מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(4)	(3)	(2)	(1)	(3)	(3)	(2)	(2)	(2)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(1)	(1)	(3)	(4)	(2)	(3)	(4)	(3)	(3)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-4)

1. **השאלה**: מצמר של כבשה אחת אפשר לארוג 8 צעיפים. משה ארג צעיפים מצמר של ארבעים כבשים. רבע מהצעיפים שארג משה היו פגומים. מן הצעיפים שלא היו פגומים נתן משה 10 צעיפים לבני משפחתו.

כמה צעיפים לא פגומים נותרו למשה?

פיתרון: אם מצמר של כבשה אחת ניתן לארוג 8 צעיפים, הרי שמצמר של 40 כבשים, כמות הגדולה פי 40, ניתן לארוג כמות צעיפים הגדולה פי 40, כלומר 320 צעיפים $(=40 \cdot 8)$.

רבע מהצעיפים שארג משה היו פגומים, כלומר רבע מתוך 320 הצעיפים, שהם 80 צעיפים היו פגומים $\left(=\frac{1}{4} \cdot 320\right)$.

מכאן שנותרו בידי משה 240 צעיפים שאינם פגומים $(=320-80)$.

אם משה נתן לבני משפחתו 10 צעיפים לא פגומים, הרי שנותרו בידו 230 צעיפים $(=240-10)$.

תשובה (2).

---

2. **השאלה**: משקלו של תפוח גדול פי 3 ממשקלו של שזיף. משקלו של אגס הוא $\frac{1}{2}$ ממשקלו של תפוח.

פי כמה גדול משקלו של אגס ממשקלו של שזיף?

פיתרון: מכיוון שאין נתונים מספריים בשאלה, נציב דוגמה מספרית נוחה לעבודה.
נתון כי משקלו של תפוח גדול פי 3 ממשקלו של שזיף, לפיכך נציב כי משקלו של תפוח הוא 3 ומשקלו של שזיף הוא 1.

נתון כי משקלו של אגס הוא $\frac{1}{2}$ ממשקלו של תפוח, ולכן אם משקל התפוח הוא 3, הרי שמשקל האגס הוא $1\frac{1}{2}$ $\left(=\frac{1}{2} \cdot 3\right)$.

מצאנו כי משקל האגס הוא $1\frac{1}{2}$ ומשקל השזיף הוא 1, ומכאן שמשקלו של אגס גדול פי $1\frac{1}{2}$ ממשקלו של שזיף $\left(=\frac{1\frac{1}{2}}{1}\right)$.

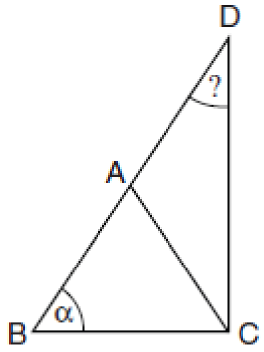
תשובה (4).

---

3. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם: $AB=AC=AD$

$\angle ABC=\alpha$

$\angle ADC=?$



פיתרון:

נתבונן במשולש ADC:
נסמן את זווית ADC ב-x.
על פי נתוני השאלה $AC=AD$. מכיוון שמול צלעות שוות מונחות זוויות שוות, הרי שהזווית שמול הצלע AD, זווית ACD שווה לזווית שמול הצלע AC, כלומר זווית ACD שווה ל-x.
נתבונן במשולש ABC:
על פי נתוני השאלה $AC=AB$.
מכיוון שמול צלעות שוות מונחות זוויות שוות, הרי שהזווית שמול הצלע AB, שווה לזווית שמול הצלע AC.
מכיוון שהזווית שמול הצלע AC שווה ל-α, הרי שגם זווית ACB שווה ל-α.
כעת נתבונן במשולש הגדול, משולש ABC:
סכום הזוויות הפנימיות בכל משולש שווה ל-$180°$, ומכאן שזווית DBC+ זווית BDC + זווית DCB שווה ל-$180°$: $\alpha+\alpha+x+x=180°$ ⇦ $2\alpha+2x=180°$.
נחלק ב-2 את שני האגפים, ונקבל: $\alpha+x=90°$.
מכיוון שנתבקשנו למצוא למה שווה הזווית אשר סימנו ב-x, נחסר α משני האגפים, ונקבל: $x=90°-\alpha$.

תשובה (3).

