מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(3)	(4)	(3)	(4)	(3)	(4)	(2)	(3)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(1)	(1)	(3)	(1)	(2)	(1)	(4)	(3)	(4)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-8)

1. **השאלה**: נעשה ניסיון לחלק כיתה לקבוצות של 4 תלמידים, ולאחר מכן – לקבוצות של 5 תלמידים. בכל אחד מהניסיונות נשארה קבוצה אחת שמנתה רק 3 תלמידים.

איזה מהמספרים הבאים יכול להיות מספר התלמידים בכיתה?

פיתרון: בדיקת תשובות.

<u>תשובה (1)</u>: 28.

המספר 28 מתחלק ללא שארית ב-4. לפיכך אם יש בכיתה 28 תלמידים, הרי שכאשר נחלק את הכיתה לקבוצות של 4 תלמידים, לא תישאר קבוצה שתמנה 3 תלמידים, ומכאן ש-28 אינו יכול להיות מספר התלמידים בכיתה.

<u>תשובה (2)</u>: 25.

המספר 25 מתחלק ללא שארית ב-5. לפיכך אם יש בכיתה 25 תלמידים, הרי שכאשר נחלק את הכיתה לקבוצות של 5 תלמידים, לא תישאר קבוצה שתמנה 3 תלמידים, ומכאן ש-25 אינו יכול להיות מספר התלמידים בכיתה.

<u>תשובה (3)</u>: 23.

כאשר מחלקים את המספר 23 ב-4, מתקבלת שארית 3 $\left(\frac{23}{4}=5\frac{3}{4}\right)$. כאשר מחלקים את המספר 23 ב-5, מתקבלת שארית 3 $\left(\frac{23}{5}=4\frac{3}{5}\right)$. מכאן שיתכן כי בכיתה ישנם 23 תלמידים. מכיוון שמצאנו את התשובה הנכונה, אין צורך להמשיך ולבדוק את התשובה הנותרת.

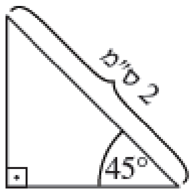
תשובה (3).

הערה: מכיוון שנתון כי מספר התלמידים מתחלק הן ב-5 והן ב-4 עם שארית 3, הרי שכל מספר אשר מתחלק ב-5 וב-4, כלומר ב-20, עם שארית 3, יקיים את הנתון.

2. **השאלה**: שטחה של איזה מהצורות הבאות שווה לשטחו של ריבוע שאורך צלעו 2 ס״מ?

פיתרון: שטחו של ריבוע שאורך צלעו 2 ס״מ הוא 4 סמ״ר $\left(= 2^2 = (\text{צלע})^2\right)$.

כעת נבדוק שטחה של מי מהצורות המוצעות שווה ל-4 סמ״ר.

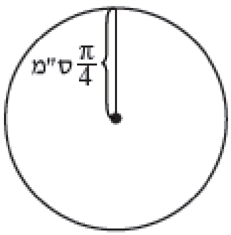


<u>תשובה (1)</u>: בתשובה זו נתון משולש ישר-זווית שווה-שוקיים אשר אורך היתר שלו שווה ל-2 ס״מ.

אורכם של ניצבי המשולש קטן פי $\sqrt{2}$ מאורכו של יתר המשולש, ולפיכך אורך כל אחד מניצבי המשולש שווה ל- $\sqrt{2}$ ס״מ $\left(= \frac{2}{\sqrt{2}}\right)$.

שטח משולש ישר-זווית שווה למכפלת ניצביו חלקי 2, ולפיכך שטח המשולש שווה ל-1 סמ״ר $\left(= \frac{2}{2} = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2}\right)$,

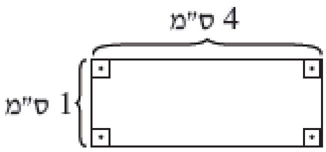
ומכאן שזו אינה התשובה הנכונה.



<u>תשובה (2)</u>: בתשובה זו נתון מעגל אשר אורך רדיוסו שווה ל- $\frac{\pi}{4}$ ס״מ.

שטח מעגל שווה למכפלת ריבוע רדיוס המעגל ב-π, ולפיכך שטח המעגל שווה ל- $\frac{\pi^3}{16}$

$\left(= \pi \cdot \frac{\pi^2}{16} = \pi \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2\right)$, ומכאן שזו אינה התשובה הנכונה.

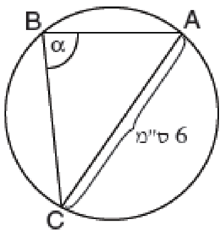


<u>תשובה (3)</u>: בתשובה זו נתון מלבן אשר אורכו שווה ל-4 ס״מ ורוחבו שווה ל-1 ס״מ.
שטח מלבן שווה למכפלת צלעות סמוכות, ומכאן ששטח המלבן שווה ל-4 סמ״ר.
זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

3. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל ששטחו 9π סמ״ר.
ABC הוא משולש החסום במעגל.



לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
$\alpha = ?$

פיתרון: שטח מעגל שווה למכפלת ריבועו של רדיוס המעגל ב-π, ולפיכך אם נתון שטח המעגל ניתן לחשב את אורכו של רדיוס המעגל באמצעות נוסחת השטח: $r^2\pi = 9\pi$.

נחלק ב-π את שני האגפים, ונקבל: $r^2 = 9$ ⇦ $r = 3$.

