מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(3)	(1)	(4)	(3)	(2)	(3)	(3)	(3)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(2)	(1)	(4)	(4)	(3)	(3)	(4)	(1)	(1)

הסברים

הסקה מטבלה (שאלות 5-1)

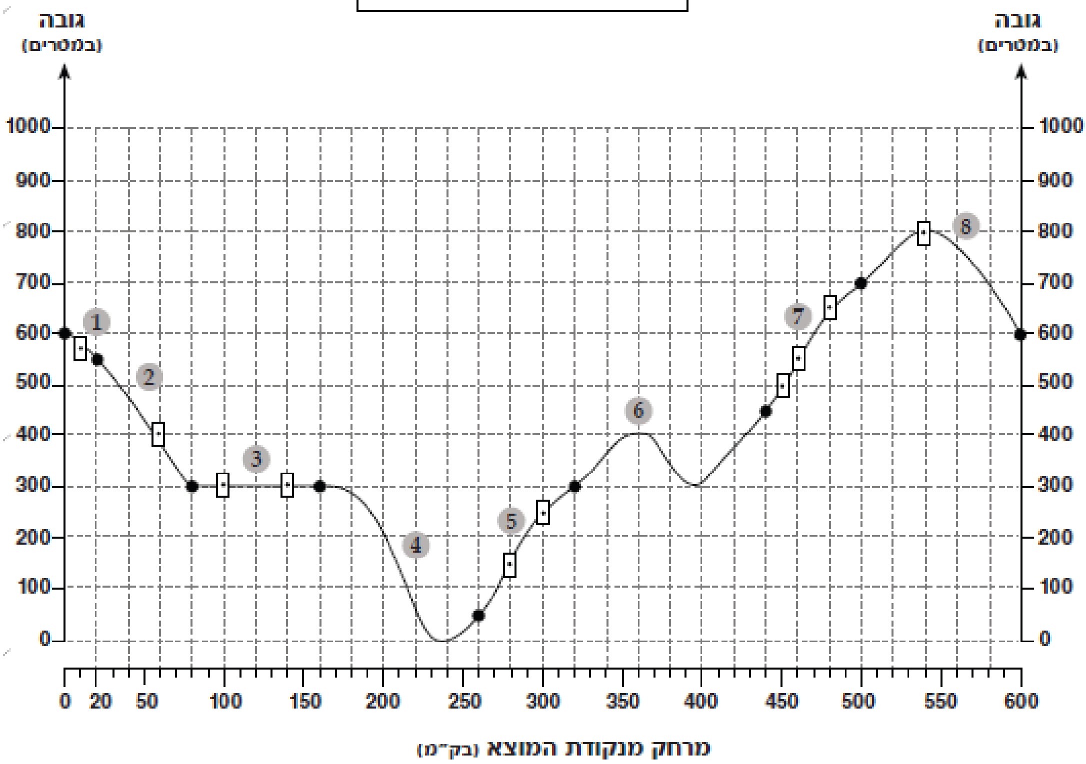
עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על חמש השאלות שאחריו.

בתרשים מתואר יום נסיעה של נהג משאית המחלק סחורה בעשר נקודות חלוקה.
יום הנסיעה החל בשעה 07:00 והסתיים כעבור 8 שעות, בשעה 15:00.
אורך מסלול הנסיעה מנקודת המוצא לנקודת הסיום הוא 600 ק"מ.
הגרף מציג את המרחק מנקודת המוצא ואת הגובה שהמשאית נמצאה בהם לאורך הנסיעה.
המלבנים שעל הגרף מסמנים את נקודות חלוקת הסחורה של המשאית. המיקום המדויק של נקודת חלוקה מצוין על ידי הנקודה שבמרכז המלבן. הנקודות המודגשות שעל הגרף מסמנות את מיקומה של המשאית בשעות העגולות (ראו מקרא).
"קטע נסיעה" הוא חלק הגרף שנמצא בין שתי נקודות מודגשות. קטעי הנסיעה ממוספרים ומסומנים מ- 1 עד 8.

לדוגמה: בשעה 08:00, כשסיימה המשאית את קטע הנסיעה 1, היא הייתה במרחק של 20 ק"מ מנקודת המוצא ובגובה של 550 מטרים. במהלך קטע הנסיעה 1 עצרה המשאית בנקודת חלוקה הנמצאת במרחק של 10 ק"מ מנקודת המוצא ובגובה של 575 מטרים.