---

4. **השאלה**: מיכאל שוחה בברֵכה הלוך ושוב בקצב קבוע. אורכו של מסלול השחייה (מדופן לדופן) הוא 25 מטרים. למיכאל דרושות 30 שניות כדי לשחות במסלול השחייה מדופן לדופן, ועוד 2 שניות כדי להסתובב בחזרה.

מרגע שזינק מאחת הדפנות, כמה זמן יעבור עד שמיכאל ישחה מרחק של 100 מטרים?

פיתרון: על פי נתוני השאלה למיכאל דרושות 30 שניות על מנת לעבור את מסלול השחייה אשר אורכו (מדופן לדופן) הוא 25 מטרים.

מכאן, שעל מנת לעבור שבשחייה מרחק של 100 מטרים, אשר גדול פי 4 מ-25 מטרים $\left(\frac{100}{25}=\right)$ דרושות למיכאל 120 שניות $(4\cdot 30=)$, שהם 2 דקות.

על מנת לחשב את הזמן הכולל הדרוש למיכאל, עלינו להוסיף לזמן הכולל את הזמן הדרוש למיכאל לסיבוב בסיום כל מקטע שחייה בן 25 מטרים.
במהלך שחייה של 100 מטרים מיכאל הסתובב 3 פעמים: בהגיעו ל-25 מטרים, ל-50 מטרים ול-75 מטרים. אם הזמן הדרוש לכל סיבוב הוא 2 שניות, הרי שהזמן אשר דרוש לו לבצע סיבובים אלו הוא 6 שניות $(3\cdot 2=)$.

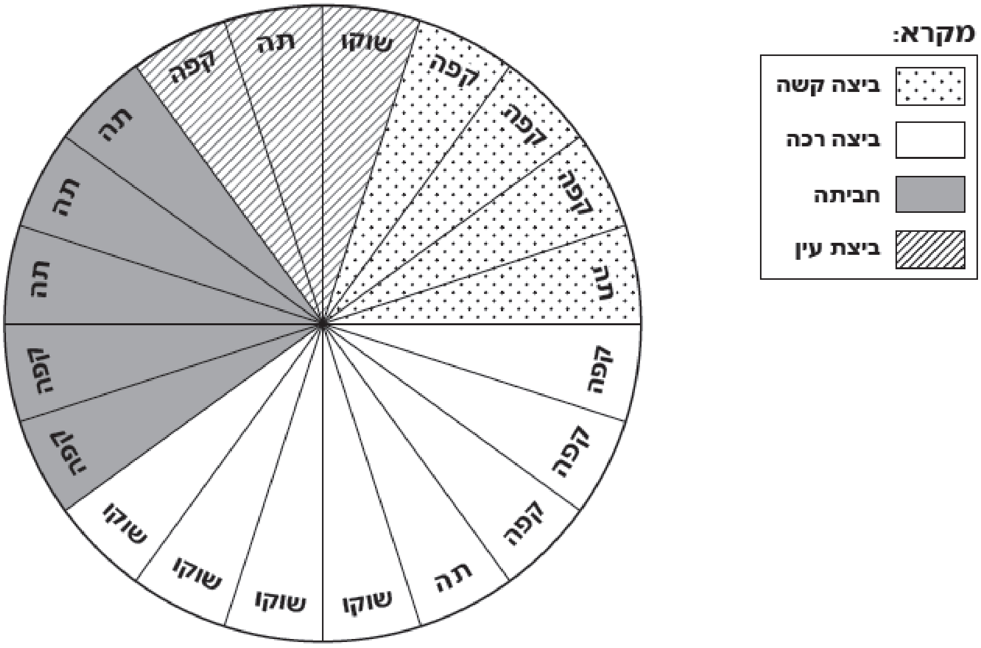
מצאנו כי הזמן הכולל הדרוש למיכאל הוא 2 דקות ו-6 שניות.

תשובה (2).

הסקה מתרשים (שאלות 5-8)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

בתרשים מוצגים נתונים על הרכב הארוחה של סועדים שונים שהשתתפו בארוחת בוקר מסוימת.
הנתונים מוצגים במעגל המחולק ל-20 גזרות שכל אחת מהן מייצגת 5% מן הסועדים.
כל סועד אכל ביצה אחת ושתה כוס אחת של משקה.
הסועדים נחלקים ל-4 קבוצות לפי סוג הביצה שאכלו. כל קבוצה מסומנת באופן שונה על גבי גזרות המעגל (ראו מקרא).
כל אחת מ-4 הקבוצות נחלקת לתת-קבוצות לפי סוגי המשקאות ששתו הסועדים. סוגי המשקאות מצוינים בתוך הגזרות המתאימות.
לדוגמה: 20% מהסועדים (4 גזרות) אכלו ביצה קשה בארוחת הבוקר.
5% מהסועדים (גזרה אחת) אכלו ביצה קשה ושתו תה.