מצאנו כי אורכו של רדיוס המעגל הוא 3 ס״מ. מכיוון שאורך המיתר AC שבסרטוט הוא 6 ס״מ, כלומר גדול פי 2 מרדיוס המעגל, הרי שניתן לקבוע כי המיתר AC הוא בהכרח קוטר המעגל.

זווית α היא זווית היקפית הנשענת על המיתר AC, אשר מצאנו כי הוא קוטר המעגל.

זווית היקפית הנשענת על קוטר המעגל שווה ל-90°, ומכאן ש-α בהכרח שווה ל-90°.

תשובה (4).

---

4. **השאלה**: במסעדה מסוימת מוכרים כריכים ב-15 שקלים וב-18 שקלים, מרקים ב-22 שקלים וב-25 שקלים, ומשקאות ב-10 שקלים וב-15 שקלים.

איזה מהסכומים הבאים (בשקלים) **לא** יכול להיות מחיר ארוחה של כריך, מרק ומשקה, במסעדה זו?

פיתרון: מינימום ומקסימום + בדיקת תשובות

מכיוון שישנן אפשרויות רבות נבדוק תחילה את הסכום המינימלי והמקסימלי שניתן לשלם:
מינימום: המחיר המינימלי שניתן לשלם תמורת כריך, מרק וסלט הוא 47 שקלים $(=15+22+10)$, ומכאן שניתן לפסול את תשובה (1).

מקסימום: המחיר המקסימלי שניתן לשלם תמורת כריך, מרק וסלט הוא 58 שקלים $(=18+25+15)$, ומכאן שניתן לפסול את תשובה (4).

כעת נבדוק איזה משני הסכומים הנקובים בתשובות (2) ו-(3) ניתן לקבל:
אם ניקח ארוחה במחיר המינימלי האפשרי ונחליף את הכריך שמחירו 15 שקלים בכריך שמחירו 18 שקלים, יהיה מחיר הארוחה 50 שקלים $(=18+22+10)$, ומכאן שניתן לפסול את תשובה (2).

מכיוון שפסלנו 3 מהתשובות, הרי שהתשובה הנכונה היא התשובה שנותרה, כלומר תשובה (3).

תשובה (3).

---

5. **השאלה**: x ו-y הם מספרים שלמים.
נתון: $x+y$ הוא מספר זוגי.

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: הבנה אלגברית

אם סכום של שני מספרים שלמים הוא מספר זוגי, הרי שניתן להסיק כי שני המספרים הם מאותו "סוג", כלומר שניהם זוגיים או ששניהם אי-זוגיים. כעת נעבור על התשובות המוצעות ונבדוק מי מהן נכונה בהכרח.

<u>תשובה (1)</u>: $x \cdot y$ הוא מספר אי-זוגי.

אם x ו-y הם מספרים אי-זוגיים הרי שתוצאת מכפלתם תהיה מספר אי-זוגי, אולם מכיוון ש-x ו-y עשויים להיות שני מספרים זוגיים, הרי שבמקרה כזה תוצאת מכפלתם תהיה מספר זוגי, ולפיכך תוצאת מכפלתם של x ו-y <u>יכולה</u> להיות מספר אי זוגי, אולם אינה <u>בהכרח</u> מספר אי-זוגי. התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $x \cdot y$ הוא מספר זוגי.

אם x ו-y הם שני מספרים זוגיים תוצאת מכפלתם תהיה מספר זוגי, אולם מכיוון שמצאנו כי x ו-y עשויים להיות שני מספרים אי-זוגיים, הרי שבמקרה כזה תוצאת מכפלתם תהיה מספר אי-זוגי, ולפיכך תוצאת מכפלתם של x ו-y <u>יכולה</u> להיות מספר זוגי, אך אינה <u>בהכרח</u> מספר זוגי. התשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $x-y$ הוא מספר אי-זוגי.

אם x ו-y הם שני מספרים מאותו "סוג", הרי שתוצאת החיסור ביניהם תהיה בהכרח מספר זוגי, ולפיכך תשובה זו בהכרח אינה נכונה.

<u>תשובה (4)</u>: $x-y$ הוא מספר זוגי.

אם x ו-y הם שני מספרים מאותו "סוג", הרי שתוצאת החיסור ביניהם היא בהכרח מספר זוגי, ולפיכך זו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית

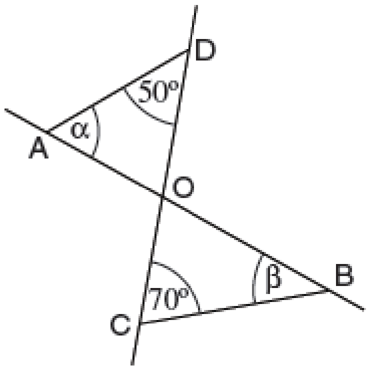
נציב שני מספרים המקיימים את הנתון, כלומר שני מספרים אשר סכומם שווה למספר זוגי, למשל $x=2$ ו-$y=4$. הצבת מספרים אלו בביטויים המוצעים בתשובות תפסול את תשובות (1) ו-(3).

כעת נציב שני מספרים נוספים המקיימים את הנתון, למשל $x=1$ ו-$y=3$. הצבת מספרים אלו בביטוי המוצע בתשובה (2) פוסלת תשובה זו, ולפיכך התשובה הנכונה היא תשובה (4).

תשובה (4).

---

6. **השאלה**: AB ו-CD הם ישרים הנחתכים בנקודה O (ראו סרטוט).