מקרא:

נקודת חלוקה של המשאית
מיקום המשאית בשעה עגולה



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

1. **השאלה**: מה הפרש הגבהים בין נקודת החלוקה הגבוהה ביותר לנקודת החלוקה הנמוכה ביותר?

פיתרון: הפרש הגבהים נמדד לפי ציר ה-Y של התרשים, נבדוק מה גובה נקודת החלוקה הגבוהה ביותר וממנו נחסר את גובה נקודת החלוקה הנמוכה ביותר:

נקודת החלוקה הגבוהה ביותר – הנקודה שנמצאת במרחק 540 ק"מ מנקודת ההתחלה (הנקודה שמשמאל לסימון קטע נסיעה מספר 8), אשר גובהה 800 מטרים.

נקודת החלוקה הנמוכה ביותר – הנקודה שנמצאת במרחק 280 ק"מ מנקודת ההתחלה (הנקודה שמתחת לסימון קטע נסיעה מספר 5), אשר גובהה הוא 150 מטרים.

הפרש הגבהים בין שתי הנקודות הוא 650 מטרים $(800-150=)$

תשובה (2).

---

2. **השאלה**: המשאית נסעה בקטע הנסיעה 7 בין השעה _____ לשעה _____ .

פיתרון: נמצא את קטע הנסיעה 7 בתרשים ונספור ידנית באילו שעות נסעה המשאית בקטע זה. נזכור כי על פי נתוני התרשים שעות הנסיעה של המשאית היו 7:00 עד 15:00, וכי שעה עגולה מסומנת כנקודה שחורה בתרשים. מאחר וקטע נסיעה 7 נמצא קרוב לסוף הנסיעה, ניתן לספור מסוף התרשים, המייצג כאמור את השעה 15:00.

הנקודה השחורה הימנית ביותר בתרשים מייצגת את השעה 15:00, הנקודה שלפניה (שמהווה את סוף קטע נסיעה 7) מייצגת את השעה 14:00, והנקודה שלפניה (שמהווה את תחילת קטע נסיעה 7) מייצגת את השעה 13:00. המשאית נסעה בקטע הנסיעה 7 בין השעה **13:00** לשעה **14:00**.

תשובה (3).

---

3. **השאלה**: באיזה מן הגבהים הבאים **לא** ייתכן שהמשאית הייתה בשעה 14:40?

פיתרון: על מנת לענות על השאלה נמצא את **טווח** הגבהים בו נמצאה המשאית בין השעות 14:00 ו-15:00. מכיוון שזוהי שעת הנסיעה האחרונה של המשאית, המשאית הייתה בשעה זו בין שתי הנקודות השחורות האחרונות בתרשים.
בשעה 14:00 – תחילת קטע נסיעה 8 – הייתה המשאית בגובה 700 מטרים, לאחר מכן טיפסה המשאית עד לגובה 800 מטרים, בנקודת החלוקה האחרונה, ולבסוף ירדה לגובה של 600 מטרים בסוף הנסיעה.

מכאן ניתן להסיק כי בין השעות 14:00 ו- 15:00 הייתה המשאית בטווח הגובה שבין 600 ל- 800 מטרים. נעבור אל התשובות ונפסול כל תשובה שנמצאת בטווח זה.

תשובה (1).

---

4. **השאלה**: מה המספר הממוצע של נקודות חלוקה לקטע נסיעה?

פיתרון: מאחר ומספר תחנות החלוקה אינו גדול (ניתן לראות בתרשים וגם את המספרים הנמוכים בתשובות) נחשב בעזרת נוסחת הממוצע: $\text{הממוצע} = \frac{\text{סכוםהאיברים}}{\text{מספרהאיברים}}$.

בהקדמה לתרשים נתון כי ישנן 10 נקודות חלוקה ומספר קטעי הנסיעה הוא 8, ולכן הממוצע של מספר נקודות חלוקה לקטע כניסה הוא $\frac{5}{4}$ $\left(=\frac{10}{8}\right)$.

תשובה (4).

---

5. **השאלה**: במהלך נסיעתה, לאיזה מן הגבהים הבאים הגיעה המשאית מספר רב ביותר של פעמים?

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות – ליד כל גובה נרשום את מספר הפעמים שהמשאית הגיעה אליו (מספר הפעמים שקו הנסיעה של המשאית עובר את הערך המתאים של ציר ה-Y).

תשובה (1): 550 מטרים. פעמיים.

תשובה (2): 250 מטרים. פעמיים.

תשובה (3): 350 מטרים. ארבע פעמים.

תשובה (4): 400 מטרים. שלוש פעמים.

