

מפתח תשובות נכונות

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(4)	(4)	(4)	(2)	(1)	(1)	(3)	(1)	(4)	(2)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(1)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(4)	(4)	(3)	(3)	תשובה

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-8)

- 1.** **השאלה:** בכיתה שבה לומדים אמיר וגלית ביקשה המורה מכל תלמיד לכתוב על דף את המספר 0 או המספר 1.
- אם _____, אזי **סכום** שני המספרים שיכתבו אמיר וגלית יהיו בוודאות _____.
- פיתרון:** נשבץ כל אחת מהתשובות המוצעות במשפט הנתון:
- תשובה (1):** אם אמיר יכתוב את המספר 1, אזי **סכום** שני המספרים שיכתבו אמיר וגלית יהיו בוודאות 2.
- אם אמיר יכתוב את המספר 1, הרי רק אם גלית תכתוב אף היא את המספר 1 יהיה הסכום בוודאות שווה ל-2, ולכן תשובה זו אינה נכונה.
- תשובה (2):** אם אמיר יכתוב את המספר 0, אזי **סכום** שני המספרים שיכתבו אמיר וגלית יהיו בוודאות שונה מ-2.
- אם אמיר יכתוב את המספר 0, הרי שגם אם גלית תכתוב את המספר 0 וגם אם היא תכתוב את המספר 1, יהיה הסכום בוודאות שונה מ-2, ולכן זו התשובה הנכונה.
- תשובה (2).**
-
- 2.** **השאלה:** שלושה מעגלים מסורטטים באופן שכל אחד מהם משיק לשניים האחרים. אורכם של הרדיוסים של שניים מהמעגלים שווה זה לזה, ואורכו של רדיוס המעגל השלישי שונה מהם. מחיבורי מרכזי המעגלים מתקבל משולש.
- המשולש הוא בהכרח -
- פיתרון:** נתון כי אורכם של הרדיוסים של שניים מהמעגלים שווה זה לזה, ואורכו של רדיוס המעגל השלישי שונה מהם, כלומר שניים מהמעגלים זהים והשלישי שונה מהם.
- אם נסרטט את שלושת המעגלים בהתאם לנתוני השאלה ונחבר את מרכזיהם נקבל בהכרח משולש אשר שתיים מצלעותיו שוות (הקווים המחברים בין קודקודי שני המעגלים הזהים למרכז המעגל ה"שונה"), וקו נוסף אשר אורכו שונה – הקו אשר מחבר בין מרכזי שני המעגלים הזהים.
- לסיכום:** המשולש אשר מתקבל מחיבור שלושת מרכזי המעגלים הוא בהכרח משולש שווה שוקיים.
- תשובה (4).**
-

ספטמבר 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

3.

השאלה: מספר זוגות הנעליים של חגית הוא בין 7 ל-13 ויש לה פחות מ-5 מעילים. לנועם יש פחות מ-6 זוגות נעליים ומספר המעילים שלו הוא בין 2 ל-8.

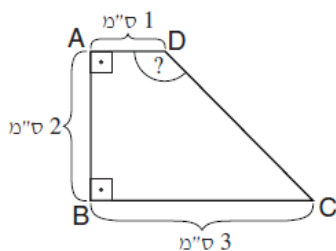
מספר זוגות הנעליים שיש לחגית ולנועם יחד הוא _____, ומספר המעילים שיש להם הוא _____.

פיתרון: על פי נתוני השאלה שלפנינו, מדובר בשאלת טווחים ולפיכך נחשב את המקסימום והמינימום של מספר זוגות הנעליים ומספר המעילים שברשות חגית ונועם. מספר זוגות הנעליים המקסימלי שברשות חגית הוא 13 ומספר זוגות הנעליים המקסימלי שברשות נועם הוא 5 (פחות מ-6), ולפיכך מספר זוגות הנעליים המקסימלי שברשות שניהם הוא $(13 + 5 =) 18$. כבר בשלב זה ניתן לפסול את תשובות (2) ו-(4). אין טעם לבדוק את מספר זוגות הנעליים המינימלי שברשות חגית ונועם שכן בשתי התשובות שטרם נפסלו, תשובות (1) ו-(3) מספר זה זהה, ושווה ל-7. מספר המעילים המקסימלי שברשות חגית הוא 4 (פחות מ-5), ומספר המעילים המקסימלי שברשות נועם הוא 8 (לנועם בין 2 ל-8 מעילים), ולפיכך מספר זוגות המעילים המקסימלי שברשות שניהם הוא $(8 + 4 =) 12$. מכיוון שעל פי תשובה (3), מספר המעילים המקסימלי הוא 11, הרי שתשובה זו נפסלת, התשובה הנכונה היא תשובה (1).