לפי הנתונים שבסרטוט,
$\beta = ?$

פיתרון: נתבקשנו למצוא את זווית β, והתשובות מציעות ביטויים שעל פיהם קיים קשר בין זווית β לזווית α.

כאשר שני ישרים נחתכים בנקודה, נוצרות זוויות קודקודיות, זוג זוויות השוות זו לזו, ומכאן שזווית AOD שווה לזווית COB.
נשתמש בשוויון זה על מנת לנסח את הקשר בין שתי הזוויות.
סכום זוויות פנימיות במשולש שווה ל-$180°$. מכיוון שבכל אחד משני המשולשים נתון גודלן של שתיים מהזוויות הפנימיות, ניתן למצוא את גודלה של הזווית השלישית.
במשולש COB: $70° + \beta + \angle COB = 180°$ ⇦ $\angle COB = 110° - \beta$
במשולש AOD: $50° + \alpha + \angle AOD = 180°$ ⇦ $\angle AOD = 130° - \alpha$
מכיוון שזווית AOD שווה לזווית COB: $110° - \beta = 130° - \alpha$
נחבר β ו-α לשני האגפים, ונחסר $130°$, ונקבל: $\beta = \alpha - 20°$.

תשובה (3).

---

7. **השאלה**: נתון: $a + 2 < \frac{a}{2}$

איזו מהטענות הבאות נכונה?

פיתרון: בבואנו לפתור שאלה באלגברה, עלינו לבחון האם ניתן לפתור את השאלה על ידי שימוש במספר פעולות אלגבריות פשוטות.
מכיוון שניתן לפשט את אי-השיוויון הנתון בקלות יחסית, נפתור את השאלה על ידי פישוט אלגברי.
נכפול את שני אגפי אי-השיוויון ב-2, ונקבל: $2a + 4 < a$.
נחסר a ו-4 משני האגפים, ונקבל: $a < -4$.

תשובה (4).

---

8. **השאלה**: קובי שיחק במשחק מחשב שבו 60 סיבובים.

מתחילים את המשחק עם 0 נקודות, ובכל סיבוב במשחק אפשר להצליח או להיכשל:

אם מצליחים **מקבלים** 2 נקודות, ואם נכשלים **מפסידים** נקודה אחת.

בסוף המשחק היו לקובי 90 נקודות.

בכמה סיבובים במשחק הצליח קובי?

פיתרון: <u>דרך א'</u>: בדיקת תשובות

<u>תשובה (1)</u>: 45.
על פי הנתונים במשחק המחשב ישנם 60 סיבובים, ולכן אם קובי הצליח ב-45 סיבובים, הרי שהוא נכשל ב-15 סיבובים $(=60-45)$.

על כל הצלחה **זוכים** ב-2 נקודות, ולכן בעבור הסיבובים שבהם קובי הצליח הוא זכה ב-90 נקודות $(=45\cdot 2)$. מכיוון שעל כל כישלון **מפסידים** נקודה אחת, בעבור הסיבובים שבהם קובי נכשל הוא הפסיד 15 נקודות $(=15\cdot 1)$.

אם קובי זכה ב-45 סיבובים היו לו בסוף המשחק 75 נקודות $(=90-15)$, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

<u>תשובה (2)</u>: 50.
אם במשחק המחשב ישנם 60 סיבובים, ונתון כי קובי הצליח ב-50 סיבובים הרי שהוא נכשל ב-10 סיבובים $(=60-50)$.

על כל הצלחה **זוכים** ב-2 נקודות, ולכן בעבור הסיבובים שבהם קובי הצליח הוא זכה ב-100 נקודות $(=50\cdot 2)$, ובעבור הסיבובים שבהם קובי נכשל הוא הפסיד 10 נקודות $(=10\cdot 1)$.

מצאנו כי אם קובי זכה ב-50 סיבובים, הרי שהיו לו בסוף המשחק 90 נקודות $(=90-15)$, ומכאן שזו התשובה הנכונה.

אין צורך לבדוק את התשובות הנוספות.

<u>דרך ב'</u>: אלגברה - בניית משוואה
נסמן ב-x את מספר המשחקים שבהם קובי הצליח.
מכיוון שיש 60 משחקים, הרי שאם קובי הצליח ב-x, הוא נכשל ב-$(60-x)$.

נתון כי על כל הצלחה קובי זוכה ב-2 נקודות, ולכן הביטוי המייצג את מספר הנקודות שבהן זכה קובי הוא 2x.
נתון כי על כל כישלון קובי מפסיד נקודה אחת, ולכן הביטוי המייצג את מספר הנקודות שקובי הפסיד הוא $1\cdot(60-x)$.

מכיוון שידוע כי בסוף המשחק היו ברשות קובי 90 נקודות, הרי ש: $2x-1\cdot(60-x)=90$

$2x-60+x=90 \Leftarrow 3x-60=90$.

נוסיף 60 לשני האגפים, ונקבל: $3x=150$.

נחלק ב-3 את שני האגפים, ונקבל: $x=50$.

תשובה (2).