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

.5 **השאלה**: יוסי, עומר ולאה אכלו כל אחד ביצה מסוג שונה, אך שלושתם שתו את אותו סוג משקה.

מה **אינו** יכול להיות המשקה ששתו שלושתם?

פיתרון: מכיוון שהתבקשנו למצוא מה **אינו** יכול להיות המשקה ששתו שלושתם נבדוק את התשובות המוצעות במטרה למצוא משקה כלשהו אשר לא יתכן ששלושה אשר שתו אותו אכלו ביצים מסוגים שונים.

<u>תשובה (1)</u>: שוקו. על פי התרשים ישנם סועדים ששתו שוקו ואכלו ביצה רכה וישנם סועדים ששתו שוקו ואכלו ביצת עין. מכיוון שאין סועדים ששתו שוקו ואכלו חביתה ואין סועדים ששתו שוקו ואכלו ביצה קשה, הרי שלא יתכן שיש שלושה סועדים שונים ששתו שוקו ואכלו כל אחד ביצה מסוג שונה. זו התשובה הנכונה.

תשובה (1).

---

6. **השאלה**: לפי התרשים, איזה מן המספרים הבאים עשוי להיות מספר הסועדים בארוחה?

פיתרון: נתון כי מספר הסועדים מתחלק ל-20 כך שכל גזרה מייצגת 5% מהסועדים, מכאן שכל גזרה היא מספר שלם של סועדים, כלומר מספר הסועדים חייב להתחלק ב-20 ללא שארית.
מבין התשובות המוצעות רק 60 מתחלק ב-20 ללא שארית.

תשובה (3).

---

7. **השאלה**: נתון: לכל סוגי המשקאות היה אותו מחיר.
הסכום ששולם תמורת כל כוסות התה ששתו הסועדים בארוחת הבוקר היה 60 שקלים.
מה הסכום ששולם תמורת כל כוסות המשקה ששתו הסועדים?

פיתרון: על מנת למצוא את הסכום ששולם תמורת כל כוסות המשקה ששתו הסועדים יש למצוא איזה אחוז מהווה הסכום ששולם תמורת כוסות התה מתוך הסכום הכולל.
מכיוון שכל גזרה מיייצגת 5%, ויש 6 גזרות בסרטוט שמייצגות שותי תה, הרי ששותי התה מהווים 30% מתוך סך כל הסועדים $(6\cdot 5\% =)$.

מצאנו כי 60 השקלים ששולמו תמורת כוסות התה מהוות 30% מסך כל התמורה ששולמה עבור כל כוסות המשקה ששתו הסועדים. מכאן ניתן לחשב באמצעות ריבוע יחסים או חישוב לפי 10% מה הסכום הכולל ששולם עבור כל כוסות המשקה.

<u>חישוב באמצעות ריבוע יחסים</u>

עלינו למצוא למה שווה השלם, כלומר ה-100%, כאשר ידוע כי 30% שווים ל-60:

מספר	אחוז
x	100%
60	30%

מכיוון שהיחס בשורה העליונה שווה ליחס בשורה התחתונה, הרי ש: $\frac{60}{30}=\frac{x}{100}$ ⇦ $2=\frac{x}{100}$.

נכפול את שני אגפים ב-100, ונקבל: $x=200$.

<u>חישוב באמצעות 10%</u>

עלינו למצוא מיהו השלם, כלומר ה-100%, כאשר ידוע כי 30% שווים ל-60:

אם 30% שווים ל-60, הרי ש-10% שהוא אחוז הקטן פי 3 מ-10%, שווים ל-20 $\left(=\frac{60}{3}\right)$.

אם 10% שווים ל-20, הרי ש-100% הגדול פי 10 מ-10% שווה ל-200 $(=10\cdot 20)$.

תשובה (3).