תשובה (3).

שאלות ובעיות (שאלות 6-20)

6. **השאלה**: לכל מספר x הוגדרה הפעולה (x) כך: $\$(x) = x^2 - x$

עבור איזה מערכי x הבאים מתקיים $\$(x) = x$?

פיתרון: **דרך א'**: בדיקת תשובות

נציב את התשובות המוצעות בהגדרת הפעולה המומצאת ונחפש תשובה בה ערכו של x שווה לתוצאת הפעולה (x).

תשובה (1): 1.

$\$(1) = 1^2 - 1 = 0$. ערך הפעולה המומצאת הוא 0 ואינו שווה לערכו של x השווה ל-1, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (2): 2.

$\$(2) = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$. ערך הפעולה המומצאת הוא 2, שווה לערכו של x השווה ל-2, ולכן זו התשובה הנכונה.

דרך ב': בניית משוואה

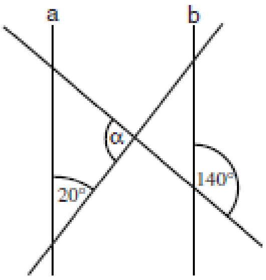
מכיוון שנשאלנו עבור איזה מערכי x הבאים מתקיים $\$(x) = x$, נבנה משוואה בהתאם להגדרת פעולת ה-$. מכיוון שנתון כי: $\$(x) = x^2 - x$, הרי שעלינו למצוא מה הערך של x המקיים את המשוואה:

$x^2 - x = x$.

נחבר x לשני האגפים, ונקבל: $x^2 = 2x$.

נחלק את שני האגפים ב-x, ונקבל: $x = 2$.

תשובה (2).



7. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם $a \parallel b$.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

$\alpha = ?$

פיתרון: בסרטוט שלפנינו שני ישרים מקבילים ושני ישרים החותכים אותם, ויוצרים שני משולשים קטנים. הזווית עליה נשאלנו: α, נמצאת בין שני הישרים החותכים, כמו כן נתונות שתי זוויות הקשורות למשולשים ולישרים החותכים.

נשתמש בחוקי הישרים המקבילים ובחוקי הזוויות במשולשים:
בתוך המשולש השמאלי נתונה זווית אחת שגודלה $20°$, ועוד זווית אותה אנו רוצים למצוא (זווית α). עלינו למצוא גודל של זווית נוספת הקשורה למשולש השמאלי, על מנת שנוכל לחשב את גודל הזווית הרצויה באמצעות סכום זוויות פנימיות במשולש או באמצעות זווית חיצונית למשולש.

מכיוון שנתון כי הישרים a ו-b מקבילים, הרי שהזווית בת ה-$140°$ היא גם זווית חיצונית למשולש השמאלי (זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים).
זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות הצמודות לה, ולכן: $140° = \alpha + 20°$

נחסר $20°$ משני האגפים, ונקבל: $\alpha = 120°$.

תשובה (3).

---

8. **השאלה**: 5 כדורים קטנים סודרו בשורה משמאל לימין באופן הבא: הכדור השני הוצב מימין לכדור הראשון במרחק של 2 מטרים ממנו, וכל שאר הכדורים הוצבו כך שבתום הסידור, המרחק בין כל כדור לכדור שמימינו הוא מחצית המרחק שבינו ובין הכדור שלשמאלו.

מה המרחק בין הכדור השלישי לכדור החמישי (במטרים)?

פיתרון: נסרטט את הכדורים ואת הרווחים ביניהם על פי הנתונים:

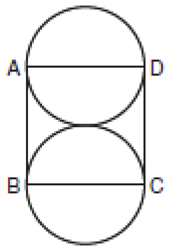
על פי נתוני השאלה, המרחק בין הכדור הראשון לשני הוא 2 מטר, וכל שאר הכדורים מוצבים כך שהמרחק בין כל כדור לכדור שמימינו הוא מחצית המרחק שבינו ובין הכדור שלשמאלו, ומכאן שהמרחק בין הכדור השני לשלישי הוא 1 מטר $\left(\frac{1}{2} \cdot 2 =\right)$, המרחק בין הכדור השלישי והכדור הרביעי הוא $\frac{1}{2}$ מטר $\left(\frac{1}{2} \cdot 1 =\right)$, והמרחק בין הכדור הרביעי והכדור החמישי הוא $\frac{1}{4}$ מטר $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =\right)$.

