מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(4)	(2)	(1)	(1)	(2)	(1)	(3)	(3)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(2)	(2)	(1)	(1)	(4)	(4)	(3)	(4)	(1)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-8)

1. **השאלה**: a, b ו-c הם מספרים **שלמים**.
נתון: $0 < c < b < a$

איזו מהאפשרויות הבאות **בהכרח** אינה נכונה?

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: $a = 3$ וגם $b = 2$.
אם $a = 3$ ו- $b = 2$, הרי שבמקרה כזה $c = 1$ מקיים את נתוני השאלה אשר לפיהם שלושת המספרים הם שלמים, ו - $0 < c < b < a$. מכיוון שמצב זה יתכן, זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u>: $b = 2$ וגם $c = 1$.
אם $b = 2$ וגם $c = 1$, הרי ש-a יכול להיות כל מספר שלם הגדול מ-2. מכיוון שהמצב המתואר בתשובה זו יתכן, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

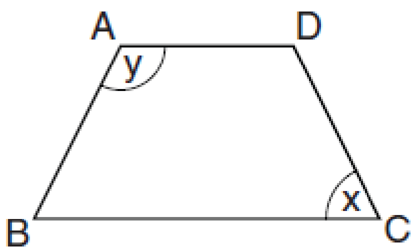
<u>תשובה (3)</u>: $a = 5$ וגם $b = 2$ וגם $c = 1$.
מכיוון שהמצב המתואר בתשובה זו יתכן על פי נתוני השאלה, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (4)</u>: $a = 2$ וגם $b = 1$.
אם $b = 1$, הרי ש-c הקטן ממנו ואשר חייב להיות מספר חיובי אינו יכול להיות מספר שלם.
מכיוון שהמצב המתואר בתשובה זו **אינו אפשרי** על פי נתוני השאלה, הרי שזו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

2. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים $(AB = CD)$.
נתון: $y = x + 20°$



$x = ?$

פיתרון: <u>דרך א'</u>: אלגברה
סכום זוויות נגדיות בטרפז שווה-שוקיים הוא $180°$,
ומכאן ש- $x + y = 180°$.
נתון כי $y = x + 20°$, נציב נתון זה במשוואה, ונקבל:
$x + x + 20° = 180°$ ⇦ $2x + 20° = 180°$.
נחסר $20°$ משני האגפים, ונקבל: $2x = 160°$.
נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $x = 80°$.

<u>דרך ב'</u>: הצבת תשובות
נתון כי $y = x + 20°$, כלומר שזווית y גדולה מזווית x ב-$20°$. מכיוון שסכום זוויות נגדיות בטרפז שווה-שוקיים שווה ל-$180°$, נבדוק על פי איזו מהתשובות המוצעות סכום זוויות x ו-y שווה ל-$180°$.

<u>תשובה (1)</u>: $50°$. אם זווית x שווה ל-$50°$, הרי שזווית y (הגדולה, כאמור, מזווית x ב-$20°$) שווה ל-$70°$ $(y = 50° + 20° =)$. מכיוון שסכום זוויות x ו-y **אינו** שווה ל-$180°$, תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $60°$. אם זווית x שווה ל-$60°$, הרי שזווית y (הגדולה, כאמור, מזווית x ב-$20°$) שווה ל-$80°$ $(y = 60° + 20° =)$. מכיוון שסכום זוויות x ו-y **אינו** שווה ל-$180°$, תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $70°$. אם זווית x שווה ל-$70°$, הרי שזווית y (הגדולה, כאמור, מזווית x ב-$20°$) שווה ל-$90°$ $(y = 70° + 20° =)$. מכיוון שסכום זוויות x ו-y **אינו** שווה ל-$180°$, תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $80°$. אם זווית x שווה ל-$80°$, הרי שזווית y (הגדולה, כאמור, מזווית x ב-$20°$) שווה ל-$100°$ $(y = 80° + 20° =)$. מכיוון שסכום זוויות x ו-y שווה ל-$180°$, זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

3. **השאלה**: באיזה מצולע סכום הזוויות הפנימיות שלו הוא $540°$?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: בניית משוואה

סכום זוויות פנימיות בכל מצולע שווה ל-$180°(n-2)$ כאשר n הוא מספר צלעות המשושה, ומכאן שעלינו למצוא למה שווה n כאשר סכום הזוויות הוא $540°$: $180(n-2) = 540°$.

נפשט את המשוואה על ידי פתיחת הסוגריים, ונקבל: $180n - 360° = 540°$.

נחבר $360°$ לשני האגפים, ונקבל: $180n = 900°$.

נחלק את שני האגפים ב-180, ונקבל: $n = 5$ $\left(n = \frac{900}{180} = \frac{450}{90} = \frac{45}{9} =\right)$.

<u>דרך ב'</u>: 'היגיון' גיאומטרי

הוספת כל צלע למצולע מגדילה את סכום הזוויות הפנימיות ב-$180°$.

מכיוון שאנו יודעים כי סכום הזוויות הפנימיות במרובע הוא $360°$, הרי שעל מנת שסכום הזוויות יהיה שווה ל-$540°$, כלומר גדול ב-$180°$, עלינו להוסיף צלע אחת בלבד, ומכאן שהמצולע המבוקש הוא מחומש.

תשובה (2).