---

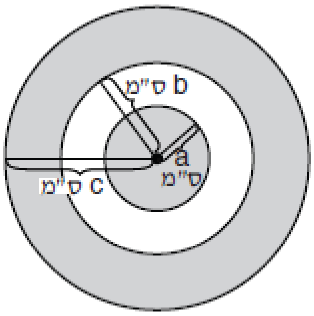
8. **השאלה** : איזה אחוז מהסועדים ששתו שוקו אכלו ביצת עין?

פיתרון: על מנת לענות על השאלה, עלינו למצוא כמה גזרות מייצגות אנשים אשר שתו שוקו, וכמה מבין האנשים אשר שתו שוקו אכלו ביצת עין.

בכל התרשים ישנן 5 גזרות של סועדים אשר שתו שוקו ומתוכן יש גזרה אחת של כאלו ששתו שוקו ואכלו ביצת עין, ומכאן שהם מהווים $\frac{1}{5}$ מכלל הסועדים ששתו שוקו. השבר $\frac{1}{5}$ שווה ל-20%, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (2).

תשובה (2).

שאלות ובעיות (שאלות 9-20)



9. **השאלה** : בסרטוט שלפניכם שלושה מעגלים בעלי מרכז משותף שרדיוסיהם (בס"מ) : a, b ו-c..

מה סכום השטחים הכהים (בסמ"ר)? .

פיתרון : השטחים הכהים שבסרטוט הם שטח המעגל הפנימי שרדיוסו a ס"מ ושטח הטבעת החיצונית.

שטח מעגל שרדיוסו a ס"מ הוא $a^2\pi$. (הערה : כבר בשלב זה ניתן לפסול את תשובות (1) ו-(3) אשר אינן מכילות ביטוי זה).

שטח הטבעת שווה לשטח המעגל הגדול פחות שטח המעגל הבינוני.

אורכו של רדיוס המעגל הגדול הוא c ס"מ, ומכאן ששטחו שווה ל- $c^2\pi$.

אורכו של רדיוס המעגל הבינוני הוא b ס"מ, ומכאן ששטחו שווה ל- $b^2\pi$.

שטח הטבעת שווה לשטח המעגל הגדול פחות שטח המעגל הבינוני, כלומר ל- $c^2\pi-b^2\pi$.

סכום השטחים הכהים שווה ל- $a^2\pi+c^2\pi-b^2\pi$, נוציא π גורם משותף, ונקבל : $\pi\left(a^2+c^2-b^2\right)$.

תשובה (2).

---

10. **השאלה** : מה הסכום של המספר הדו-ספרתי הראשוני הקטן ביותר והמספר הדו-ספרתי הראשוני הגדול ביותר?

פיתרון : המספר הדו-ספרתי הראשוני הקטן ביותר הוא 11, גם אם אין אנו יודעים מיהו המספר הראשוני הדן-ספרתי הגדול ביותר, ניתן באמצעות בדיקת התשובות המוצעות למצוא את המספר.

<u>תשובה (1)</u> : 110. מכיוון ש-11 הוא המספר הדן-ספרתי הראשוני הקטן ביותר, הרי שלפי תשובה זו 99 $(110-11=)$ הוא המספר הדו-ספרתי הראשוני הגדול ביותר. מכיוון ש-99 מתחלק ב-3 ללא שארית, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u> : 108. לפי תשובה זו 97 $(108-11=)$ הוא המספר הדו-ספרתי הראשוני הגדול ביותר. מכיוון ש-97 אינו מתחלק באף מספר מלבד עצמו ו-1, זו התשובה הנכונה. לשם בדיקה נעבור על יתר התשובות המוצעות.

<u>תשובה (3)</u> : 107. לפי תשובה זו 96 $(107-11=)$ הוא המספר הדו-ספרתי הראשוני הגדול ביותר. מכיוון ש-96 מתחלק ב-2 ללא שארית, זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (4)</u> : 104. לפי תשובה זו 93 $(104-11=)$ הוא המספר הדו-ספרתי הראשוני הגדול ביותר. המספר 93 מתחלק ב-3 ללא שארית, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2).