תשובה (1).

4.

השאלה: ABCD הוא טרפז ישר-זווית.



לפי הנתונים שבסרטוט, $\angle ADC = ?$

פיתרון: נוריד אנך מקודקוד D ללבסיס הטרפז: הצלע BC, ונסמן את נקודת המפגש עם הצלע BC בנקודה E. קיבלנו מלבן ADEB ומשולש ישר זווית DEC. הזווית המבוקשת, זווית ADC, מורכבת משתי זוויות: הזווית ADE שהיא זווית במלבן פנימית ADEB, ושווה ל- 90° , וזווית EDC שהיא זווית פנימית במשולש ישר הזווית DEC. נתבונן במשולש ישר הזווית DEC:

הניצב DE מהווה גם צלע במלבן ADEC. מכיוון שעל פי הנתונים אורכה של הצלע AB הוא 2 ס"מ, הרי שבהכרח אורך הצלע DE, שהיא הצלע הנגדית לה במלבן, שווה אף הוא ל-2 ס"מ. על פי נתוני השאלה, אורך הצלע BC שווה ל-3 ס"מ. הצלע BC שווה לקטע BE + הקטע EC. מכיוון שנתון כי אורך הצלע AD הוא 1 ס"מ, הרי שגם אורך הצלע הנגדית, הצלע BE, הוא 1 ס"מ, ומכאן שאורך הניצב EC שווה ל-2 ס"מ $(= 3 - 1)$. מצאנו כי אורך כל אחד מהניצבים במשולש ישר הזווית DEC, הניצבים DE ו-CE שווה ל-2 ס"מ, ומכאן שמשולש DEC הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים, ולפיכך הזווית EDC שווה ל- 45° . הזווית המבוקשת, זווית ADC, מורכבת משתי זוויות: הזווית ADE השווה ל- 90° , וזווית EDC השווה ל- 45° , ומכאן שזווית ADC שווה ל- 135° $(= 90^\circ + 45^\circ)$.

תשובה (3).

ספטמבר 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

5.

השאלה: דקה אחת לאחר שחיידק נוצר הוא נהפך ל-2 חיידקים חדשים. במעבדה נוצר חיידק אחד ומיד הוכנס למבחנה.

כמה דקות לאחר מכן יהיו במבחנה בדיוק 64 חיידקים?

פיתרון: ספירה ידנית.

על פי נתוני השאלה, לאחר דקה הופך כל חיידק ל-2 חיידקים חדשים. כלומר, לאחר דקה נוספת, כלומר 2 דקות מרגע שהוכנס החיידק הראשון, יהפוך כל אחד מ-2 החיידקים ל-2 חיידקים, כך שעתה יהיו במבחנה 4 חיידקים ($2 \cdot 2 = 4$).

מצאנו כי למעשה מספר החיידקים גדל בכל דקה פי 2.

לאחר 3 דקות יהיה במבחנה 8 חיידקים ($4 \cdot 2 = 8$).

לאחר 4 דקות יהיה במבחנה 16 חיידקים ($8 \cdot 2 = 16$).

לאחר 5 דקות יהיה במבחנה 32 חיידקים ($16 \cdot 2 = 32$).

לאחר 6 דקות יהיה במבחנה 64 חיידקים ($32 \cdot 2 = 64$).

תשובה (1).

6.

השאלה: נתון האי-שוויון: $-3x^2 \leq -27$

איזה מערכי x הבאים אינו מקיים את האי-שוויון?

פיתרון: בדיקת תשובות

תשובה (1): 1- נציב (-1) באי השוויון, ונקבל: $-3 \cdot (-1)^2 \leq -27 \Leftrightarrow -3 \cdot 1 \leq -27$.

מכיוון ש-(-3) גדול מ-(-27), הרי שערך זה של x אינו מקיים את אי-השוויון, ומכאן שזו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (1).