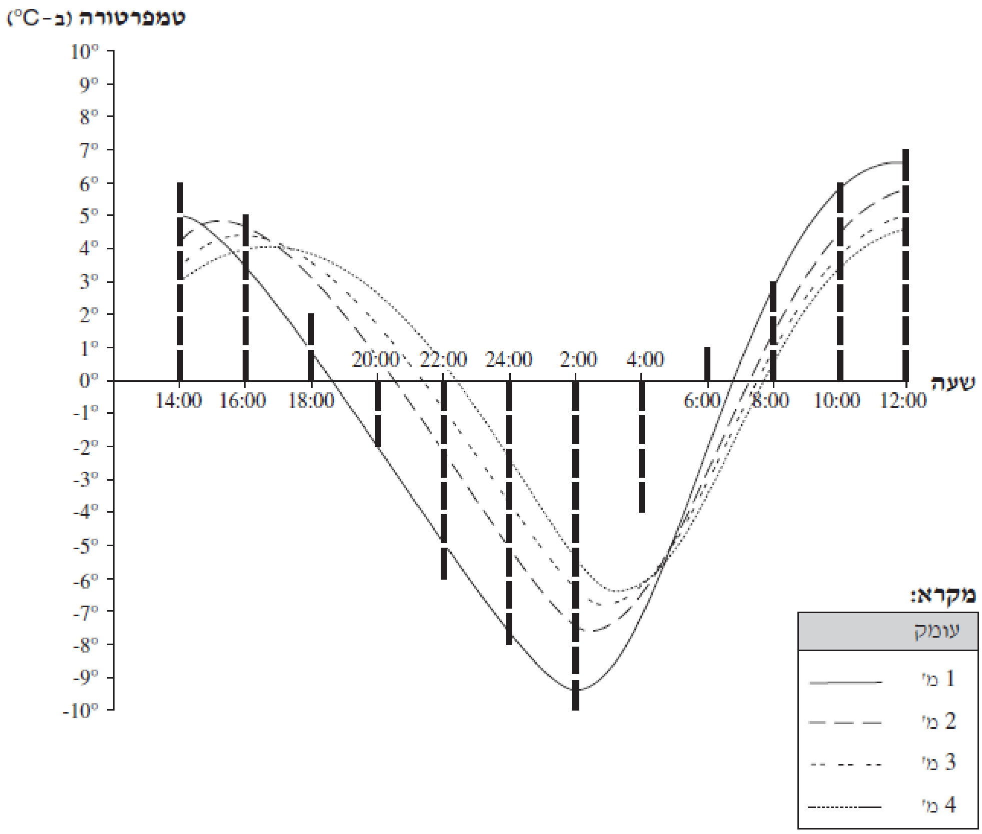
הסקה מתרשים (שאלות 9-12)

הסקה מתרשים (שאלות 9-12)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

כדי לחקור את תכונות קליטת החום בקרקע מסוימת, מדדו מדענים לאורך 22 שעות את טמפרטורת הקרקע בארבעה עומקים שונים: 1, 2, 3 ו-4 מטרים מתחת לפני הקרקע. כמו כן, הם מדדו את טמפרטורת האוויר.
התרשים שלפניכם מתאר את תוצאות המדידות האלה. העמודות האנכיות המודגשות מייצגות את טמפרטורת האוויר (במעלות צלזיוס, °C) שנמדדה בכל שעתיים. ארבע העקומות מתארות את טמפרטורת הקרקע (ב-°C) בארבעת העומקים בכל רגע ורגע (ראו מקרא).
הערה: לנוחיות החישובים, העמודות המייצגות את טמפרטורת האוויר חולקו למקטעים שכל אחד מהם מייצג מעלה אחת.

לדוגמה: בשעה 22:00 הייתה טמפרטורת האוויר (-6) מעלות צלזיוס, והטמפרטורה בעומק של 1 מטר הייתה בערך (-5) מעלות צלזיוס.



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

השאלות

9. **השאלה**: מה ההפרש בין טמפרטורת האוויר הגבוהה ביותר שנמדדה ובין טמפרטורת האוויר הנמוכה ביותר שנמדדה (ב-°C)?

פיתרון: נתבונן בתרשים ונמצא מה טמפרטורת האוויר הגבוהה ביותר והנמוכה ביותר שנמדדו.
טמפרטורת האוויר מיוצגת בתרשים על ידי עמודות.
טמפרטורת האוויר הגבוהה ביותר שנמדדה מיוצגת על ידי העמודה הגבוהה ביותר, העמודה הנמצאת בשעה 12:00 ואשר מורכבת מ-7 מקטעים, כלומר 7 מעלות צלזיוס.
טמפרטורת האוויר הנמוכה ביותר שנמדדה מיוצגת על ידי העמודה הארוכה ביותר בכיוון השלילי, עמודה זו נמצאת בשעה 2:00 ומורכבת מ-10 מקטעים, כלומר, הטמפרטורה הנמוכה ביותר שנמדדה היא 10- מעלות צלזיוס.
ההפרש בין טמפרטורת האוויר הגבוהה ביותר שנמדדה ובין טמפרטורת האוויר הנמוכה ביותר הוא 17 מעלות צלזיוס.

תשובה (3).

---

10. **השאלה**: בין 4:00 ל-10:00, באיזה עומק השתנתה טמפרטורת הקרקע במידה **הרבה** ביותר?

פיתרון: טמפרטורת הקרקע בעומקים השונים בשעות השונות מיוצגת על ידי 4 העקומות שבתרשים.
עלינו למצוא באיזה עומק השתנתה הטמפרטורה במידה הרבה ביותר, ומכאן שעלינו לחפש את העקומה אשר השינוי בה בין שתי השעות הללו הוא הדרמטי ביותר, כלומר השיפוע שלה הוא הגדול ביותר.
בהתבוננות בתרשים בטווח השעות אליו הפנו אותנו, ניתן להבחין כי הטמפרטורה הנמוכה ביותר בשעה 4:00 היא הטמפרטורה אשר נמדדה בעומק 1 מ׳.
בנוסף ניתן לראות כי בשעה 10:00 הטמפרטורה הגבוהה ביותר נרשמה גם היא בעומק 1 מ׳, מכאן שהעומק שבו השתנתה הטמפרטורה במידה הרבה ביותר בין השעה 4:00 ל-10:00 הוא עומק 1 מטר.