המרחק בין הכדור השלישי והכדור החמישי שווה לסכום הרווחים בין הכדור השלישי לכדור הרביעי ובין הכדור הרביעי לכדור החמישי, סכום מרחקים אלו שווה ל- $\frac{3}{4}$ מטר $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =\right)$.

תשובה (3).

---

9. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם שני מעגלים חופפים המשיקים זה לזה.
AD ו- BC הם קטרים במעגלים.
ACBD הוא ריבוע שהיקפו 12 ס״מ.



לפי נתונים אלה,
מה סכום ההיקפים של שני המעגלים (בס״מ)?

פיתרון: על מנת למצוא את היקפי המעגלים עלינו לדעת מה גודל הרדיוס או הקוטר שלהם.
ACBD הוא ריבוע שהיקפו 12 ס״מ, ואשר שתיים מצלעותיו הן קטרי המעגלים שבסרטוט.

מכיוון שנתון כי היקף ריבוע ABCD הוא 12 ס״מ, הרי שאורך כל אחת מצלעותיו שווה ל- 3 ס״מ $\left(=\frac{12}{4}\right)$.

מצאנו כי אורכו של קוטר כל אחד מהמעגלים שבסרטוט שווה ל-3 ס״מ.
נציב את הקוטר בנוסחת היקף המעגל על מנת למצוא את היקפו של כל אחד ממעגלים.
היקף מעגל שווה לקוטר המעגל כפול π, כלומר היקף כל מעגל שווה ל-3π, וסכום היקפי שני המעגלים שווה ל-6π $(=2\cdot 3\pi)$.

תשובה (3).

---

10. **השאלה**: לראובן 120 שקלים. $\frac{5}{9}$ מכספו של ראובן שווים ל- $\frac{2}{3}$ מכספו של שמעון.

כמה שקלים יש לשמעון?

פיתרון: **<u>דרך א׳</u>**: פתרון אלגברי
נתבקשנו למצוא כמה שקלים יש לשמעון, ולכן נציב x במקום סכום כספו של שמעון ונבנה משוואה המייצגת את נתוני השאלה:
$\frac{5}{9}$ מכספו של ראובן, אשר לפי הנתונים יש ברשותו 120 שקלים, שווים ל- $\frac{2}{3}$ מכספו של שמעון, כלומר:
$\frac{5}{9}\cdot 120=\frac{2}{3}\cdot x$. נכפול את שני האגפים ב-9 על מנת להיפטר מהמכנים, ונקבל: $5\cdot 120=3\cdot 2x$
נצמצם את שני האגפים על ידי חלוקה ב- 3, ונקבל: $\frac{5\cdot \cancel{120}^{40}}{{}_1\cancel{3}}=2x$ ⇦ $200=2x$ ⇦
$100=x$.

<u>דרך ב׳</u>: הצבת תשובות
מאחר והתשובות מספריות, נוח להציב בכל פעם תשובה אחרת ולבדוק האם נתוני השאלה מתקיימים.
ראשית נמצא כמה הם $\frac{5}{9}$ מתוך 120 השקלים של ראובן:
$\frac{5}{{}_3\cancel{9}}\cdot \cancel{120}^{40}=\frac{5}{3}\cdot 40=\frac{200}{3}$.

כעת, על מנת לבדוק האם תשובה מסוימת היא נכונה, נכפול אותה פי $\frac{2}{3}$ ונבדוק האם הערך שקיבלנו שווה ל- $\frac{200}{3}$. נתחיל מהצבת תשובה אמצעית ועגולה:

<u>תשובה (3)</u>: 100. $100\cdot\frac{2}{3}=\frac{200}{3}$. על פי תשובה זו $\frac{5}{9}$ מכספו של ראובן $\left(\frac{200}{3}\right)$ שווים ל- $\frac{2}{3}$ מכספו של שמעון, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

11. **השאלה**: נתון: a, b ו-c הם מספרים שלמים וחיוביים.
30% מ-a שווים ל-c.
60% מ-$(a \cdot b)$ שווים ל-

פיתרון: __דרך א':__ אלגברה

נתבקשנו למצוא למה שווים 60% מ-$(a \cdot b)$, כלומר למה שווה הביטוי $\frac{60}{100} \cdot a \cdot b$.

מכיוון שהמשתנים המופיעים בכל התשובות הם b ו-c, עלינו 'להיפטר' מ-a.

לפי הנתונים 30% מ-a שווים ל-c, כלומר $\frac{30}{100} \cdot a = c$.

נכפול ב-100 ונחלק ב-30, ונקבל: $a = \frac{100}{30} c$.