7.

השאלה: M הוא מספר שלם וחיובי.

נתון: ל-M ול-M+18 יש מחלק משותף הגדול מ-1.

איזה מהמספרים הבאים אינו יכול להיות מחלק משותף זה?

פיתרון: דרך א': הצבת תשובות

תשובה (1): 18. נבדוק האם קיימים שני מספרים שלמים וחיוביים: M ו-M+18, אשר 18 הוא המחלק המשותף שלהם. אם לדוגמה M=18 ו-M+18 הוא 36, הרי ש-18 יהיה המחלק המשותף שלהם.

הערה: מכיוון שהמחלקים המשותפים של זוג המספרים שמצאנו הם גם 3 ו-6, הרי שהצבה זו פוסלת גם את תשובות (3) ו-(4), וניתן כבר בשלב זה לסמן את תשובה (2).

דרך ב': הבנה אלגברית

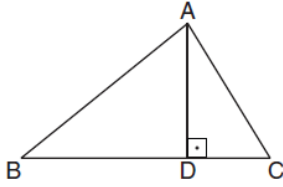
כאשר לשני מספרים יש מחלק משותף, הרי שאותם מספרים מהווים כפולה של אותו מחלק משותף. כך לדוגמה המחלק המשותף של זוג המספרים 7 ו-35 הוא 7 מכיוון ששניהם מהווים כפולה שלמה של 7. האחד שווה ל-7 כפול 1, והאחר ל-7 כפול 5.

ה'מרחק' בין 7 ל-35 הוא $28 (= 35 - 7)$, שאף הוא כפולה שלמה של 7.

המרחק בין צמד המספרים החיוביים: M ו-M+18 הוא 18, ולכן המחלקים המשותפים שלהם הם כל המספרים אשר המרחק ביניהם הוא 18 או שהם כפולה שלמה של 18, כלומר: 18, 9, 6, 3 ו-2.

תשובה (2).

8.



השאלה: בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש ו-AD הוא הגובה לצלע BC.

נתון: שטח המשולש ADC הוא 18 סמ"ר.

$$BD = \frac{2}{3} BC$$

מה שטח המשולש ABD (בסמ"ר)?

פיתרון: דרך א': אלגברה

נתון כי $BD = \frac{2}{3} BC$. כלומר אם נסמן את אורך הצלע BC ב- $3x$, הרי ש- BD שווה ל- $2x$, $\left(\frac{2}{3} \cdot 3x =\right)$

והצלע DC שווה ל- x ($3x - 2x =$).

שטח משולש ADC שווה ל-18 סמ"ר, כלומר: $\frac{x \cdot AD}{2} = 18 \Leftrightarrow x \cdot AD = 36$

שטח משולש ABD שווה למכפלת צלע המשולש, הצלע BD , בגובה לצלע, כלומר ל: $\frac{2x \cdot AD}{2}$, כלומר

לביטוי: $x \cdot AD$.

מכיוון שמצאנו כי הביטוי $x \cdot AD$ שווה ל-36 סמ"ר, הרי שזה שטח משולש ABD.

דרך ב': הבנה אלגברית

על פי נתוני השאלה ידוע שטח משולש ADC (השווה ל-18 סמ"ר), והיחס בין הצלע BD לצלע BC , ואנו מתבקשים למצוא את שטח משולש ABD.

למשולש ABD גובה זהה לגובהו של משולש ADC: הצלע AD.

מכיוון ששטח תלוי באורך הצלע ובאורכו של הגובה לצלע, והגובה לצלע שווה בשני המשולשים, הרי שעל מנת למצוא את שטח משולש ABD, עלינו למצוא את היחס בין בסיסו של משולש ADC לבסיס משולש ABD.

נתון כי $BD = \frac{2}{3} BC$. כלומר אם נסמן את אורך הצלע BC ב- $3x$, הרי ש- BD שווה ל- $2x$, $\left(\frac{2}{3} \cdot 3x =\right)$

והצלע DC שווה ל- x ($3x - 2x =$).

מכיוון שבסיס משולש ABD גדול פי 2 מבסיס משולש ADC, ולשני המשולשים גובה זהה, הרי שבהכרח שטח משולש ABD גדול פי 2 משטח משולש ADC, ומכאן שהוא שווה ל-36 סמ"ר ($18 \cdot 2 =$).