---

11. **השאלה**: נתון: a ו-b הם מספרים ו-x הוא משתנה כלשהו.
למשוואה $ax+b=0$ אין פיתרון.
מהנתון נובע בהכרח ש-

פיתרון: מכיוון שנתון כי למשוואה אין פתרון, נבדוק איזו מהתשובות המוצעות יוצרת מצב של משוואה ללא פיתרון:

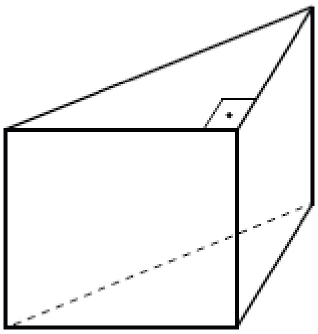
<u>תשובה (1)</u>: $a=0$; $b\neq 0$.

אם $a=0$ אז הביטוי ax בהכרח שווה ל-0.
מכיוון שנתון כי $b\neq 0$ הרי שקיבלנו באגף שמאל של המשוואה ביטוי השונה מ-0 ובצד ימין שלה ישנו המספר 0. מצב זה מכונה "פסוק שקר", ובו אין כל פתרון למשוואה, ולפיכך זו התשובה הנכונה.

תשובה (1).

---

12. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה שהיא חצי מקובייה שאורך מקצועה 1 ס"מ.



מה שטח הפנים של המנסרה (בסמ"ר)?

פיתרון: שטח הפנים של גוף תלת ממדי שווה לסכום שטחי כל הפאות שלו.

<u>דרך א'</u>: מציאת שטחי הפאות של המנסרה
למנסרה שלפנינו 5 פאות: 3 פאות צד ושני בסיסים.
3 פאות הצד הן 2 פאות של הקובייה אשר לפי נתוני השאלה אורך צלעה שווה ל-1 ס"מ, ומכאן ששטח כל אחת מ-2 הפאות הללו הוא 1 סמ"ר, ושטח 2 הפאות יחדיו הוא 2 סמ"ר.
פאת הצד השלישית היא מלבן אשר אורך צלעו האחת היא 1 ס"מ, ואורך הצלע השנייה הוא יתר של משולש ישר זווית אשר אורך ניצביו הוא 1 ס"מ.
אורך היתר במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים גדול פי $\sqrt{2}$ מאורך הניצבים, כלומר שווה ל- $\sqrt{2}$ ס"מ.
מכיוון שמצאנו את אורך ורוחב פאת הצד השלישית, הרי ששטח פאת הצד השלישית הוא $\sqrt{2}$ סמ"ר $\left(=1\cdot\sqrt{2}\right)$.
כל אחד מהבסיסים הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים אשר אורך ניצביו 1.
שטחם של שני הבסיסים שווה לשטח פאה אחת של הקובייה, כלומר שווה ל-1 סמ"ר.
שטח הפנים של כל המנסרה שווה לסכום שטחי כל הפאות $3+\sqrt{2}$ $\left(=2+\sqrt{2}+1\right)$.

<u>דרך ב'</u>: מחצית מקובייה + פאת ה'חיתוך'
מכיוון שאורכה של צלע הקובייה הוא 1 ס"מ, הרי ששטח כל אחת מפאותיה הוא 1 סמ"ר.
מכיוון שלקובייה יש 6 פאות, הרי ששטח הפנים של כל הקובייה הוא 6 סמ"ר $\left(=6\cdot 1\right)$.
שטח הפנים של המנסרה הישרה שווה למחצית שטח הפנים של הקובייה + שטח 'פאת החיתוך'.
אם שטח הפנים של הקובייה הוא 6 סמ"ר, הרי שמחצית משטח הפנים של הקובייה שווה ל-3 סמ"ר $\left(=\frac{6}{2}\right)$.
אורך הצלעות של פאת החיתוך הוא גובה הקובייה, כלומר 1 ס"מ, ואלכסון פאת הקובייה השווה ל- $\sqrt{2}$ ס"מ, ומכאן ששטח פאת החיתוך שווה ל- $\sqrt{2}$ סמ"ר.
לסיכום: שטח הפנים של המנסרה הישרה הוא $3+\sqrt{2}$ סמ"ר.

תשובה (1).

---

13. **השאלה**: נתון: $y^2 = 9$

$x \neq 0$

$$\frac{\frac{x+1}{y} - \frac{x+2}{2y}}{\frac{x \cdot y}{6}} = ?$$

פיתרון: <u>דרך א'</u>:

מכיוון שעל פי הנתון $y^2 = 9$, הרי ש- $y = \pm 3$.

ניתן להציב נתון זה בכל שלב שהוא בפתרון השאלה.

