתון כי שני הישרים מקבילים, הרי

שלפי מבני הדמיון המוכרים אותם למדנו, ניתן

לקבוע בוודאות כי שני המשולשים שבסרטוט

בהכרח דומים זה לזה.

כאשר נתונות שתי צורות דומות הרי שמתקיים לגביהן: יחס שטחים = $(\text{יחס קווי})^2$

על פי הנתון שטח המשולש הבהיר גדול פי 2 משטח המשולש הכהה, ולכן: $2 = (\text{יחס קווי})^2$.

נוציא שורש לשני אגפי המשוואה ונמצא כי יחס כל שני קווים מתאימים בין שני המשולשים

שווה ל: $\sqrt{2}$.

תשובה (1).

דצמבר 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

16. השאלה: חולצה שמחירה בתחילת העונה היה 150 שקלים נמכרה בסוף העונה בהנחה של a%. לאחר ההנחה היה מחיר החולצה 110 שקלים.

בין אלו שני מספרים נמצא a:

פיתרון: דרך א': ריבוע יחסים

מחיר החולצה בתחילת השנה היה 150 שקלים ובסוף השנה היה 110 שקלים, כלומר ההנחה במחיר החולצה הוא של 40 שקלים ($150 - 110 =$). עלינו למצוא לכמה אחוזים שווים 40 שקלים כאשר השלם שווה ל-150 שקלים. ניעזר בריבוע יחסים:

מספר	%
150	100
40	X

$$\frac{3}{2} = \frac{40}{x} \Leftrightarrow \frac{150}{100} = \frac{40}{x} \quad \text{היחס בשורה הראשונה שווה ליחס שבשורה השנייה, ומכאן ש:}$$

$$\text{נכפול ב-} 2x \text{ את שני האגפים, ונקבל: } 3x = 80$$

$$\text{נחלק ב-} 3 \text{ את שני האגפים, ונקבל: } x = \frac{80}{3}, \text{ כלומר } x = 26\frac{2}{3}$$

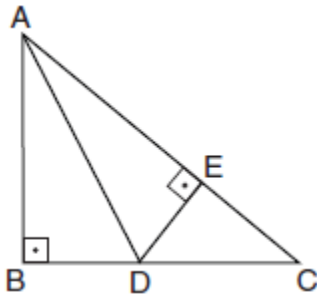
דרך ב': חישוב מקורב

ההנחה ממחיר החולצה בתחילת השנה למחירה בסוף השנה היא הנחה בגובה 40 שקלים. 10% מ-150 הם 15. 20% מ-150 הם 30, ומכאן ש-30 שקלים הם 20%, כלומר a גדול בהכרח מ-20. ניתן לפסול כבר בשלב זה את תשובה (1). מכיוון שמצאנו כי 30 שקלים הם 20%, עלינו למצוא לכמה אחוזים שווים 10 השקלים הנוספים. 10% מ-150 הם 15, ומכאן ש-5% הם 7.5 שקלים. 10 השקלים הם יותר מ-5% ופחות מ-10%. ולכן אחוז ההנחה הכולל הוא בין 25% ל-30%. בשלב זה ניתן לפסול את תשובות (2) ו-(4).

תשובה (3).

הערה: דרך נוספת לחישוב מקורב היא למצוא כי 40 שקלים הם בדיוק רבע, כלומר 25% מתוך 160. מכיוון ש-150 שקלים הוא שלם קטן יותר, הרי ש-40 שקלים הם יותר מ-25% מתוך 150. מכאן עלינו רק לבדוק האם הם פחות מ-30% מתוך 150. 10% מ-150 הם 15, ולפיכך 30% מ-150 הם 45 ($3 \cdot 15 =$). מצאנו כי 40 שקלים הם יותר מ-25% ופחות מ-30% מתוך 150.

17. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש ישר-זווית.



נתון: AD חוצה את הזווית BAC.
 $DE \perp AC$

איזה מן האי-שוויונות הבאים נכון בהכרח?

פיתרון: נתבונן בתשובות המוצעות.

תשובות (1) ו-(2) משוות בין צלעות AB ו-AE.

נתבונן במשולשים ABD ו-ADE:

AD חוצה זווית, ומכאן שזוויות DBA ו-DAE שוות זו לזו.

זווית ABD וזווית AED הן זוויות ישרות השוות זו לזו.

מכיוון שמצאנו שני זוגות של זוויות שוות ביו שני המשולשים, הרי שבהכרח גם זוג הזוויות השלישי שווה זה לזה.

מכיוון שלשני המשולשים צלע משותפת AD, הרי שניתן לקבוע כי ABD ו-ADE הם משולשים חופפים.

הצלעות AE ו-AB הן זוג צלעות הנמצאות מול זוויות שוות בשני משולשים חופפים, ומכאן שהצלעות

AE ו-AB בהכרח שוות זו לזו. ניתן לפסול את תשובות (1) ו-(2).

תשובות (3) ו-(4) משוות בין צלעות BD ו-DC.

מכיוון שצלעות אלו אינן נמצאות באותו משולש, עלינו לחפש דרך כלשהי שתאפשר להשוות בין אורכי הצלעות.

מצאנו כי המשולשים ABD ו-ADE חופפים, ומכאן שהצלע BD שווה לצלע DE.