נציב נתון זה בביטוי המבוקש, $\frac{60}{100} \cdot a \cdot b$, ונקבל: $\frac{60}{100} \cdot a \cdot b \Leftarrow \frac{60}{\cancel{100}_1} \cdot \frac{\cancel{100}^1}{30} c \cdot b \Leftarrow 2bc$.

__דרך ב'__: הצבת דוגמה מספרית

נתבקשנו למצוא למה שווים 60% מ-$(a \cdot b)$.

נציב כי a שווה ל-100, וכי b שווה 1, ונקבל כי 60% מ-$(a \cdot b)$ הם למעשה 60% מ-100 $(=100 \cdot 1)$ השווים ל-60.

נתון כי 30% מ-a שווים ל-c, כלומר c שווה ל-30 $\left(=\frac{30}{100} \cdot 100\right)$.

נציב c שווה ל-30, ו-b שווה 1 בתשובות ונמצא כי תשובות (1), (3) ו-(4) נפסלות, ומכאן שהתשובה הנכונה היא (2).

תשובה (2).

---

12. **השאלה**: נתון: $(x+2)(y-1)=(x-2)(y+1) \quad x, y \neq 0$

$\frac{x}{y} = ?$

פיתרון: פתרון משוואה אלגברית

נפשט את המשוואה הנתונה באמצעות פתיחת סוגריים על מנת למצוא את היחס בין x ל-y:

$(x+2)(y-1)=(x-2)(y+1) \Leftarrow xy - x + 2y - 2 = xy + x - 2y - 2$.

נחסר xy ונחבר 2 לשני האגפים, ונקבל: $-x + 2y = x - 2y$.

נחבר x ו- 2y לשני האגפים, ונקבל: $4y = 2x$.

נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $2y = x$

נציב נתון זה בביטוי המבוקש, ונקבל כי הביטוי מבוקש שווה ל-2 $\left(\frac{x}{y} = \frac{2y}{y} = \right)$.

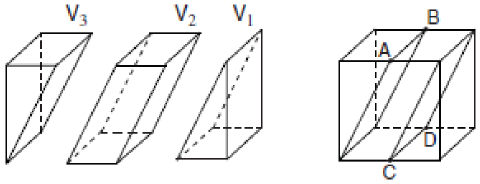
תשובה (2).

.13 **השאלה** : בקובייה שבסרטוט, הנקודות A, B, C ו-D הן אמצעי מקצועות.

חילקו את הקובייה לשלושה חלקים כבסרטוט. V_1 , V_2 , V_3

הם נפחי החלקים שנוצרו.

$$\frac{V_1+V_3}{V_2}=?$$



פיתרון: נתבונן בקובייה שבסרטוט : נתון כי נקודות A, B, C ו-D הן אמצעי המקצועות, ומכאן שאם נחבר את הקו הישר AB לקו הישר CD נקבל שתי תיבות אשר נפח כל אחת מהן שווה למחצית מנפח הקובייה המקורית.
הגופים V_1 ו-V_3 מתקבלים על ידי חציית התיבות שקיבלנו על ידי אלכסון, ולפיכך נפח כל אחד מגופים אלה שווה למחצית מנפח התיבות, כלומר ל- $\frac{1}{4}$ מנפח הקובייה $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\right)$.

אם נסמן את נפח הקובייה ב-x, הרי שנפח כל אחד מהגופים V_1 ו-V_3 שווה כל אחד ל- $\frac{1}{4}x$, ומכאן שנפח החלק אשר נותר מן הקובייה, המסומן V_2 , שווה ל- $\frac{1}{2}x$ $\left(x-\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}x=\right)$.

כעת אנו יכולים לחשב את ערכו של הביטוי המבוקש $\frac{V_1+V_3}{V_2}=\frac{\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}x}{\frac{1}{2}x}\leftarrow\frac{\frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}x}\leftarrow 1$.

תשובה (1).

.14 **השאלה** : גילת שוחה בכל בוקר 2 ק״מ ובכל ערב 2.5 ק״מ. בבוקר שוחה גילת בקצב של 50 מטר בדקה, ובערב קצב השחייה שלה קטן פי 2.

כמה דקות **ביום** משקיעה גילת בשחייה?