תשובה (4).

הסקה מתרשים (שאלות 9-12)

עיינו היטב בטבלה שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריה.

בין כמה משתתפים נערך חידון.
 בחידון הוצגו שאלות בשישה נושאים: אקטואליה, טכנולוגיה, מוסיקה, ספורט, קולנוע ותאטרון.
 בחידון התמודדו 12 משתתפים: 5 גברים (והם מסומנים בטבלה באותיות A עד E) ו-7 נשים (והן מסומנות בטבלה באותיות F עד L).
 הניקוד של משתתף בנושא מסוים הוא סך הנקודות שצבר בנושא זה: תשובה נכונה זיכתה את המשתתף בנקודה אחת, ותשובה שגויה גרעה נקודה אחת מהניקוד שלו (אי-מתן תשובה לא שינה את הניקוד של המשתתף).
 בטבלה רשומים ערכי הניקוד של כל אחד מהמשתתפים בכל אחד מנושאי החידון.
 לדוגמה: האות I מסמנת אישה. הניקוד שקיבלה בנושא תאטרון הוא 2.

נושאי החידון						משתתפים	
תאטרון	קולנוע	ספורט	מוסיקה	טכנולוגיה	אקטואליה		
0	6	25	8	-2	1	A	גברים
3	-2	5	3	1	3	B	
0	-4	10	6	-2	-2	C	
1	6	10	9	0	4	D	
0	2	10	9	-2	4	E	
3	-4	25	6	-1	5	F	נשים
3	2	5	2	0	4	G	
4	8	10	8	-2	5	H	
2	6	20	8	-1	5	I	
0	2	0	1	-1	0	J	
4	8	15	2	1	5	K	
1	8	25	10	0	-3	L	

שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

9. השאלה: "ניקוד כללי" של משתתף בחידון הוא סכום ערכי הניקוד שקיבל בששת הנושאים.

עבור כמה משתתפים הניקוד הכללי קטן מ-20?

פיתרון: כל שורה מייצגת משתתף, ומכאן שיש לעבור על השורות בתרשים ולבדוק ידנית אצל מי מהמשתתפים סכום הנקודות הכולל קטן מ-20.

גברים: ישנם 2 גברים אשר סכום הנקודות שלהם קטן מ-20: משתתפים B ו-C.

נשים: ישנן 2 נשים אשר סכום הנקודות שלהם קטן מ-20: משתתפות G ו-J.

סך הכול ישנם 4 משתתפים אשר סכום הנקודות שלהם קטן מ-20.

תשובה (4).

ספטמבר 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

10. **השאלה:** מתוך המשתתפים שקיבלו את הניקוד 0 בנושא תאטרון, נבחר באקראי משתתף אחד.

מה הסיכוי שמשתתף זה הוא גבר?

פיתרון: ישנם סך הכול 4 אנשים אשר ציונם בתאטרון הוא 0, 3 גברים ואישה אחת.

מכיוון שסיכוי הוא $\frac{\text{רצוי}}{\text{מצוי}}$, ומכאן שההסתברות שהמשתתף שיבחר באקראי הוא גבר הוא $\frac{3}{4}$.

תשובה (4).

11. **השאלה:** "ניקוד סף" בנושא מסוים הוא מספר שמחצית מן המשתתפים קיבלו בנושא זה ניקוד גבוה ממנו או שווה לו, ומחצית מן המשתתפים קיבלו ניקוד נמוך ממנו בנושא זה.

איזה מן המספרים הבאים הוא ניקוד סף בנושא מוסיקה?

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): 5.

ישנם בסך הכול 12 משתתפים, מתוכם רק 4 משתתפים (K, G, B ו-J) אשר ציונם במוסיקה נמוך מ-5, ומכאן שזו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2): 6.

מכיוון שאין אף אחד שציונו במוסיקה הוא 5, הרי שעדיין אותם 4 משתתפים (K, G, B ו-J) הם היחידים אשר ציונם במוסיקה נמוך מ-6, ומכאן שזו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (3): 6.