---

4. **השאלה**: שארית החלוקה של x ב-6 היא 1.
מה שארית החלוקה של x ב-3?

פיתרון: <u>דרך א'</u>: הצבת דוגמה מספרית

נציב מספר המתחלק ב-6 עם שארית 1, למשל: 7.

שארית החלוקה המתקבלת כאשר מחלקים את 7 ב-3 היא 1 $\left(\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}\right)$, ומכאן שניתן לפסול את תשובות (2) ו-(3).

כעת נציב מספר נוסף אשר מתחלק ב-6עם שארית 1 על מנת לוודא שהתשובה הנכונה היא תשובה (1) ולא תשובה (4), למשל $x = 13$.

שארית החלוקה המתקבלת כאשר מחלקים את 13 ב-3 היא 1 $\left(\frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}\right)$, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (1).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

כל מספר שמתחלק ב-6 מתחלק גם ב-3 (וב-2). כלומר, כל מספר שהוא כפולה שלמה של 6 הוא גם כפולה שלמה של 3.

מספר המתחלק ב-6 עם שארית של 1, הוא מספר הגדול ב-1 מכפולה שלמה של 6, ומכאן שהוא בהכרח גם גדול ב-1 מכפולה שלמה של 3, ולכן שארית החלוקה של מספר זה ב-3 תהיה בהכרח שווה ל-1.

תשובה (1).

---

5. **השאלה**: דוד וגד השתכרו יחד 1,800 שקלים עבור שני ימי עבודה.
ביום הראשון השתכרו שניהם סכומים שווים.
ביום השני השתכר דוד 900 שקלים, שהם פי 1.5 ממה שהשתכר גד באותו יום.

כמה שקלים השתכר כל אחד מהם ביום הראשון?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות
<u>תשובה (1)</u>: 150. על פי נתוני השאלה, דוד וגד השתכרו סכומים שווים ביום הראשון, ומכאן שאם כל אחד מהם השתכר 150 שקלים, הרי שביחד השתכרו שניהם ביום הראשון 300 שקלים $(=2\cdot150)$. נתון כי דוד וגד השתכרו יחד 1,800 שקלים עבור שני ימי העבודה. אם ביום הראשון השתכרו שניהם 300 שקלים, הרי שביום השני השתכרו שניהם יחדיו 1,500 שקלים $(=1{,}800-300)$. נתון כי ביום השני השתכר דוד 900 שקלים, ומכאן שגד השתכר ביום השני 600 שקלים $(=1{,}500-900)$. מכיוון שמצאנו כי משכורתו של דוד גדולה פי 1.5 ממשכורתו של גד ביום השני, הרי שזו התשובה הנכונה $\left(=\frac{3}{2}=\frac{900}{600}\right)$.

<u>דרך ב'</u>: בניית משוואה
נשאלנו כמה השתכר כל אחד מהם ביום הראשון, ולכן נסמן את משכורתם של דוד וגד ביום הראשון ב-x.
על פי נתוני השאלה, שניהם השתכרו ביום הראשון סכומים שווים, כלומר, שניהם יחדיו השתכרו 2x.
דוד השתכר ביום השני 900 שקלים שהם פי 1.5 ממשכורתו של גד, ומכאן שגד הרוויח ביום השני 600 שקלים $\left(=\frac{2}{\cancel{3}_1}\cdot{}^{300}\cancel{900}=\frac{900}{\frac{3}{2}}\right)$.
נסכם: ביום הראשון הרוויחו גד ודוד יחדיו 2x שקלים, וביום השני השתכר דוד 900 שקלים וגד 600 שקלים, ובסך הכול השתכרו שניהם עבור שני ימי העבודה 1,800 שקלים:
$2x+900+600=1{,}800 \Leftarrow 2x+1{,}500=1{,}800$.
נחסר 1,500 שקלים משני האגפים, ונקבל: $2x=300$.
נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $x=150$.

תשובה (1).

---

6. **השאלה**: 3 פקידים ממלאים 10 טפסים ב-4 דקות.

כמה דקות יידרשו ל-2 פקידים כדי למלא 20 טפסים, בהנחה שקצב העבודה של כל אחד הפקידים קבוע ושווה?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: שיטת מנהל העבודה
נבדוק מה זמן העבודה הכולל שהושקע לשם מילוי 10 טפסים.
מכיוון ש-3 פקידים עבדו במשך 4 דקות, הרי שזמן העבודה הכולל שהושקע לשם מילוי 10 הטפסים הוא 12 דקות $(=3\cdot4)$.
20 טפסים הם כמות הגדולה פי 2 מ-10 טפסים, ולפיכך זמן העבודה הדרוש לשם מילוי טפסים אלו גדול פי 2. מכאן שאם זמן העבודה הדרוש למילוי 10 טפסים הוא 12 דקות, הרי שזמן העבודה הכולל הדרוש לשם מילוי 20 טפסים הוא 24 דקות $(=2\cdot12)$.
נשאלנו כמה זמן דרוש ל-2 פקידים על מנת למילוי 20 טפסים.
על מנת ש-2 הפקידים יעבדו 24 דקות בסך הכול, יש לחלק ביניהם את זמן העבודה, כך שכל אחד מהפקידים יעבוד במשך 12 דקות $\left(=\frac{24}{2}\right)$.

__דרך ב'__: יחסים

3 פקידים ממלאים 10 טפסים ב-4 דקות.