ראשית, נפשט את מונה הביטוי הנתון בשאלה באמצעות יצירת מכנה משותף $(2y)$:

$$\frac{x+1}{y} - \frac{x+2}{2y} = \frac{2(x+1) - (x+2)}{2y} = \frac{2x+2-x-2}{2y} = \frac{x}{2y}$$

הביטוי שקיבלנו הוא: $\frac{\frac{x}{2y}}{\frac{xy}{6}}$.

נשפט את הביטוי על ידי כפל של המונה בהופכי של השבר הנמצא במכנה, ונקבל:

$$\frac{\frac{x}{2y}}{\frac{xy}{6}} = \frac{{}^{1}\cancel{x}}{2y} \cdot \frac{6}{{}_{1}\cancel{x}y} = \frac{\cancel{6}^{3}}{{}_{1}\cancel{2}y^2} = \frac{3}{y^2}.$$

מכיוון שעל פי הנתון $y^2 = 9$, הרי שהביטוי שווה ל- $\frac{1}{3}$ $\left(\frac{3}{y^2} = \frac{3}{9} = \right)$.

תשובה (3).

.14 **השאלה**: במסיבה נופחו מספר שווה של בלונים אדומים וירוקים.
לאחר שהתפוצצו מחצית הבלונים שנופחו, נותרו 9 בלונים אדומים ו-3 בלונים ירוקים.

מה אחוז הבלונים הירוקים שהתפוצצו, מתוך כל הבלונים **שהתפוצצו** (האדומים והירוקים) במסיבה?

פיתרון: לפי הנתון מחצית מהבלונים שנופחו התפוצצו. מכיוון שידוע כי לאחר שמחצית מהבלונים התפוצצו, נותרו 9 בלונים אדומים ו-3 ירוקים, כלומר נותרו בסך הכול 12 בלונים $(9+3=)$, הרי שניתן להסיק כי מספר הבלונים שנופחו היה כפול, כלומר שווה ל-24 $(12\cdot 2=)$.

אם מספר הבלונים האדומים והירוקים שנופחו היה שווה, הרי שמספר הבלונים האדומים והבלונים הירוקים שנופחו היה 12 $\left(\frac{24}{2}=\right)$.

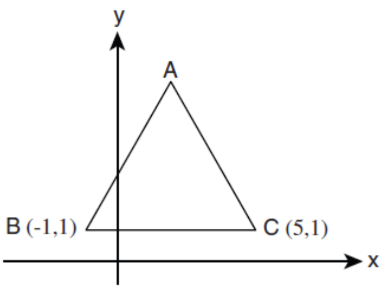
מספר הבלונים הירוקים שנותרו לאחר שהתפוצצו מחצית מהבלונים הוא 3, כלומר מתוך 12 בלונים ירוקים שנופחו, התפוצצו 9 בלונים $(12-3=)$.

9 הבלונים הירוקים שהתפוצצו מהווים $\frac{3}{4}$ מתוך סך כול הבלונים שהתפוצצו $\left(\frac{9}{12}=\right)$.

מכיוון שהשבר $\frac{3}{4}$ שווה ל-75%, הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה (4).

תשובה (4).

.15 **השאלה**: במערכת הצירים שלפניכם, ABC הוא משולש שווה-שוקיים $(AB=AC)$.



נתון: שטח המשולש = 24.

מה ערכי הנקודה A?

פיתרון: נתון כי משולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים $(AB=AC)$, ומכאן שאם נוריד גובה מהנקודה A, אשר את ערכה נתבקשנו למצוא, גובה זה יהיה גם תיכון וגם חוצה-זווית.
אם הגובה מנקודה A לצלע BC הוא גם תיכון, הרי שעלינו למצוא את אמצע הקו BC על מנת למצוא את ערך ה-x של הנקודה A.
מכיוון שהצלע BC מקבילה לציר ה-x, הרי שאורכה שווה להפרש בערך המוחלט בין ערכי ה-x של הנקודות שבקצות הקו, ומכאן שאורכה של הצלע BC הוא 6 $(|5-(-1)|=)$.