תשובה (1).

---

11. **השאלה**: באיזה עומק קיים פער הזמן הגדול ביותר בין הפעם הראשונה שבה הייתה טמפרטורת הקרקע 0 °C ובין הפעם השנייה שבה הייתה טמפרטורת הקרקע 0 °C?

פיתרון: נבדוק בכל אחד מהעומקים מה היה פער הזמן בין הפעם הראשונה שבה הייתה טמפרטורת הקרקע 0 °C ובין הפעם השנייה שבה הייתה טמפרטורת הקרקע 0 °C.

<u>תשובה (3)</u>: 1 מ׳.
הפעם הראשונה שבה הייתה טמפרטורת הקרקע 0 °C בעומק 1 מ׳ הוא בשעה 19:00 בקירוב, ואילו הפעם השנייה שבה הייתה טמפרטורת הקרקע 0 °C בעומק זה היא 7:00 בבוקר לערך, כלומר פער של 12 שעות.

<u>תשובה (1)</u>: 2 מ׳.
הפעם הראשונה שבה הייתה טמפרטורת הקרקע 0 °C בעומק 2 מ׳ הוא לאחר השעה 20:00, ואילו הפעם השנייה שבה הייתה טמפרטורת הקרקע 0 °C בעומק זה היא לפני 8:00 בבוקר לערך, כלומר פער של פחות מ- 12 שעות. מכיוון שפער זה קטן מהפער שמצאנו כי קיים בעומק 1 מ׳ ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (3)</u>: 3 מ׳.
הפעם הראשונה שבה הייתה טמפרטורת הקרקע 0 °C בעומק 3 מ׳ הוא לאחר השעה 20:00 והפעם השנייה היא מעט לפני 8:00 בבוקר, כלומר פער של פחות מ- 12 שעות, ולפיכך. תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: 3 מ׳.
הפעם הראשונה שבה הייתה טמפרטורת הקרקע 0 °C בעומק 4 מ׳ הוא לאחר השעה 20:00 והפעם השנייה היא מעט לפני 8:00 בבוקר, מכיוון שמדובר בפער הקטן מ- 12 שעות, תשובה זו נפסלת.

תשובה (1).

הערה: ניתן לבחון את התרשים ויזואלית, ולהבחין כי בנקודת החיתוך הראשונה של הקווים עם ציר ה-x, הקו המתאר את עומק 1 מ' חותך את הציר בפער משמעותי משאר הקווים, כלומר מוקדם יותר. בנקודת החיתוך השנייה פער זה מצטמצם, ומכך ניתן להסיק כי תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

---

12. **השאלה**: בין אילו שעות עלתה טמפרטורת הקרקע בעומק 4 מטרים, אף על פי שטמפרטורת האוויר ירדה?

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות, ונזכור כי טמפרטורת הקרקע בעומק 4 מטרים מיוצגת על ידי הקו המקווקו הצפוף וטמפרטורת האוויר מיוצגת על ידי העמודות:

<u>תשובה (1)</u>: בין 14:00 ל-16:00.
על פי התרשים בין השעות 14:00 ל-16:00 עלתה טמפרטורת הקרקע בעומק 4 מ' מ-3 מעלות צלזיוס ל-4 מעלות צלזיוס. באותו זמן, ירדה טמפרטורת הקרקע (העמודה האנכית) מ-6 מעלות צלזיוס בשעה 14:00 לטמפרטורה של 5 מעלות צלזיוס בשעה 16:00.
מכיוון שמצאנו כי בטווח השעות הנתון בשאלה עלתה טמפרטורת הקרקע בעומק 4 מ' וירדה טמפרטורת האוויר, הרי שזו התשובה הנכונה ואין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (1).

שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

13. **השאלה**: ל-60% מהילדים בגן יש אחים.

ל-7 מהילדים שיש להם אחים יש רק אחים קטנים, ולכל האחרים יש רק אחים גדולים.

מספר הילדים בגן שיש להם אחים גדולים שווה למספר הילדים בגן שאין להם אחים כלל.

כמה ילדים יש בגן בסך הכול?

פיתרון: <u>דרך א'</u>: בדיקת תשובות

<u>תשובה (1)</u>: 17. ל-60% מהילד ים בגן יש אחים, מכיוון ש-60% מ-17 אינו מספר שלם, ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (2)</u>: 20.
ל-60% מהילדים בגן יש אחים. 10% מ-20 הם 2, ו-60% מ-20 הם 12 (6 פעמים 2).
על פי הנתון ל-7 מהילדים שיש להם אחים יש רק אחים קטנים.
אם ל-12 ילדים יש אחים, וידוע כי ל-7 מהילדים יש רק אחים קטנים, הרי שישנם 5 ילדים שיש להם רק אחים גדולים $(12-7=)$.

על פי הנתון מספר הילדים בגן שיש להם אחים גדולים **שווה** למספר הילדים בגן שאין להם אחים כלל.
אם יש 20 ילדים בגן ול-12 מהם יש אחים, הרי של-8 ילדים אין אחים כלל $(20-12=)$.