כעת נוספו 2 משתתפים אשר ציונם נמוך מהמספר המצוי. המשתתפים C ו-F אשר ציונם במוסיקה הוא 6, כלומר נמוך מ-7. מכיוון שישנם 6 משתתפים אשר ציונם במוסיקה נמוך מ-7, הרי שניתן לקבוע כי יש מחצית מהמשתתפים (6 הם מחצית מ-12) שקיבלו ציון נמוך מ-7 ומחצית שקיבלו ציון שווה או גבוה מ-7. זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

12. **השאלה:** אחד המשתתפים קיבל ב-4 מהנושאים בחידון את הניקוד הגבוה ביותר שהתקבל בנושאים אלה.

מי המשתתף הזה?

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): H.

המשתתף H הוא בעל הציון הגבוה ביותר באקטואליה (אמנם בצוותא עם משתתפים נוספים, אולם זהו עדיין הציון הגבוה ביותר מכיוון שאין מי שציונו גבוה מ-5), בקולנוע ובתאטרון, כלומר ב-3 נושאים בלבד.

תשובה (2): I.

המשתתף I הוא בעל הציון הגבוה ביותר באקטואליה בלבד.

תשובה (3): K.

המשתתף K הוא בעל הציון הגבוה ביותר באקטואליה, בטכנולוגיה, בקולנוע ובתאטרון, כלומר ב-4 נושאים. זו התשובה הנכונה.

תשובה (4): L.

המשתתף L הוא בעל הציון הגבוה ביותר במוסיקה, בספורט, ובקולנוע, כלומר ב-3 נושאים.

תשובה (3).

שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

13. **השאלה:** לנדב ולעמית יחד יש 105 קלפים. לנדב יש יותר קלפים מלעמית. ההפרש בין מספר הקלפים של השניים שווה ל- $\frac{1}{4}$ ממספר הקלפים שיש לנדב.

כמה קלפים יש לנדב?

פיתרון: דרך א': בדיקת תשובות

תשובה (1): 45. לנדב ולעמית יחד יש 105 קלפים, ומכאן שאם לנדב יש 45 קלפים, הרי שלעמית יש 60 קלפים ($105 - 45 =$). נתון כי לנדב יש יותר קלפים מלעמית, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

תשובה (2): 47. לנדב ולעמית יחד יש 105 קלפים, ומכאן שאם לנדב יש 47 קלפים, הרי שלעמית יש 58 קלפים ($105 - 47 =$). נתון כי לנדב יש יותר קלפים מלעמית, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

תשובה (3): 58. לנדב ולעמית יחד יש 105 קלפים, ומכאן שאם לנדב יש 58 קלפים, הרי שלעמית יש 47 קלפים ($105 - 58 =$). ההפרש בין מספר הקלפים של השניים הוא 11 ($58 - 47 =$). 11

קלפים אינם מהווים $\frac{1}{4}$ מ-47, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

תשובה (4): 60. לנדב ולעמית יחד יש 105 קלפים, ומכאן שאם לנדב יש 60 קלפים, הרי שלעמית יש 45 קלפים ($105 - 60 =$). ההפרש בין מספר הקלפים של השניים הוא 15 ($60 - 45 =$). 15

קלפים מתוך 60 הם $\frac{1}{4}$ ($\frac{15}{60} =$), ולכן זו התשובה הנכונה.

דרך ב': אלגברה

לנדב ועמית יחדיו יש 105 קלפים.

נסמן את מספר הקלפים של נדב ב- x ומכאן שמספר הקלפים של עמית שווה ל- $105 - x$.

ההפרש בין מספר הקלפים של שניהם שווה ל- $x - (105 - x)$, כלומר ל- $2x - 105$.

ההפרש בין מספר הקלפים של שניהם שווה ל- $\frac{1}{4}$ ממספר הקלפים שיש לנדב, כלומר: $2x - 105 = \frac{1}{4}x$.

נכפול ב-4 את שני האגפים, ונקבל: $8x - 420 = x$.

נחסר x ונחבר 420 לשני האגפים, ונקבל: $7x = 420$.

נחלק ב-7, ונקבל: $x = 60$.

תשובה (4).

14. **השאלה:** $\frac{|-2|-6|}{-5} - 3 = ?$

פיתרון: נפשט את הביטוי על ידי חישוב הערכים הנמצאים בערך מוחלט, כאשר יש להתחיל מהביטוי הפנימי: $\frac{|-2|-6|}{-5} - 3 \Leftrightarrow \frac{|-4|}{-5} - 3 \Leftrightarrow \frac{4}{-5} - 3 \Leftrightarrow -\frac{4}{5} - 3 \Leftrightarrow -3\frac{4}{5} \Leftrightarrow -\frac{19}{5}$.