כעת נתבונן במשולש ישר הזווית DEC:

הצלע DC היא יתר המשולש, ומכאן שהיא בהכרח ארוכה מהניצב DE. מכיוון שהצלע DE שווה לצלע

BD, הרי ש-DC בהכרח ארוכה מ-BD.

תשובה (4).

18. **השאלה:** נתון: $a, b, c < 0$

$$\frac{a}{b} = 8$$

$$\frac{b}{c} = 5$$

מה מתקיים בהכרח?

פיתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נתון כי: $a, b, c < 0$ וכי: $\frac{a}{b} = 8$ ו- $\frac{b}{c} = 5$.

נציב כי $c = -1$ וכי $b = -5$ ו- $a = -40$.

מצאנו כי התשובה הנכונה היא תשובה (2).

דרך ב': אלגברה

מכיוון שנתון כי $\frac{b}{c} = 5$, הרי ש: $b = 5c$.

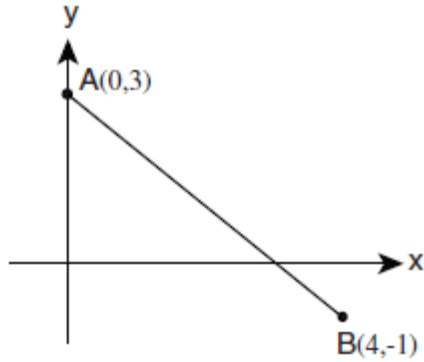
מכיוון שנתון כי $\frac{a}{b} = 8$, הרי ש: $a = 8b$.

נציב את המשוואה הראשונה במשוואה השנייה, ונקבל כי $a = 40c$ ($a = 8 \cdot 5c$).

נתון כי a, b ו- c הם מספרים שליליים. כאשר כופלים מספר שלילי במספר הגדול מ-1 ערכו קטן, ומכאן

שערכו של a הוא הקטן ביותר מבין שלושת המספרים.

תשובה (2).



19. **השאלה:** לפי הנתונים במערכת הצירים שלפניכם,

$$AB = ?$$

פיתרון: חישוב אורך של קו שאינו מקביל לצירים.

על מנת לחשב אורך של קו שאינו מקביל לצירים יש לבנות משולש ישר זווית. אורכי הניצבים של משולש זה שווים להפרשים בערך מוחלט בין ערכי ה-x וה-y של הנקודות שבקצה הקו. ההפרש בערך מוחלט בין ערכי ה-x של הנקודות שבקצה הקו הוא $4 - 0 = 4$.

ההפרש בערך מוחלט בין ערכי ה-y של הנקודות שבקצה הקו שווה ל- $3 - (-1) = 4$.

כעת נחשב את אורכו של AB באמצעות שימוש במשפט פיתגורס:

$$\sqrt{32} = AB \Leftrightarrow 32 = (AB)^2 \Leftrightarrow 16 + 16 = (AB)^2 \Leftrightarrow 4^2 + 4^2 = (AB)^2$$

תשובה (4).

20. **השאלה:** מטיילים קובייה שעל פאותיה הספרות 1 עד 6, ומטבע שעל צדו האחד כתובה

הספרה 1 ועל צדו האחר הספרה 2.

כמה אפשרויות שונות יכולות להיות לסכום התוצאות של ההטלה?

פיתרון: דרג א': טווחים

על מנת למצוא את מספר האפשרויות לסכום התוצאות של ההטלות נחשב את הערך המקסימלי והערך המינימלי האפשריים בהטלות.

הערך המינימלי שניתן לקבל בהטלת הקובייה הוא 1 והערך המינימלי שניתן לקבל בהטלת המטבע הוא 1, ומכאן שסכום התוצאות המינימלי שניתן לקבל הוא $2 (1 + 1)$.

הערך המקסימלי שניתן לקבל בהטלת הקובייה הוא 6 והערך המקסימלי שניתן לקבל בהטלת המטבע הוא 2, ומכאן שסכום התוצאות המקסימלי שניתן לקבל הוא $8 (2 + 6)$.

מספר האפשרויות השונות שניתן לקבל הוא כל הערכים האפשריים מ-2 ועד 8, כלומר: 2, 3, 4, 5, 6, 7 ו-8. כלומר בסך הכול 7 ערכים אפשריים.

דרג ב': ספירה ידנית

אם מקבלים בהטלת הקובייה 1 ובהטלת המטבע 1, סכום התוצאות הוא $2 (1 + 1)$.

אם מקבלים בהטלת הקובייה 2 ובהטלת המטבע 1, סכום התוצאות הוא $3 (1 + 2)$.

אם מקבלים בהטלת הקובייה 3 ובהטלת המטבע 1, סכום התוצאות הוא $4 (1 + 3)$.

אם מקבלים בהטלת הקובייה 4 ובהטלת המטבע 1, סכום התוצאות הוא $5 (1 + 4)$.

אם מקבלים בהטלת הקובייה 5 ובהטלת המטבע 1, סכום התוצאות הוא $6 (1 + 5)$.

אם מקבלים בהטלת הקובייה 6 ובהטלת המטבע 1, סכום התוצאות הוא $7 (1 + 6)$.

אם מקבלים בהטלת הקובייה 6 ובהטלת המטבע 2, סכום התוצאות הוא $8 (2 + 6)$.

מצאנו כי סך הכול מספר התוצאות האפשריות הוא 7.

תשובה (1).