מצאנו כי כאשר יש 20 ילדים בגן מספר הילדים ללא אחים כלל הוא 8, מאחר ומספר זה **<u>אינו שווה</u>** למספר הילדים אשר יש להם אחים גדולים בלבד, שהוא 5, הרי שניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (3)</u>: 35.
ל-60% מהילדים בגן יש אחים. 10% מ-35 הם 3.5, ו-60% מ-35 הם 21 (6 פעמים 3.5).
על פי הנתון ל-7 מהילדים שיש להם אחים יש רק אחים קטנים.
מצאנו כי ל-21 ילדים יש אחים, אם ל-7 מהילדים יש רק אחים קטנים, הרי של-14 ילדים יש רק אחים גדולים $(21-7=)$.

על פי הנתון מספר הילדים בגן שיש להם אחים גדולים **שווה** למספר הילדים בגן שאין להם אחים כלל.
אם יש 35 ילדים בגן ול-21 מהם יש אחים, הרי של-14 ילדים אין אחים כלל $(35-21=)$.

מכיוון שמצאנו כי כאשר יש 35 ילדים בגן מספר הילדים ללא אחים כלל הוא 14 ולכן **<u>שווה</u>** למספר הילדים אשר יש להם אחים גדולים בלבד, שהוא 14, זו התשובה הנכונה.

__דרך ב'__: בניית משוואה

נסמן את מספר הילדים בגן ב-x.

ל-60% מהילדים בגן יש אחים, כלומר מספר הילדים שיש להם אחים שווה ל- $\frac{60}{100}\cdot x$, ומספר הילדים שאין להם אחים שווה ל-40% ממספר הילדים, כלומר: $\frac{40}{100}\cdot x$.

ל-7 מהילדים שיש להם אחים יש רק אחים קטנים, ולכל האחרים יש רק אחים גדולים, ומכאן שמספר הילדים שיש להם רק אחים גדולים שווה למספר הילדים שיש להם אחים פחות 7, כלומר: $\frac{60}{100}\cdot x-7$.

מספר הילדים בגן שיש להם אחים גדולים שווה למספר הילדים בגן שאין להם אחים כלל, ומכאן:
$\frac{40}{100}\cdot x=\frac{60}{100}\cdot x-7$.

נכפול ב-100 את שני האגפים, ונקבל: $40x=60x-700$.
נחסר 40x משני האגפים ונחבר 700 לשני האגפים, ונקבל: $700=20x$.
נחלק את שני האגפים ב-20, ונקבל: $35=x$.

__דרך ג'__: פישוט הנתונים

נתון כי ל-60% מהילדים יש אחים, ועל כן ניתן להסיק של-40% מהילדים אין אחים.
נתון כי מספר הילדים שיש להם אחים גדולים שווה למספר הילדים שאין להם אחים כלל, ומכאן שאחוז הילדים שיש להם אחים גדולים שווה אף הוא ל-40%.
את הילדים שיש להם אחים (60%) ניתן לחלק לשתי קבוצות – ילדים שיש להם אחים קטנים וילדים שיש להם אחים גדולים. מצאנו כי אחוז הילדים שיש להם אחים גדולים הוא 40%, ולכן אחוז הילדים שיש להם אח קטן הוא 20% $(=60\%-40\%)$.
נתון כי מספר הילדים שיש להם אח קטן הוא 7, ומאחר שמצאנו שהאחוז שמתאר חלק זה הוא 20%, ניתן לפתור בעזרת טבלת יחס:

אחוז	מספר
20	7
100	x

היחס בטור הימני שווה ליחס בטור השמאלי. מכיוון שעל מנת להגיע מ-20 ל-100 יש לכפול פי 5, הרי שעל מנת למצוא את x יש לכפול את 7 פי 5.
מצאנו כי מספר הילדים בגן (100% מהילדים) הוא 35 $(=7\cdot5)$.

תשובה (3).

---

14. **השאלה**: נתון: $a^b=-1$

a שווה בהכרח ל-

פיתרון: אין מספר אשר כאשר מעלים אותו בחזקה כלשהי נותן את התוצאה 1-, למעט (-1) עצמו, ולפיכך ניתן לקבוע כי a שווה בהכרח ל-(-1).

תשובה (1).

.15 **השאלה**: לכל מספר x הוגדרה הפעולה \$ כך: $\$(x)=x^4+7x^2+10x-8$

$\$(5)-\$(-5)=?$

פיתרון: פישוט אלגברי

על פי הגדרת פעולת ה-\$: $\$(5)=5^4+7\cdot5^2+10\cdot5-8$.

מכיוון שמדובר במספרים גדולים יחסית לא נחשב אותם עד שנפשט את $\$(-5)$ ונחסר את שני הביטויים זה מזה.

על פי הגדרת פעולת ה-\$: $\$(-5)=(-5)^4+7\cdot(-5)^2+10\cdot(-5)-8$.

כעת נחסר את שני הביטויים, ונקבל:

$$\$(5)-\$(-5)=5^4+7\cdot5^2+10\cdot5-8-\left[(-5)^4+7\cdot(-5)^2+10\cdot(-5)-8\right]=$$

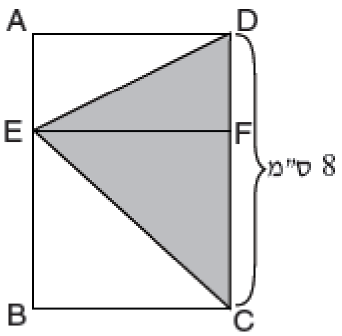
מכיוון שכאשר מעלים מספר שלילי בחזקה זוגית התוצאה חיובית, הרי שהביטוי $(-5)^4$ שקול ל- 5^4 והביטוי $(-5)^2$ שקול ל- 5^2, ומכאן שכאשר נפתח את הסוגריים נקבל:

$$5^4+7\cdot5^2+10\cdot5-8-\left[5^4+7\cdot5^2+10\cdot(-5)-8\right]=5^4+7\cdot5^2+10\cdot5-8-5^4-7\cdot5^2-(-50)+8$$

נצמצם את כל הביטויים הזהים ונקבל: $50+50=100$

תשובה (2).