תשובה (4).

15. השאלה: A, B, C הן אותיות המייצגות ספרות בין 1 ל-9.

$$\frac{AB+BC+CA}{A+B+C} = ?$$

פיתרון:

דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נציב לדוגמה כי $A=1$; $B=2$ ו- $C=3$, כעת נחשב את ערך הביטוי:

$$\frac{12+23+31}{1+2+3} = \frac{66}{6} = 11$$

אמנם הצבה זו פוסלת את תשובות (2) ו-(3), אולם בשל קיומה של תשובה (4) אשר לפיה אי-אפשר לדעת לפי הנתונים, נציב שוב על מנת לוודא שערך זה מתקבל עבור כל ערך מספרי של A, B, C .

נציב לדוגמה כי $A=2$; $B=3$ ו- $C=5$, ונחשב את ערך הביטוי המתקבל:

$$\frac{23+35+52}{2+3+5} = \frac{110}{10} = 11$$

מכיוון שקיבלנו שוב כי ערך הביטוי הוא 11 זו התשובה הנכונה.

דרך ב': אלגברה

המספר הדו-ספרתי AB שווה ל: $10A + B$.

המספר הדו-ספרתי BC שווה ל: $10B + C$.

המספר הדו-ספרתי CA שווה ל: $10C + A$.

ולכן הביטוי $AB+BC+CA$ שווה ל: $10A + B + 10B + C + 10C + A$.

נקבץ גורמים זהים, ונקבל: $11A + 11B + 11C$.

מכאן שניתן לפשט את הביטוי שאת ערכו התבקשנו לחשב: $\frac{AB+BC+CA}{A+B+C}$ ניתן גם להציג כ:

$$11 \Leftrightarrow \frac{11 \cdot (A+B+C)}{A+B+C} \Leftrightarrow \frac{11A+11B+11C}{A+B+C}$$

תשובה (1).

16.

השאלה: להכנת בצק יש להוסיף 1 ק"ג סוכר לכל 3 ק"ג קמח. כמו כן, יש להוסיף 1 ליטר מים לכל 1 ק"ג של תערובת סוכר וקמח. (משקל 1 ליטר מים הוא 1 ק"ג).

כמה ק"ג קמח דרושים להכנת 8 ק"ג של בצק זה?

פיתרון: לפי הנתונים לשם הכנת בצק יש להוסיף 1 ק"ג סוכר לכל 3 ק"ג קמח. לאחר שעשינו זאת קיבלנו תערובת של סוכר וקמח שמשקלה 4 ק"ג $(3 + 1 = 4)$.

כמו כן, יש לפי ההוראות, להוסיף 1 ליטר מים לכל 1 ק"ג של תערובת סוכר וקמח. מכיוון שהיחס בין המים לתערובת הסוכר והקמח הוא 1:1, לכל ק"ג תערובת יש להוסיף 1 ק"ג מים, הרי שלתערובת של 4 ק"ג קמח וסוכר יש להוסיף 4 ליטר מים.

קיבלנו תערובת בצק המורכבת מ-3 ק"ג קמח, 1 ק"ג סוכר ו-4 ק"ג מים, כלומר תערובת שמשקלה 8 ק"ג בסך הכול $(3 + 1 + 4 = 8)$.

נשאלנו כמה ק"ג קמח דרושים להכנת 8 ק"ג של בצק זה, מכיוון שקיבלנו תערובת של 8 ק"ג קמח שמשקל הקמח בה הוא 3 ק"ג, הרי שזו התשובה, 3 ק"ג קמח.

תשובה (3).

17.

השאלה: בסרטוט שלפניכם ריבוע ומשולש בעלי צלע משותפת.

$$1.5 \cdot a < b < 2 \cdot a$$

איזו מהטענות הבאות נכונה?

פיתרון: אלגברה

על פי התשובות עלינו לבדוק מה היחס בין היקף המשולש להיקף הריבוע.