אם אורכה של הצלע הוא 6, הרי שהנקודה המחלקת את הצלע BC לשני חלקים שווים נמצאת במרחק של 3 מהנקודה B ומרחק של 3 מהנקודה C, כלומר ערכה של הנקודה החוצה את הצלע הוא (2,1).
מכיוון שמצאנו כי ערך ה-x של הנקודה A הוא 2, תשובות (3) ו-(4) נפסלות.
על מנת למצוא את ערך ה-y של הנקודה A, עלינו למצוא את אורכו של הגובה לצלע BC.
נתון כי שטח המשולש הוא 24 סמ"ר. מכיוון שטח משולש שווה למכפלת אורך צלע המשולש בגובה המשולש לחלק ב-2, ומאחר ואורכה של הצלע BC ידוע, הרי שניתן ליצור משוואה שממנה נוכל לחלץ את אורכו של הגובה לצלע BC: $\frac{BC\cdot h}{2}=24 \Leftarrow \frac{\cancel{6}^{3}\cdot h}{\cancel{2}_{1}}=24 \Leftarrow 3h=24$.
נחלק ב-3 את שני האגפים, ונקבל: $h=8$.
ערך ה-y של הנקודות הנמצאות על הצלע BC הוא 1. אם אורכו של הגובה לצלע הוא 8, הרי שערך ה-y של הקודקוד A הוא 9 $(1+8=)$. התשובה הנכונה היא (2).

תשובה (2).

.16 **השאלה**: ארנון מטיל קובייה הוגנת שוב ושוב, ומפסיק רק כאשר תוצאת ההטלה היא 6.

מה ההסתברות שארנון יטיל את הקובייה **בדיוק** 4 פעמים?

פיתרון: נתון כי ארנון מפסיק להטיל את הקובייה רק כאשר תוצאת ההטלה שהוא מקבל היא 6. מכאן שעל מנת שארנון יטיל את הקובייה בדיוק 4 פעמים עליו לקבל 3 פעמים תוצאות השונות מ-6 ובפעם הרביעית לקבל בהטלה את התוצאה 6.

מכיוון שלקובייה 6 פאות הממוספרות מ-1 ועד 6, הרי שהסיכוי לקבל 6 בהטלת קובייה הוא $\frac{1}{6}$,

ומכאן שהסיכוי **שלא** לקבל 6 בהטלת מטבע הוא $\frac{5}{6}$.

הסיכוי לקבל 3 פעמים תוצאות השונות מ-6, ובפעם הרביעית לקבל בהטלה את התוצאה 6 היא מכפלת הסיכוי לקבל את כל אחד מהמקרים המתוארים, כלומר שווה ל- $\frac{5^3}{6^4}$ $\left(\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}=\right)$.

תשובה (3).

.17 **השאלה**: a ו-b הם מספרים שלמים.

נתון: $5(a+b)+6$ הוא מספר אי-זוגי.

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: הבנה אלגברית

הביטוי $5(a+b)+6$ מורכב משני מחוברים: 6 שהוא מספר זוגי ו- $5(a+b)$.

מכיוון שידוע שתוצאת החיבור של שני המחוברים היא אי-זוגית, הרי שאחד מהמחוברים בהכרח זוגי והשני אי-זוגי. מכיוון שהמספר 6 הוא זוגי, הרי שהביטוי $5(a+b)$ הוא בהכרח אי-זוגי.
הביטוי $5(a+b)$ הוא מכפלה של שני גורמים.

על מנת שתוצאת מכפלה תהיה אי-זוגית, כל גורמי המכפלה צריכים להיות אי-זוגיים, ומכאן שהסכום $(a+b)$ הוא בהכרח אי-זוגי.

כאמור כאשר תוצאת החיבור של שני מחוברים היא אי-זוגית, הרי שאחד מהמחוברים בהכרח זוגי והשני אי-זוגי, כאשר לא ניתן לדעת מי מהם הוא הזוגי ומי האי-זוגי.
כעת נעבור על התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: a הוא מספר אי-זוגי.
מצאנו כי אחד מהמחוברים בהכרח זוגי והשני אי-זוגי, אולם כאמור לא ניתן לדעת מי מהם הוא המספר הזוגי ומי המספר האי-זוגי, ומכאן שיתכן כי a הוא אי-זוגי ו-b הוא זוגי ויתכן כי a הוא מספר זוגי ו-b הוא אי-זוגי. מכיוון שלא ניתן לקבוע בוודאות כי a הוא אי-זוגי, הרי שניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (2)</u>: b הוא מספר זוגי.
מכיוון שיתכן כי a הוא מספר זוגי ו-b הוא מספר אי-זוגי, הרי שתשובה זו אינה נכונה בהכרח.