.16 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם הישר EF מחלק את המלבן ABCD לשני מלבנים.
סכום היקפי המלבנים AEFD ו-EBCF גדול ב-6 ס״מ מהיקף המלבן ABCD.

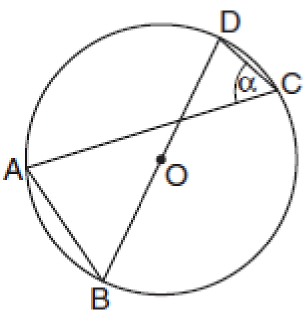


לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה שטח המשולש הכהה (בסמ״ר)?

פיתרון:

נתבקשנו למצוא את שטח המשולש הכהה שבסרטוט.
שטח משולש שווה למכפלת צלע במשולש בגובה לצלע זו לחלק ל-2.
נתון כי אורך אחת מצלעות המשולש, הצלע CD, שווה ל-8 ס״מ, ולפיכך על מנת לחשב את שטח המשולש, עלינו למצוא את אורך הגובה לצלע זו, אורך הקטע EF.
נתון כי סכום היקפי המלבנים AEFD ו-EBCF גדול ב-6 ס״מ מהיקף המלבן ABCD.
היקפי המלבנים AEFD ו-EBCF מורכבים מצלעות המלבן ABCD + פעמיים הצלע EF (אשר מהווה צלע בכל אחד מן המלבנים).
מכיוון שסכום היקפי המלבנים הקטנים גדול ב-6 ס״מ מהיקף המלבן ABCD, והגורם היחיד שיכול להסביר פער זה הוא הצלע EF הנמצאת פעמיים בהיקפי המלבנים הקטנים, הרי שמכאן ניתן להסיק כי גודלה של הצלע EF שווה למחצית ההפרש, כלומר ל-3 ס״מ.
שטח המשולש שווה ל-12 סמ״ר $\left(=\frac{8\cdot3}{2}\right)$.

תשובה (1).



17. **השאלה**: A, B, C ו-D הן נקודות על היקף מעגל שמרכזו O ורדיוסו r.
נתון: $AB = r$

$\alpha = ?$

פיתרון:
נתבקשנו למצוא את גודלה של הזווית ההיקפית α, הנשענת על הקשת AD.
זווית נוספת הנשענת על הקשת AD היא הזווית ההיקפית ABD.
מכיוון ששתי זוויות היקפיות הנשענות על קשתות שוות, שוות זו לזו, הרי שאם נמצא מה גודלה של זווית ABD, נוכל לדעת מה גודלה של זווית α.
נתון כי אורכו של המיתר AB שווה לרדיוס המעגל, מכאן ישנן שתי אפשרויות למציאת גודלה של זווית ABD:

א) אם נחבר את מרכז המעגל – הנקודה O – לנקודה A, נקבל כי משולש AOB הוא משולש אשר שתיים מצלעותיו הן רדיוסים, הצלעות AO ו-BO, ואורכה של הצלע AB שווה לרדיוס המעגל, כלומר משולש שווה-צלעות. מכיוון שכל הזוויות במשולש שווה-צלעות שוות ל-60°, הרי שהזווית ההיקפית ABD שווה אף היא ל-60°, ומכאן שגם זווית α, שהיא זווית היקפית הנשענת על הקשת AD, שווה ל-60°.

ב) אם נחבר את נקודות A ו-D נקבל משולש ABD:
מכיוון ש-BD הוא קוטר המעגל, הרי שהזווית ההיקפית הנשענת עליו, זווית DAB, שווה ל-90°.
משולש DAB הוא משולש ישר-זווית, אשר אורך אחד מניצביו, הניצב AB שווה ל-r כלומר למחצית מאורך היתר, הצלע BD.
משולש ישר-זווית אשר אורך אחד מניצביו שווה למחצית מאורך היתר הוא משולש זהב, וגודל הזווית שמול הניצב הקטן שווה ל-30°, ומכאן שזווית ADB שווה ל-30°.
מצאנו כי במשולש ADB זווית בת 90° וזווית בת 30°, מכאן שגודלה של הזווית המבוקשת, זווית ABD שווה ל-60° $\left(180^\circ - 90^\circ - 30^\circ =\right)$.

זווית α היא זווית היקפית הנשענת אף היא על הקשת AD, ומכאן שגם היא שווה ל-60°.

תשובה (4).

---

18. **השאלה**: הממוצע של המספרים a, b ו-12 גדול ב-2 מהממוצע של המספרים b, c ו-15.

$a - c = ?$

פיתרון: נשתמש בנוסחת הממוצע, אשר לפיה: $\text{הממוצע} = \frac{\text{סכום כל האיברים}}{\text{מספר האיברים}}$.

הממוצע של המספרים a, b ו-12 הוא: $\frac{a+b+12}{3}$.

הממוצע של המספרים b, c ו-15 הוא: $\frac{b+c+15}{3}$.