קיים יחס ישר בין תוצרת לזמן עבודה, ולכן על מנת שאותו מספר עובדים, 3 עובדים, יבצע כמות עבודה הגדולה פי 2 יידרש לו זמן כפול. מכאן ש-3 עובדים ימלאו 20 טפסים, כלומר כמות טפסים הגדולה פי 2, בזמן הכפול מזה שנדרש להם למילוי 10 טפסים, כלומר ב -8 דקות.

קיים יחס הפוך בין מספר העובדים לזמן עבודה, ולכן על מנת שפקיד אחד יבצע את אותה עבודה הגדולה יידרש לו זמן הגדול פי 3. מכאן שעובד אחד ימלא 20 טפסים, ב-24 דקות, זמן הגדול פי 3 מזה הנדרש ל-3 פקידים.

נתבקשנו למצוא כמה דקות יידרשו ל-2 פקידים, שהם מספר הגדול פי 2, למלא 20 טפסים. מכיוון שקיים יחס הפוך בין מספר הפועלים לזמן, הרי שהזמן הדרוש להם יהיה **קטן** פי 2, כלומר שווה ל-12 דקות $\left(=\frac{24}{2}\right)$.

תשובה (2).

---

7. **השאלה**: a הוא מספר שלילי.

נתון: $|a|+3=b$

$6<b$

מה הטווח המדויק של a?

פיתרון: **__דרך א'__**: הצבת דוגמה מספרית

נציב מספר במקום b המקיים את נתוני השאלה, למשל $b=7$.

כעת נציב במשוואה במקום ערכו של b את המספר 7, ונקבל: $|a|+3=7$.

נחסר 3 משני האגפים, ונקבל: $|a|=4$.

מכיוון שנתון כי a הוא מספר שלילי, הרי שמצאנו כי במקרה ש-b שווה ל-7, ערכו של a שווה ל-(-4).

בשלב זה ניתן לפסול את תשובות (2) ו-(3).

כעת נציב כי ערכו של b הוא גדול הרבה יותר, למשל כי $b=100$.

כאשר נציב ערך זה במשוואה נקבל: $|a|+3=100$.

נחסר 3 משני האגפים, ונקבל: $|a|=97$.

מכיוון שנתון כי a הוא מספר שלילי, הרי שמצאנו כי במקרה ש-b שווה ל-100, ערכו של a שווה ל-(-97). תשובה (4) נפסלת.

__דרך ב'__: הבנה אלגברית

על מנת למצוא את טווח הערכים ש-a יכול לקבל, עלינו להציב את הערך הקיצוני של b. מכיוון שעל פי הנתון b גדול מ-6, הרי שעלינו לבדוק מה ערכו של a כאשר b שווה בדיוק ל-6, ולהבין מה ערכו של a כאשר ערכו של b גדול מ-6.

כעת נציב במשוואה במקום ערכו של b את המספר 6, ונקבל: $|a|+3=6$.

נחסר 3 משני האגפים, ונקבל: $|a|=3$.

מכיוון שנתון כי a הוא מספר שלילי, הרי שמצאנו כי במקרה ש-b שווה ל-6, ערכו של a שווה ל-(-3).

מכיוון שככל שערכו של b יגדל, יקטן ערכו של a, הרי ש-a בהכרח קטן מ-(-3).

תשובה (1).

---

8. **השאלה**: $\frac{6^x}{2^{x+1}\cdot 3^{x-1}}=?$

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: חוקי חזקות

מכיוון שמטרתנו בשאלות חזקות היא להגיע למצב של בסיסים זהים, נפשט את הביטוי שבמונה באמצעות פירוקו ל-$(3\cdot 2)$, ונקבל: $\frac{6^x}{2^{x+1}\cdot 3^{x-1}}=\frac{2^x\cdot 3^x}{2^{x+1}\cdot 3^{x-1}}$.

נמשיך לפשט את הביטוי על ידי שימוש בחוק החזקות: $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$:

$$\frac{2^x\cdot 3^x}{2^{x+1}\cdot 3^{x-1}}=2^{x-(x+1)}\cdot 3^{x-(x-1)}=2^{x-x-1}\cdot 3^{x-x+1}=2^{-1}\cdot 3^1=\frac{3}{2}$$

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית

נציב $x=2$ בביטוי ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $\frac{3}{2}$ $\left(\frac{6^2}{2^{2+1}\cdot 3^{2-1}}=\frac{36}{2^3\cdot 3}=\frac{36}{24}=\right)$.

נציב ערך זה בתשובות, ונקבל כי תשובות (1), (2) ו-(4) נפסלות.