פיתרון : מכיוון שקצב השחייה של גילת נתון במטרים לדקה ושואלים כמה דקות משקיעה כל יום גילת בשחייה, נמיר את הנתונים לגבי המרחקים שגילת שוחה למטרים.
נתון כי גילת שוחה בכל בוקר 2 ק״מ, מכיוון ש-1 ק״מ=1,000 מטר, הרי שגילת שוחה כל בוקר 2,000 מטר $(2\cdot 1{,}000=)$.
אם גילת שוחה בכל ערב 2.5 ק״מ, הרי שהיא שוחה בכל ערב 2,500 מטר $(2.5\cdot 1{,}000=)$.
גילת שוחה בכל בוקר 2,000 מטר בקצב של 50 מטר בדקה, ומכאן שהיא משקיעה 40 דקות על מנת לשחות מרחק של 2,000 מטר $\left(\frac{2{,}000}{50}=\right)$.
גילת שוחה בכל ערב 2,500 מטר בקצב הקטן פי 2 מהקצב בו היא שוחה בבוקר, כלומר בקצב של 25 מטר בדקה $\left(\frac{50}{2}=\right)$, ומכאן שהיא משקיעה 100 דקות על מנת לשחות מרחק של 2,500 מטר $\left(\frac{2{,}500}{25}=\right)$.
מצאנו כי בסך הכול משקיעה גילת בשחייה בכל יום 140 דקות $(100+40=)$.

תשובה (4).

---

15. **השאלה**: a, b ו-c הם מספרים שלמים וחיוביים השונים זה מזה.

איזו מן הטענות הבאות בהכרח **אינה** נכונה בנוגע לשלושת המספרים $\frac{a}{b}$, $\frac{b}{c}$ ו- $\frac{c}{a}$?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות

<u>תשובה (1)</u>: רק אחד מהם קטן מ-1. נבדוק על ידי הצבת דוגמה מספרית, האם יתכן שרק אחד מהמספרים המוצעים קטן מ-1. נציב לדוגמה: $a=3$; $b=2$ ו- $c=1$.

במצב כזה הביטוי $\frac{a}{b}$ שווה ל- $1\frac{1}{2}$ $\left(=\frac{3}{2}\right)$, הביטוי $\frac{b}{c}$ שווה ל-2 $\left(=\frac{2}{1}\right)$ ו הביטוי $\frac{c}{a}$ שווה ל- $\frac{1}{3}$.

מכיוון שמצאנו כי רק אחד מהמספרים קטן מ-1, הרי שהתשובה תיתכן, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u>: רק שניים מהם קטנים מ-1. נבדוק על ידי הצבת דוגמה מספרית, האם יתכן שרק שניים מהמספרים המוצעים קטן מ-1. נציב לדוגמה: $a=1$; $b=2$ ו- $c=3$.

במצב כזה הביטוי $\frac{a}{b}$ שווה ל- $\frac{1}{2}$, הביטוי $\frac{b}{c}$ שווה ל- $\frac{2}{3}$, והביטוי $\frac{c}{a}$ שווה ל- $\frac{3}{1}$.

מכיוון שמצאנו כי רק שניים מהמספרים קטנים מ-1, הרי שהתשובה תיתכן, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (3)</u>: סכום שלושתם יחד גדול מ-1.

מכיוון שבכל אחת מההצבות שעשינו בשתי התשובות הקודמות סכום שלושת המספרים היה גדול מ-1, הרי שניתן לקבוע כי בהחלט יתכן שסכום שלושת המספרים יחד גדול מ-1, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

<u>תשובה (4)</u>: כל אחד משלושתם גדול מ-1.

נבחן מהם הנתונים שצריכים להתקיים על מנת שכל אחד משלושת המספרים יהיה גדול מ-1:

על מנת ש- $\frac{a}{b}$ יהיה גדול מ-1, a צריך להיות גדול מ-b, כלומר $b<a$.

על מנת ש- $\frac{b}{c}$ יהיה גדול מ-1, b צריך להיות גדול מ-c, כלומר $c<b$.

על מנת ש- $\frac{c}{a}$ יהיה גדול מ-1, c צריך להיות גדול מ-a, כלומר $a<c$.

נחבר את כל אי-השיוויונים, ונקבל: $a<c<b<a$.

מכיוון שלא יתכן כי a יהיה גם גדול מ-c וגם קטן ממנו, הרי שלא יתכן כי שלושת המספרים יהיו גדולים מ-1. זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

16. **השאלה**: לרכבת מסוימת אפשר לעלות מצד ימין או מצד שמאל.
באחד הימים עלו לרכבת יותר נשים מגברים, והיו יותר נוסעים שעלו מצד ימין מנוסעים שעלו מצד שמאל.