נתון כי הממוצע של המספרים a, b ו-12 גדול ב-2 מהממוצע של המספרים b, c ו-15, ומכאן שניתן לבנות משוואה, ולפיה: $\frac{a+b+12}{3} = \frac{b+c+15}{3} + 2$.

נכפול ב-3 את שני האגפים, ונקבל: $b+c+15+6 = a+b+12 \Leftarrow b+c+21 = a+b+12$.
נחסר 12 ו-b משני האגפים, ונקבל: $c+9 = a$.
נחסר משני האגפים c, ונקבל: $9 = a - c$.

תשובה (3).

---

19. **השאלה**: A ו-B הן אותיות המייצגות ספרות בין 1 ל-9.
המספר AB הוא מספר דו-ספרתי **ראשוני**.

נתון: סכום הספרות של AB גדול **פי 5** מספרת האחדות שלו.

$A + B = ?$

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

בשאלה שלפנינו יש למצוא את ערכן המספרי של הספרות המרכיבות את המספר הדו-ספרתי AB, אשר לגביו ידוע כי סכום הספרות שלו גדול פי 5 מספרת האחדות וכן כי הוא מספר ראשוני.
נבדוק באמצעות הצבת דוגמה מספרית מה עשויות להיות הספרות המרכיבות את המספר הדו-ספרתי AB.
אם למשל נניח כי ספרת האחדות שווה ל-1, הרי שמאחר ונתון כי סכום ספרות המספר גדול פי 5 מספרת האחדות, סכום ספרות המספר שווה במקרה כזה ל-5, ומכאן שספרת העשרות שווה בהכרח ל-4 $(5-1=)$.
מצאנו כי במצב שבו ספרת האחדות שווה ל-1 המספר הדו-ספרתי AB שווה ל-41, שהוא אכן מספר ראשוני.
נציב דוגמה נוספת, למשל כי B הוא 2. במצב זה, לפי נתוני השאלה, סכום הספרות שווה ל-10, ומכאן שספרת העשרות שווה ל-8 $(10-2=)$.
מכיוון שהמספר הדו-ספרתי 82 אינו מספר ראשוני, הרי שמצאנו כי 41 הוא המספר היחידי המקיים את נתוני השאלה, ערכו של הביטוי $A + B$ שווה אם כך ל-5 $(4+1=)$.

<u>דרך ב'</u>: אלגברה – בניית משוואה
נתון כי סכום הספרות של המספר AB גדול פי 5 מספרת האחדות שלו.
הביטוי האלגברי לסכום ספרות המספר הדו-ספרתי AB הוא: $A + B$.
מכאן שבאמצעות שימוש בנתוני השאלה אנו יכולים לבנות את המשוואה הבאה: $A + B = 5B$.
נחסר B משני האגפים, ונקבל: $A = 4B$.
ישנם שני זוגות של ספרות בין 1 ל-9 המקיימות משוואה זו: 1 ו-4, אשר יוצרים את המספר הדו-ספרתי הראשוני 41, ו-2 ו-8, אשר יוצרים את המספר הד-ספרתי 82.
מכיוון שרק המספר 41 מתאים לנתוני השאלה, אשר לפיהם, המספר הדו-ספרתי AB הוא ראשוני, הרי שסכום ספרות המספר AB שווה ל-5 $(4+1=)$.

תשובה (4).

20. **השאלה**: לדני יש p שקים. בתוך כל אחד מהם יש n קלפים, הממוספרים במספרים מ-1 עד n.
דני מוציא באקראי קלף אחד מכל אחד מהשקים.

מה הסיכוי שעל **כל הקלפים** שהוציא דני רשום המספר 1?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית
נציב כי מספר השקים של דני שווה ל-3 $(p=3)$, וכי בכל שק ישנם 2 קלפים $(n=2)$.

הסיכוי להוצאת קלף שעליו רשומה הספרה 1 מכל אחד מהשקים הוא $\frac{1}{2}$.

הסיכוי שעל כל הקלפים שהוציא דני תהיה רשומה הספרה 1 הוא מכפלת ההסתברות להוצאתו של הקלף שמספרו 1 מהשק הראשון, בהסתברות להוצאתו של הקלף שמספרו 1 מהשק השני ובהסתברות להוצאתו של הקלף שמספרו 1 מהשק השלישי, כלומר ההסתברות להוצאת הקלף שמספרו 1 מכל אחד משלושת השקים שווה ל- $\frac{1}{8}$ $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\right)$

נציב $p=3$ ו- $n=2$ בכל אחת מהתשובות המוצעות ונפסול את תשובות (1), (2) ו-(3).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

$$\text{הסתברות} = \frac{\text{מספר האפשרויות הרצוי}}{\text{מספר האפשרויות הכולל}}.$$

מכיוון שבכל שק n קלפים, ורק על אחד מהם מופיעה הספרה 1, הרי שהסיכוי להוצאת קלף שעליו רשומה הספרה 1 מכל שק הוא $\frac{1}{n}$

מכיוון שנתבקשנו למצוא מה הסיכוי שעל **כל הקלפים** שהוציא דני רשום המספר 1, ומכיוון שלדני יש p שקים, הרי שהסיכוי שדני יוציא מכל אחד מהשקים שק שעליו רשומה הספרה n שווה למכפלת הסיכוי להוצאת 1 בכל אחד מהשקים, כלומר $\frac{1}{n^p}$ $\left[\underbrace{\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{n}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{n}}_{\text{p פעמים}}\right]=\left(\frac{1}{n}\right)^p=\frac{1^p}{n^p}\Rightarrow$.

תשובה (4).