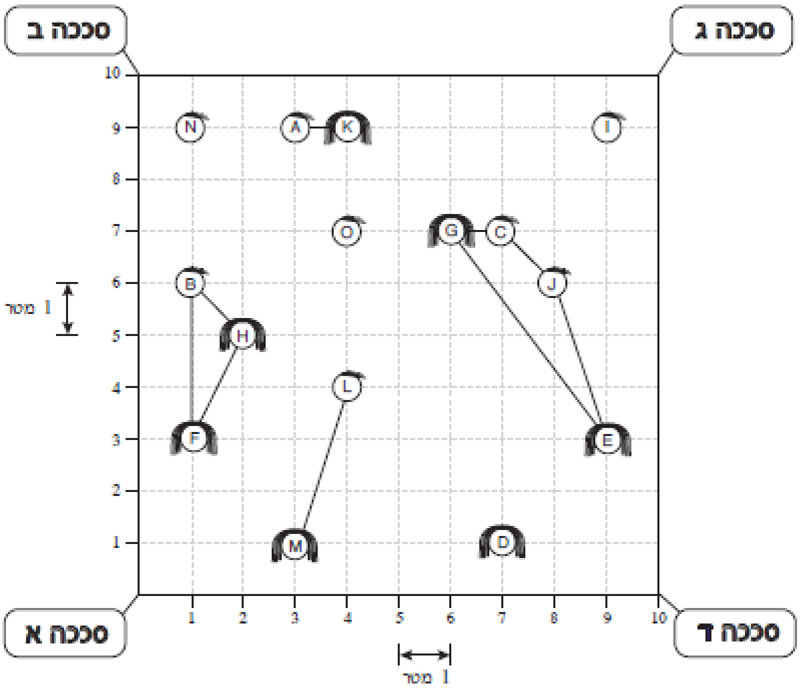
תשובה (3).

הסקה מתרשים (שאלות 9–12)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

בתרשים מתוארים מיקומיהם של 15 שחיינים בתוך בריכת שחיה שצורתה ריבוע, ובכל אחת מפינותיה סככת מציל.
המספרים על דופנות הבריכה מציינים מרחקים מסככה א (במטרים).
הציור ◯ מייצג גבר, והציור מייצג אישה.
השחיינים בבריכה מסומנים באותיות A עד O. שחיינים המחוברים בקו הם בני אותה משפחה.
אין בבריכה שחיינים נוספים.

לדוגמה: השחיינים A ו-K הם בני אותה משפחה, והמרחק ביניהם הוא 1 מטר.



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

.9 **השאלה**: אם נמתח חבלים בין השחיינים C, N ו-O, יווצר משולש (שקדקודיו הם השחיינים האלה).
מה שטח המשולש (במ"ר)?

פיתרון: כאשר נחבר את נקודות C, N ו-O נקבל משולש שבסיסו היא הצלע OC.
אורכה של הצלע OC הוא ההפרש בערכי ה-x של הנקודות.
מכיוון שערך ה-x של נקודה C הוא 7 וערך ה-x של נקודה O הוא 4, הרי שאורכה של הצלע OC הוא 3 מטר $(7-4=)$.

גובה המשולש הוא ההפרש בין ערך ה-y של נקודה N לערך ה-y של הישר OC.
ערך ה-y של נקודה N הוא 9 וערך ה-y של הישר OC הוא 7, ומכאן שגובה המשולש הוא 2 $(9-7=)$.

שטח המשולש שווה ל- $\frac{\text{גובה המשולש}\cdot\text{צלע}}{2}$, ומכאן ששטח המשולש הוא 3 מ"ר $\left(\frac{3\cdot 2}{2}=\right)$.

תשובה (3).

10. **השאלה**: מבין השחיינים הבאים, השחיין הנמצא במרחק הגדול ביותר משחיין O הוא -

פיתרון: מרחקו של כל אחד מהשחיינים משחיין O הוא קו אלכסוני, ומכאן שעל מנת למצוא את המרחק של כל שחיין משחיין O יש לבנות משולש ישר זווית אשר היתר שלו הוא אורך הקו המבוקש. נעשה זאת לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות ונחפש את התשובה אשר ערכה הוא הגדול ביותר.

תשובה (1): D.
המרחק האופקי (על ציר ה-x) בין שחיין O לשחיין D הוא 3 מטרים (ההפרש בין 7 ל-4).
המרחק האנכי (על גבי ציר ה-y) הוא 6 מטרים (ההפרש בין 7 ל-1).
על מנת למצוא את המרחק נשתמש במשפט פיתגורס, ונמצא כי המרחק בין שחיין O לשחיין D הוא $\sqrt{45}$ מטרים $\left(\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{9+36}=\right)$.

תשובה (2): E.
המרחק האופקי (על ציר ה-x) בין שחיין O לשחיין E הוא 5 מטרים (ההפרש בין 9 ל-4).
המרחק האנכי (על גבי ציר ה-y) הוא 4 מטרים (ההפרש בין 7 ל-3).
על מנת למצוא את המרחק נשתמש במשפט פיתגורס, ונמצא כי המרחק בין שחיין O לשחיין E הוא $\sqrt{41}$ מטרים $\left(\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{25+16}=\right)$. מכיוון שמרחק זה קטן מהמרחק שמצאנו בתשובה (1), הרי שניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (3): I.
המרחק האופקי (על ציר ה-x) בין שחיין O לשחיין I הוא 5 מטרים (ההפרש בין 9 ל-4).
המרחק האנכי (על גבי ציר ה-y) הוא 2 מטרים (ההפרש בין 7 ל-9).
מכיוון שהמרחק האופקי זהה למרחק שקיבלנו בתשובה הקודמת והמרחק האנכי קטן יותר, הרי שניתן לקבוע כבר בשלב זה כי המרחק בין שחיין O ל-I קטן מהמרחק בין שחיין O ל-E, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (4): M.