מכיוון שאורכה של צלע המשולש b אינו נתון אלא נתון לגביה אך ורק טווח אורכים, נבדוק היקף איזו צורה גדול יותר כאשר אורכה של צלע המשולש b שווה ל- $1.5a$, כאשר עלינו לזכור שאורכה של b בהכרח גדולה מ- $1.5a$.

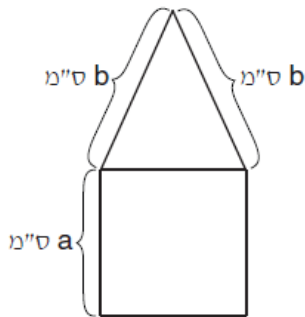
אורכה של צלע הריבוע שווה ל- a , ומכאן שהיקף הריבוע שווה ל- $4a$.

אורכו של בסיס המשולש שווה לצלע הריבוע a ואורך כל אחת מהשוקיים שווה ל- b , ומכאן שהיקף המשולש שווה ל- $a + 2b$.

כאשר $b = 1.5a$, הרי שהיקף המשולש שווה ל- $4a$ $(a + 2 \cdot 1.5a = a + 3a)$, אולם מכיוון ש- b בהכרח גדול מ- $1.5a$ הרי שהיקף המשולש בהכרח גדול מ- $4a$, כלומר גדול מהיקף הריבוע.

תשובה (2).

הערה: ניתן להציב בדרך דומה דוגמה מספרית כך ש- $a = 10$ ו- b הגדול פי 1.5 מ- a , כלומר שווה ל-15, ולהיווכח כי במצב כזה היקף המשולש שווה להיקף הריבוע. מכיוון ש- $1.5a < b$, הרי שהיקף המשולש גדול מהיקף הריבוע.



18. **השאלה:** לאיריס יש קוביה הוגנת שפאותיה ממוספרות מ-1 עד 6, ומטבע הוגן שעל צדו האחד רשום המספר 0 ועל צדו האחר רשום המספר 1. איריס מטילה את הקובייה פעם אחת ולאחר מכן מטילה את המטבע פעמיים.

מה הסיכוי שסכום המספרים שיתקבלו מהטלות המטבע יהיה גדול מהמספר שיתקבל מהטלת הקובייה?

פיתרון: על צדו האחד של המטבע ההוגן שמטילה איריס רשום המספר 0 ועל צדו האחר רשום המספר 1. המצב היחיד שבו איריס תקבל סכום מספרים בהטלות המטבע הגדול מהתוצאה שהתקבלה בהטלת הקובייה הוא המצב בו איריס תקבל את סכום המספרים המקסימלי שהיא יכולה לקבל בשתי הטלות מטבע, כלומר $2 (= 1 + 1)$, ובמקביל תקבל בהטלת הקובייה את התוצאה 1, שכן כל תוצאה אחרת שתקבל לא תאפשר מצב בו סכום ההטלות שיתקבלו בשתי הטלות המטבע יהיה גדול מהמספר שיתקבל בהטלת הקובייה.

הסיכוי לקבל 1 בהטלת קובייה הוא $\frac{1}{6}$.

הסיכוי לקבל בשתי הטלות המטבע את התוצאה 1, שווה למכפלת ההסתברות לקבל 1 בהטלה הראשונה בהסתברות לקבל בהטלה השנייה 1.

ההסתברות לקבל בהטלה בודדת את התוצאה 1 הוא $\frac{1}{2}$, ומכאן שההסתברות לקבל בהטלת המטבע

הראשונה שאת התוצאה 1 וגם בהטלת המטבע השנייה את התוצאה 1 הוא $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =\right) \frac{1}{4}$.

ההסתברות שאיריס תקבל גם את התוצאה 1 בהטלת הקובייה וגם תקבל סכום 2 בהטלת המטבע פעמיים שווה למכפלת ההסתברות לקבל 1 בהטלת הקובייה $\left(\frac{1}{6}\right)$ בהסתברות לקבלת סכום 2 בשתי

הטלות המטבע $\left(\frac{1}{4}\right)$, כלומר שווה ל- $\frac{1}{24} \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} =\right)$.

תשובה (1).

19. **השאלה:** שני גלילים זהים שרדיוס בסיסיהם 2 ס"מ וגובהם 10 ס"מ הוכנסו לתוך תיבה.