<u>תשובה (3)</u>: $a\cdot b$ הוא מספר אי-זוגי.
מצאנו כי אחד המספרים הוא מספר זוגי ומספר אחר הוא אי-זוגי, ומכאן שמכפלת שני המספרים היא בהכרח מספר זוגי, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

<u>תשובה (4)</u>: $a\cdot b$ הוא מספר זוגי.
מכיוון שאחד המספרים הוא מספר זוגי ומספר אחר הוא אי-זוגי, הרי שמכפלת שני המספרים היא בהכרח מספר זוגי, זו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית
נציב מספרים המקיימים את הנתון, למשל כי $a = 2$ ו-$b = 1$, במצב זה ערכו של הביטוי $5(a+b)+6$ שווה ל-21 $[5(1+2)+6=]$.
הצבה זו פוסלת את תשובות (1), (2) ו-(3), ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (4).

תשובה (4).

---

18. **השאלה**: נתון מעגל שרדיוסו r.

במעגל חסום ריבוע **ששטחו** (בסמ"ר) שווה **להיקף** המעגל (בס"מ)?

$r = ?$

פיתרון: נסרטט ריבוע החסום במעגל.
זווית היקפית השווה ל-$90°$, נשענת על קוטר המעגל, ומכאן שכאשר ריבוע חסום במעגל, אלכסון הריבוע הוא קוטר המעגל, כלומר שווה ל-2r.
שטח ריבוע שווה למכפלת שתי צלעות סמוכות או למכפלת האלכסונים לחלק ב-2, מכאן שניתן ליצור את המשוואה הבאה: $\frac{2r \cdot 2r}{2} = 2r\pi \Leftarrow 2r^2 = 2r\pi$.
נחלק ב-2r את שני האגפים, ונקבל: $r = \pi$.

תשובה (3).

---

19. **השאלה**: קנגורו קופץ 50 קפיצות **בדקה**, והמהירות שהוא מתקדם בה בדרך זו היא 24 **קילומטרים בשעה**.

כמה מטרים הוא עובר בכל קפיצה?

פיתרון: ראשית, מכיוון שהנתונים מתייחסים למספר הקפיצות שהקנגורו עובר בדקה ואת המרחק הכולל שהקנגורו עובר בק"מ בשעה, נמצא כמה קפיצות מבצע הקנגורו בשעה.
אם הקנגורו קופץ 50 קפיצות בדקה, הרי שבשעה, שהן 60 דקות, הקנגורו קופץ 3,000 קפיצות $(60 \cdot 50 =)$.
נתבקשנו למצוא מה המרחק במטרים וידוע כי במהלך שעה עובר הקנגורו 24 קילומטרים, ולכן נתרגם את המרחק למטרים.
24 קילומטרים הם 24,000 מטרים.
אם הקנגורו עובר מרחק של 24,000 מטרים ב-3,000 קפיצות, הרי שכל קפיצה שהוא עושה היא של 8 מטרים $\left(\frac{24{,}000}{3{,}000} =\right)$.

תשובה (3).

.20 **השאלה**: לכל a ו-b שלמים וחיוביים הוגדרה הפעולה $ כך: $\$(a,b)=c$, כאשר c היא השארית המתקבלת מחלוקת a ב-b.

$\$(\$(38{,}8),\ \$(5{,}3))=?$

פיתרון: בשאלה שלפנינו מספר שלבים.
ראשית, יש לבצע את שתי פעולות ה-$ שבסוגריים, ואז לבצע פעולת $ על שני המספרים שקיבלנו.
השארית היא המונה של השבר המתקבל כתוצאה מחלוקת המספר, ומכאן מכיוון שתוצאת חלוקת המספר 38 ב-8 היא: $4\frac{6}{8}$ $\left(\frac{38}{8}=\right)$, הרי ש- $\$(38{,}8)=6$.

באותו אופן מכיוון שתוצאת חלוקת המספר 5 ב-3 היא $1\frac{2}{3}$ $\left(\frac{5}{3}=\right)$, הרי ש- $\$(5{,}3)=2$.

כעת נשארנו אם הביטוי הבא: $\$(6{,}2)$.

תוצאת חלוקת המספר 6 ב-2 היא 3, כלומר אין כל שארית כתוצאה מחלוקת המספר 6 ב-2, ולכן התשובה היא 0.

תשובה (4).