המרחק האופקי (על ציר ה-x) בין שחיין O לשחיין M הוא 1 מטרים (ההפרש בין 3 ל-4).
המרחק האנכי (על גבי ציר ה-y) הוא 6 מטרים (ההפרש בין 7 ל-1).
מכיוון שהמרחק האנכי זהה למרחק שקיבלנו בתשובה (1) (בין שחיין O ל-D) והמרחק האופקי קטן יותר מהמרחק בין שחיין O ל-D, הרי שניתן לקבוע כבר בשלב זה כי המרחק בין שחיין O ל-M קטן מהמרחק בין שחיין O ל-D, ולכן התשובה נפסלת.
מצאנו כי מבין 4 השחיינים המוצעים, השחיין שנמצא במרחק הגדול ביותר משחיין O הוא שחיין D – תשובה (1).

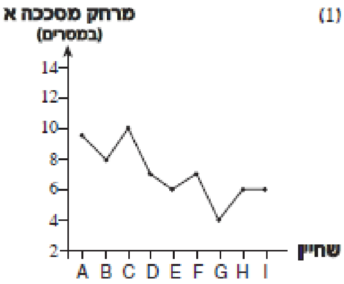
תשובה (1).

---

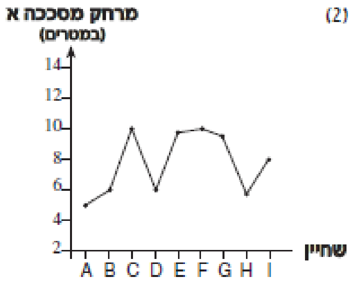
11. **השאלה** : איזה מהתרשימים הבאים מייצג את מרחקיהם של השחיינים A עד I מסככה א׳?

פיתרון: שחיין A נמצא במרחק אנכי של 9 מטרים מסככה א׳ ומרחק אופקי של 3 מטרים, כלומר במרחק של כ-10 מטרים, ולכן תשובות (2) ו-(3) נפסלות.
שחיין I הוא הרחוק ביותר מסככה א׳ ולכן תשובה (1) נפסלת.

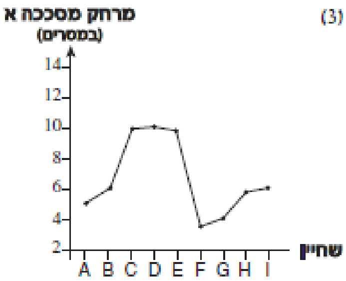
(1)



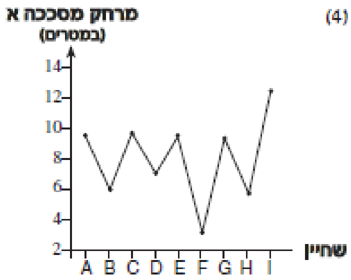
(2)



(3)



(4)



תשובה (4).

---

12. **השאלה** : איזו מהטענות הבאות **אינה** נכונה?

פיתרון: נעבור על התשובות המוצעות :

<u>תשובה (1)</u> : בבריכה יש פחות נשים מגברים.

על פי נתוני התרשים יש בבריכה 15 שחיינים. מתוכן על פי התרשים 7 הן בנות ו-8 בנים. מכיוון שהטענה נכונה זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u> : מספר המשפחות שלפחות שני בני משפחה שלהן נמצאים בבריכה הוא אי-זוגי.

לפי נתוני התרשים שחיינים המחוברים בקו הם בני משפחה. מהתבוננות בתרשים ניתן לראות כי ישנן בסך הכול 4 משפחות בבריכה, ומכאן שהטענה כי מספר המשפחות הוא אי-זוגי אינה נכונה, ולכן זו התשובה הנכונה. בשלב זה אמנם אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות, אולם נעשה זאת לשם השלמת ההסבר :

<u>תשובה (3)</u> : בבריכה יש בני משפחה שהמרחק ביניהם גדול מ-3 מטרים.

ממבט בתרשים ניתן לראות כי ישנם שני בני משפחה אשר המרחק ביניהם גדול מ-3 מטרים : למשל שחיינים G ו-E. מכאן שהטענה נכונה, ולפיכך זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (4)</u> : השחיינים D ו-E נמצאים באותו מרחק מסככה ד.

ממבט בתרשים ועל סמך שיקולי סימטריה ניתן לראות כי טענה זו נכונה.
שחיין D נמצא במרחק אנכי של 3 מטרים ומרחק אופקי של 1 מטר מסככה ד ; שחיין E נמצא במרחק אופקי של 3 מטרים ומרחק אנכי של 1 מטר מסככה ד. ומכאן שהטענה נכונה.

תשובה (2).

שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

13. **השאלה**: סבא יהושע קנה 3 מתנות שונות ל-3 נכדיו. הוא רוצה לתת מתנה לכל נכד, אך מתלבט איזו מתנה לתת לאיזה נכד.

כמה אפשרויות שונות יש לו לחלוקת המתנות?

פיתרון: <u>דרך א'</u>: ספירה ידנית

מכיוון שהמספרים המוצעים בתשובות הם קטנים, ניתן פשוט לתת שמות לשלושת הנכדים ולסמן במספרים את 3 המתנות ולבדוק מה מספר האפשרויות הכולל.