לפי נתונים אלה, מספר **הנשים** שעלו מצד ימין **גדול בהכרח** מ-

פיתרון: הצבת דוגמה מספרית
נתון כי באחד הימים עלו לרכבת יותר נשים מגברים, נציב כי מספר הנשים שעלו לרכבת הוא 200 ומספר הגברים שעלו לרכבת הוא 100.
נתון כי היו יותר נוסעים שעלו מצד ימין מנוסעים שעלו מצד שמאל, נציב שעלו מימין 100 נשים ו-100 גברים ומשמאל עלו 100 נשים ו-0 גברים.
כלומר, מצאנו כי מספר הנשים שעלו מצד ימין הוא 100, וכעת עלינו לבדוק מאיזה מהתשובות המוצעות מספר זה גדול בהכרח:
<u>תשובה (1)</u>: סך כך הגברים שעלו לרכבת.
מכיוון שלפי ההצבה, המקיימת את נתוני השאלה, מספר הגברים הכולל הוא 100, הרי שמספר הנשים שעלו מצד ימין אינו גדול מסך כל הגברים שעלו לרכבת, ולכן ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (2)</u>: מספר הגברים שעלו מצד ימין.
מכיוון שלפי ההצבה, המקיימת את נתוני השאלה, מספר הגברים שעלו מימין הוא 100, הרי שמספר הנשים שעלו מצד ימין אינו גדול ממספר הגברים שעלו מימין לרכבת, ולכן ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (3)</u>: מספר הגברים שעלו מצד שמאל.
מכיוון שלפי ההצבה, המקיימת את נתוני השאלה, מספר הגברים שעלו משמאל הוא 0, ומכאן שמספר הנשים שעלו מצד ימין השווה ל-100 גדול ממספר הגברים שעלו מצד שמאל לרכבת, ולכן לא ניתן לפסול בשלב זה תשובה זו.

<u>תשובה (4)</u>: מספר הנשים שעלו מצד שמאל.
מכיוון שעל פי ההצבה, המקיימת את נתוני השאלה, מספר הנשים שעלו משמאל הוא 100, ומכאן שמספר הנשים שעלו מצד ימין שווה למספר הנשים שעלו מצד שמאל לרכבת, ולכן ניתן לפסול תשובה זו.

<u>מכיוון</u> שפסלנו את תשובות (1), (2) ו-(4), הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה (3).

תשובה (3).

---

17. **השאלה**: a הוא מספר שלם וחיובי.
מספר המחלקים החיוביים השונים של a (כולל 1 ו-a) הוא אי-זוגי.

איזו מן הטענות הבאות נכונה בהכרח?

פיתרון: הצבת דוגמה מספרית
נציב לדוגמה $a = 4$, שהוא מספר שלם וחיובי שיש לו 3 מחלקים, כלומר מספר אי-זוגי: 1, 2 ו-4.

תשובה (1): a הוא מספר ראשוני. מכיוון ש-4 אינו מספר ראשוני, הרי שתשובה זו אינה נכונה.

<u>תשובה (2)</u>: a הוא מספר אי-זוגי. מכיוון ש-4 אינו מספר אי-זוגי, הרי שתשובה זו אינה נכונה.

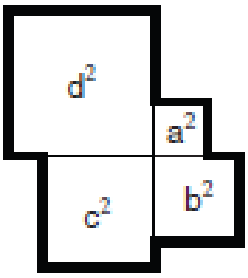
<u>תשובה (3)</u>: $\sqrt{a}$ הוא מספר שלם. $\sqrt{4}$ שווה ל-2, ולכן תשובה זו נכונה.

<u>תשובה (4)</u>: $\sqrt{a}$ הוא מספר אי-זוגי. $\sqrt{4}$ שווה ל-2, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

תשובה (3).

---

18. **השאלה**: 4 ריבועים מונחים זה ליד זה כבסרטוט, שטח כל ריבוע רשום בתוכו.
נתון: $a < b < c < d$



מה היקף הצורה שהתקבלה (הקו העבה בסרטוט)?

פיתרון: __דרך א'__: הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ ו- $d = 4$.
כעת נסמן את הנתונים על גבי התרשים, ונתחיל למדוד את אורך הקו מהנקודה העליונה השמאלית ביותר.
נקבל כי אורך הקו המודגש שווה ל- 26
$(4+3+1+1+1+2+2+1+3+3+1+4=)$.

נציב את הנתונים בתשובות:

__תשובה (1)__: $4a + 4b + c + d$.
נציב כי $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ ו- $d = 4$, ונקבל כי ערכה של התשובה הוא 19 $(4\cdot1+4\cdot2+3+4=)$.