מה, לכל הפחות, נפח התיבה (בסמ"ק)?

פיתרון: על מנת למצוא את נפח התיבה המינימלי עלינו למצוא מה נפח המינימלי של תיבה אשר לתוכה ניתן להכניס את שני הגלילים הנתונים.

על מנת לעשות זאת נמצא את נפח התיבה המינימלית לתוכה ניתן להכניס גליל אחד ונכפול נפח זה ב-2. נתון כי רדיוס כל אחד מהגלילים הוא 2 ס"מ, כלומר קוטר הגליל הוא 4 ס"מ. ניתן להכניס את בסיס הגליל לתוך בסיס ריבועי של תיבה אשר אורך כל אחת מצלעות בסיס התיבה הוא 4 ס"מ.

גובה הגליל הוא 10 ס"מ, ומכאן שגם על גובה התיבה להיות שווה ל-10 ס"מ.

נפח תיבה שווה לשטח בסיס כפול גובה התיבה.

שטח בסיס התיבה הוא 16 סמ"ר $(4 \cdot 4 =)$ וגובהה 10 ס"מ, ומכאן שנפחה המינימלי של התיבה

שלתוכה ניתן להכניס את אחד הגלילים הוא 160 סמ"ק $(16 \cdot 10 =)$.

נפחה המינימלי של תיבה אשר תכיל את שני הגלילים צריך להיות כפול, כלומר שווה ל-320 סמ"ק.

תשובה (3).

ספטמבר 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

20. השאלה: $a^2 + b^2 + (a+b)^2 - 1 = ?$, $a, b \neq 0$

פיתרון: דרך א': אלגברה

נפשט את הביטוי על ידי פתיחת הסוגריים במונה, ונקבל: $\Leftrightarrow \frac{a^2 + b^2 + a^2 + b^2 + 2ab}{2ab} - 1$

$\cdot \frac{2a^2 + 2b^2 + 2ab}{2ab} - 1$

נפרק את המונה של השבר לשני חלקים, ונקבל: $\Leftrightarrow \frac{2a^2 + 2b^2}{2ab} + 1 - 1 \Leftrightarrow \frac{2a^2 + 2b^2}{2ab} + \frac{2ab}{2ab} - 1$

$\cdot \frac{2a^2 + 2b^2}{2ab}$

כעת נשתמש שוב בפירוק המונה, ונקבל: $\frac{2a^2}{2ab} + \frac{2b^2}{2ab}$

נצמצם מונים ומכנים בשברים שקיבלנו, ונקבל: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב בביטוי לדוגמה כי $a = 2$ ו- $b = 2$, ונקבל:

$2 \Leftrightarrow 3 - 1 \Leftrightarrow \frac{24}{8} - 1 \Leftrightarrow \frac{4 + 4 + 16}{8} - 1 \Leftrightarrow \frac{4 + 4 + 4^2}{8} - 1 \Leftrightarrow \frac{2^2 + 2^2 + (2 + 2)^2}{2 \cdot 2 \cdot 2} - 1$

תשובה (1): $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$. אם ערכו של $a = 2$ ו- $b = 2$ נקבל $\frac{2}{2} + \frac{2}{2}$, כלומר מצאנו כי ערכו של הביטוי הוא

2, ומכאן שבשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה.

תשובה (2): $\frac{a}{2b} + \frac{b}{2a}$. אם ערכו של $a = 2$ ו- $b = 2$ נקבל $\frac{2}{4} + \frac{2}{4}$, כלומר מצאנו כי ערכו של הביטוי

הוא 1, ומכאן שתשובה זו נפסלת.

תשובה (3): $\frac{(a+b)(a-b)}{ab}$. אם ערכו של $a = 2$ ו- $b = 2$ נקבל $\frac{(2+2)(2-1)}{2 \cdot 2}$, כלומר מצאנו

כי ערכו של הביטוי הוא 1, ומכאן שתשובה זו נפסלת.

תשובה (4): $2(a^2 + b^2)$. אם ערכו של $a = 2$ ו- $b = 2$ נקבל $2(2^2 + 2^2)$, כלומר מצאנו כי

ערכו של הביטוי הוא 16, ומכאן שתשובה זו נפסלת

מכיוון שפסלנו את תשובות (2), (3) ו-(4) ניתן לקבוע כי תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).