נסמן את שמות הנכדים ב-א, ב ו-ג ונמספר את המתנות מ-1 ועד 3 ונערוך טבלה של כל האפשרויות לחלוקת המתנות:

שם הנכד	א	ב	ג
אפשרות 1	1	2	3
אפשרות 2	1	3	2
אפשרות 3	2	1	3
אפשרות 4	2	3	1
אפשרות 5	3	1	2
אפשרות 6	3	2	1

<u>דרך ב'</u>:

מכיוון שנשאלנו **כמה** אפשרויות **שונות** יש לסבא לחלוקת המתנות, הרי שזוהי שאלת צירופים, וניתן לפתור אותה על ידי מכפלת מספר האפשרויות שיש לסבא בכל שלב.

כאשר סבא רוצה לתת לנכד הראשון מתנה יש לו 3 אפשרויות שונות.

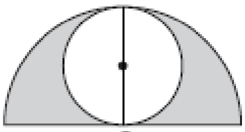
לאחר שסבא נתן לנכד הראשון מתנה כלשהי, נותרו בידו 2 מתנות, ולכן יש לו 2 אפשרויות שונות למתנה לנכד השני.

לאחר חלוקת שתי מתנות, נותרה לסבא מתנה אחת בלבד, ומכאן שיש לו אפשרות אחת ויחידה לנכד השלישי.

מצאנו כי מספר האפשרויות הכולל שיש לסבא הוא 6 $(3\cdot 2\cdot 1=)$.

תשובה (2).

.14 **השאלה**: בסרטוט מתואר חצי מעגל (שמרכזו O) ובו חסום מעגל קטן שקוטרו שווה לרדיוס חצי המעגל.



$$? = \frac{\text{שטח המעגל הקטן}}{\text{השטח הכהה}}$$

פיתרון: __דרך א'__: הצבת דוגמה מספרית

על מנת למצוא את השטח הכהה עלינו להחסיר מתוך שטח מחצית המעגל הגדול את שטח המעגל הבהיר. מכיוון שאין כל נתונים מספריים בשאלה, נציב כי רדיוס המעגל הקטן הוא 1 ס"מ.
נתון כי קוטר המעגל הקטן שווה לרדיוס המעגל הגדול. אם רדיוס המעגל הקטן הוא 1 ס"מ, הרי שאורכו של קוטר המעגל הקטן הוא 2 ס"מ, ומכאן שגם אורך רדיוסו של המעגל הגדול הוא 2 ס"מ.
שטח מעגל אשר אורך רדיוסו הוא 2 ס"מ הוא 4π סמ"ר $\left(r^2\pi = 2^2\pi =\right)$.

שטח מחצית המעגל הגדול שבסרטוט הוא 2π סמ"ר $\left(\frac{1}{2}\cdot 4\pi =\right)$.

השטח הכהה שווה לשטח מחצית המעגל הגדול פחות שטח המעגל הבהיר, ומכאן שהשטח הכהה שווה ל-π סמ"ר $\left(2\pi - \pi =\right)$.

אורך רדיוסו של המעגל הבהיר הוא 1 ס"מ, ומכאן ששטח המעגל הקטן הוא π סמ"ר $\left(r^2\pi = 1^2\pi =\right)$.

כעת נציב נתונים אלו בביטוי המבוקש, ונקבל: $1 = \frac{\pi}{\pi} = \frac{\text{שטח המעגל הקטן}}{\text{השטח הכהה}}$.

__דרך ב'__: יחסים

רדיוס המעגל הגדול שווה לקוטר המעגל הקטן, ומכאן שרדיוס המעגל הגדול גדול פי 2 מרדיוס המעגל הקטן. כאשר שתי צורות דומות זו לזו, יחס השטחים שווה לריבוע היחס הקווי בין שתי הצורות, ומכאן שאם היחס הקווי בין שני המעגלים הוא 2:1 הרי שיחס שטחי המעגלים הוא 4:1.
אם יחס שטחי המעגלים הוא 4:1, הרי ששטח **מחצית** המעגל הגדול גדול פי 2 משטח המעגל הבהיר או בניסוח אחר: שטח המעגל הבהיר שווה למחצית משטח חצי המעגל הגדול.
מכיוון שמצאנו כי שטח המעגל הבהיר שווה למחצית משטח חצי המעגל הגדול, הרי שגם השטח הכהה שווה למחצית משטח חצי המעגל, ומכאן ששני שטחים אלו שווים.

תשובה (1).

.15 **השאלה**: בכל שיח רוזמרין יש 40 ענפים, ועל כל ענף יש 60 עלים.
היחס בין מספר העלים בשיח רוזמרין ובין מספר הפרחים בו הוא 8:1.

כמה פרחים יש סך הכול ב-5 שיחי רוזמרין?

פיתרון: מכיוון שבכל שיח רוזמרין יש 40 ענפים ועל כל ענף יש 60 עלים, הרי שמספר העלים על שיח רוזמרין אחד הוא 2,400 $\left(40\cdot 60=\right)$.
היחס בין מספר העלים בשיח רוזמרין ובין מספר הפרחים בו הוא 8:1, כלומר מספר הפרחים קטן פי 8 ממספר הפרחים.

אם __מספר העלים__ על שיח אחד הוא 2,400, הרי ש__מספר הפרחים__ על השיח הוא 300 $\left(\frac{2{,}400}{8} =\right)$,

ומספר הפרחים על 5 שיחי רוזמרין שווה ל-1,500 $\left(5\cdot 300=\right)$

תשובה (1).