__תשובה (2)__: $2a + 2b + 2c + 2d$.
נציב כי $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ ו- $d = 4$, ונקבל כי ערכה של התשובה הוא 20 $(2\cdot1+2\cdot2+2\cdot3+2\cdot4=)$.

__תשובה (3)__: $3a + \frac{3}{2}c + 3d$.
נציב כי $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ ו- $d = 4$, ונקבל כי ערכה של התשובה הוא $19\frac{1}{2}$ $\left(3\cdot1+\frac{3}{2}\cdot3+3\cdot4=\right)$.

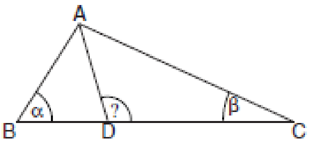
__תשובה (4)__: $2b + 2c + 4d$.
נציב כי $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ ו- $d = 4$, ונקבל כי ערכה של התשובה הוא 26 $(2\cdot2+2\cdot3+4\cdot4=)$.

מכיוון שפסלנו את תשובות (1), (2) ו-(3), הרי שניתן לסמן את תשובה (4).

__דרך ב'__: פישוט אלגברי
נכתוב את הביטוי האלגברי המתאר את אורך הקו המודגש, כאשר נתחיל מהנקודה השמאלית העליונה.
אורך הקו המודגש הוא: $d+d-a+a+a+b-a+b+b+c-b+c+c+d-c+d$.
כעת נפשט את הביטוי על ידי כינוס איברים דומים, ונקבל: $4d+2b+2c$.

תשובה (4).

.19 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם AD הוא חוצה-זווית במשולש ABC.



לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

$\angle ADC = ?$

פיתרון: הזווית המבוקשת, זווית ADC, היא זווית פנימית במשולש ADC.
על מנת למצוא מה גודלה של זווית פנימית במשולש, יש לדעת מה גודלן של שתי הזוויות האחרות במשולש. מכיוון שנתון כי זווית ACD שווה ל-β, עלינו למצוא מה גודלה של זווית DAC.

נתבונן במשולש ABC:
במשולש ABC שלפנינו נתונות שתי זוויות במשולש, זווית α וזווית β, ולכן זווית BAC משלימה אותן ל- $180°$, כלומר שווה ל-$(180° - \alpha - \beta)$.

מכיוון שנתון כי AD הוא חוצה-זווית, הרי שזווית DAC שווה למחצית מזווית BAC, כלומר ל:
$90° - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2} \quad \left(= \frac{180° - \alpha - \beta}{2}\right)$.

כעת, כאשר אנו יודעים מה גודלן של שתי זוויות במשולש ADC, זווית DAC וזווית ACD, ניתן למצוא באמצעות סכום זוויות במשולש את גודלה של הזווית השלישית.

$$90° - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2} + \beta + \angle ADC = 180°$$

$$90° - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \angle ADC = 180°$$

נחסר $90°$, $\frac{\beta}{2}$ ונחבר $\frac{\alpha}{2}$ לשני האגפים, ונקבל: $\angle ADC = 90° + \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}$

תשובה (1).

.20 **השאלה**: היקפו של מסלול ריצה מעגלי הוא 400 מטרים. דני ודינה יצאו מאותה נקודת זינוק, באותו זמן ובכיוונים מנוגדים זה לזה.

שניהם רצו באותה מהירות קבועה, כל אחד מהם למרחק של 5,000 מטרים.

כמה פעמים נפגשו דני ודינה **לאחר** שיצאו מנקודת הזינוק (ועד שסיימו את הריצה)?

פיתרון: דני ודינה יצאו מאותה נקודת זינוק, באותו זמן ובכיוונים מנוגדים זה לזה, למעשה אם 'נפתח' ו'נמתח' את המעגל בנקודת הזינוק, הרי שדני ודינה יוצאים לריצה משני קצותיו של קו ישר אשר אורכו 400 מטר.
מכיוון שנתון כי דני ודינה רצים באותה מהירות, הרי שהם בהכרח נפגשים בדיוק באמצע, כלומר לאחר 200 מטר.
מכיוון שמשלב זה דני ודינה חוזרים ונפגשים בכל פעם שכל אחד מהם עובר 200 מטר, הרי שאם כל אחד מהם רץ 5,000 מטרים, הרי שכל אחד מהם פוגש את האחר 25 פעמים $\left(= \frac{5,0\theta\theta}{2\theta\theta}\right)$.

תשובה (1).