---

16. **השאלה**: האותיות A ו-B מייצגות שתי ספרות שונות זו מזו מבין הספרות 1 עד 9.

נתון:

$$\begin{array}{r} AB \\ +\quad B \\ \hline BA \end{array}$$

$A = ?$

פיתרון: דרך א': בדיקת תשובות

תשובה (1): 1.

נתבונן בטור האחדות של התרגיל.

עלינו למצוא עבור איזה ערך של B מתקבל מספר אשר ספרת האחדות שלו היא 1, כלומר אי-זוגי.

מכיוון שבטור האחדות מחברים את B עם B נוסף, הרי שהסכום המתקבל שווה ל-2B. מכיוון שמכפלה של 2 בכל מספר שלם היא זוגית, לא יתכן שערכו של A יהיה אי-זוגי. תשובות (1) ו- (2) נפסלות.

תשובה (3): 6.

על מנת שערכה של ספרת האחדות בתרגיל יהיה 6, ישנם שני ערכים של B אשר סכומם יתן ספרת אחדות השווה ל-6: $B = 3$ ו- $B = 8$.

אם $B = 3$ ו- $A = 6$, הרי שהתרגיל הנתון הוא $63 + 3 = 36$. מכיוון שמשוואה זו אינה נכונה, הרי שמספרים אלו אינם המספרים המקיימים את התרגיל.

אם $B = 8$ ו- $A = 6$, הרי שהתרגיל הנתון הוא $68 + 8 = 86$. מכיוון שמשוואה זו אינה נכונה, הרי שמספרים אלו אינם המספרים המקיימים את התרגיל.

מכיוון שלא מצאנו ערך של B המקיים את התרגיל עבור $A = 6$, הרי שניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (4): 8.

ישנם שני ערכים של B אשר סכומם נותן ספרת אחדות השווה ל-8: $B = 9$ ו- $B = 4$.

אם $B = 9$ ו- $A = 8$, הרי שהתרגיל הנתון הוא $89 + 9 = 98$. מכיוון שמשוואה זו נכונה, הרי שאלו המספרים המקיימים את התרגיל.

דרך ב': אלגברה (בניית משוואה)

את המספר הדו-ספרתי AB ניתן לייצג באמצעות הביטוי המתמטי $10A + B$, ואת המספר הדו-ספרתי BA ניתן לייצג באמצעות הביטוי המתמטי $10B + A$.

כעת אנו יכולים ליצור משוואה אשר מתארת את נתוני התרגיל: $10A + B + B = 10B + A$ ⇦ $10A + 2B + 10B + A$.

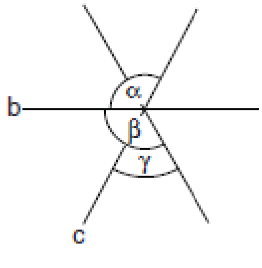
נחסר A ו-2B משני האגפים, ונקבל: $9A = 8B$.

המספרים החד ספרתיים היחידים המקיימים את המשוואה שקיבלנו הם: $A = 8$ ו- $B = 9$.

תשובה (4).

---

17. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם, a, b ו-c הם ישרים הנחתכים בנקודה אחת.



לפי הנתונים שבסרטוט,

$\gamma = ?$

פיתרון: נתבונן בסרטוט שלפנינו:

סכומן של זווית α ו-β גדול מ-180°. סכום שתי הזוויות שווה לזווית השטוחה שיוצר הישר c ועוד זווית γ, ומכאן ש: $\alpha + \beta = 180° + \gamma$.

נבודד את זווית γ על ידי חיסור 180° משני אגפי המשוואה, ונקבל כי: $\alpha + \beta - 180° = \gamma$.

תשובה (4).

.18 **השאלה**: a ו-b הם מספרים שלמים וחיוביים.
נתון: $a \cdot b = 100$.

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית
נציב שני מספרים המקיימים את המשוואה, למשל $a = 10$ ו-$b = 10$.

כעת ניגש לתשובות, ונבדוק מי מהן נפסלת בשל הצבה זו.
<u>תשובה (1)</u>: $a \neq b$. מכיוון שמצאנו שני מספרים שווים המקיימים את הנתון, הרי שניתן לפסול את התשובה.

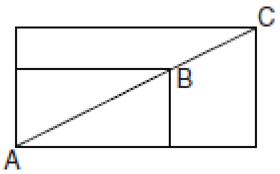
<u>תשובה (4)</u>: אם a זוגי, אז b אי-זוגי.
מכיוון שמצאנו כי יתכן מצב בו a זוגי ו- b זוגי הרי שתשובה (4) נפסלת.

על מנת לקבוע האם התשובה הנכונה היא תשובה (2) או תשובה (3), נציב זוג נוסף של מספרים המקיים את המשוואה, למשל: $a = 1$ ו-$b = 100$.
<u>תשובה (2)</u>: $(a + b) \leq 50$.
מכיוון שמצאנו a ו-b אשר סכומם גדול מ-50, הרי שניתן לפסול תשובה זו.
מכיוון שפסלנו את תשובות (1), (2) ו-(4), הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה (3).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית
מכיוון שתוצאת מכפלתם של a ו-b היא מספר זוגי, הרי שבהכרח **לפחות** אחד מהגורמים במכפלה הוא מספר זוגי.
אם נתון כי אחד מגורמי המכפלה הוא זוגי, הרי שלא ניתן לדעת האם הגורם השני זוגי או אי-זוגי: כך למשל במקרה שבו a זוגי, למשל $a = 50$, b שווה ל-2, כלומר b הוא זוגי, ואילו במקרה נוסף שבו a זוגי, למשל $a = 20$, b שווה ל-5, כלומר הוא אי-זוגי.
אולם כאשר ידוע כי אחד הגורמים הוא אי-זוגי, הרי שעל מנת שתוצאת המכפלה תהיה זוגית הגורם השני חייב להיות זוגי, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (3).
לדוגמה כאשר אחד הגורמים הוא 1, 5 או 25 הגורם השני הוא זוגי – 100, 20 ו-4 בהתאמה.

תשובה (3).

.19 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם שני מלבנים שאלכסוניהם AC ו-AB.



נתון: $AB = 2 \cdot BC$

שטח המלבן הגדול הוא S סמ"ר.

מה שטח המלבן הקטן (בסמ"ר)?

פיתרון: מכיוון שאלכסון המלבן הקטן הוא חלק מאלכסון המלבן הגדול, הרי שניתן להסיק כי שני המלבנים שבסרטוט דומים זה לזה. על פי הנתונים $AB = 2 \cdot BC$, אם נסמן את BC ב-x, הרי שאורכו של AB הוא 2x ואורך האלכסון AC הוא 3x $(= x + 2x)$.
אם אורכו של האלכסון AB הוא 2x ואורך האלכסון AC הוא 3x, הרי שהיחס הקווי בין שני המלבנים הוא 2:3. יחס השטחים בין שתי צורות דומות שווה לריבוע היחס הקווי ביניהם, ומכאן שיחס השטחים הוא $4:9 \; \left[= (2:3)^2\right]$, כלומר שטח המלבן הקטן הוא $\frac{4}{9}$ משטח המלבן הגדול.

נתון כי שטח המלבן הגדול הוא S סמ"ר, ומכאן ששטח המלבן הקטן הוא $\frac{4}{9}S$ סמ"ר.

תשובה (4).

.20 **השאלה**: אלה קנתה שמלה בהנחה של 20 שקלים. מחירה של השמלה **אחרי** ההנחה היא x שקלים.
מה היה אחוז ההנחה על השמלה?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית
נציב כי מחיר השמלה לאחר ההנחה, כלומר x הוא 20 שקלים.
אם מחיר השמלה לאחר הנחה של 20 שקלים הוא 20 שקלים, הרי שמחיר השמלה לפני ההנחה הוא 40 שקלים $(=20+20)$.

הנחה של 20 שקלים מתוך 40 שקלים היא הנחה של 50% $\left(=\frac{20}{40}\cdot 100\right)$, נציב $x=20$ בתשובות ונפסול כל תשובה שאינה שווה ל-50%.

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{20\cdot 100}{x+20}$. כאשר נציב כי $x=20$, נקבל כי ערך הביטוי הוא 50 ולכן לא ניתן לפסול תשובה זו $\left(=\frac{20\cdot 100}{20+20}=\frac{2{,}00\cancel{0}}{4\cancel{0}}=\right)$.

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{20x}{100}$. כאשר נציב כי $x=20$, נקבל כי ערך הביטוי הוא 4 ולכן ניתן לפסול תשובה זו $\left(=\frac{20\cdot x}{100}=\frac{20\cdot \cancel{20}^{1}}{{}_{5}\cancel{100}}=\right)$.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{x+20}{100}$. כאשר נציב כי $x=20$, נקבל כי ערך הביטוי הוא $\frac{4}{10}$ ולכן ניתן לפסול תשובה זו $\left(=\frac{x+20}{100}=\frac{20+20}{100}=\frac{40}{100}=\right)$.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{(x+20)\cdot 100}{20}$. כאשר נציב כי $x=20$, נקבל כי ערך הביטוי הוא 200 ולכן ניתן לפסול תשובה זו $\left(=\frac{(x+20)\cdot 100}{20}=\frac{(20+20)\cdot 100}{20}=\frac{{}^{2}\cancel{40}\cdot 100}{{}_{1}\cancel{20}}=\right)$.

מכיוון שפסלנו את תשובות (2), (3) ו-(4), הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה (1).

<u>דרך ב'</u>: חישוב באמצעות ריבוע יחסים

מחירה של השמלה **אחרי** הנחה של 20 שקלים היא x שקלים, ומכאן שמחירה לפני ההנחה הוא $(x+20)$.
נתבקשנו למצוא מה שוויה באחוזים של הנחה בת 20 שקלים, כאשר אנו יודעים שמחירה של השמלה **לפני** ההנחה, כלומר השלם אשר שווה ל-100%, הוא $(x+20)$:

מספר	אחוז
$x+20$	100%
20	?

מכיוון שהיחס בשורה העליונה שווה ליחס בשורה התחתונה, הרי ש: $\frac{20}{?}=\frac{x+20}{100}$.

נסמן את סימן השאלה באות M, ונקבל: $\frac{20}{M}=\frac{x+20}{100}$.

נכפול את שני האגפים ב-100M, ונקבל: $20\cdot 100=M\cdot(x+20)$.

נחלק את שני האגפים ב-$(x+20)$, ונקבל: $M=\frac{20\cdot 100}{x+20}$

תשובה (1).