

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(3)	(3)	(1)	(4)	(4)	(2)	(4)	(1)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(3)	(3)	(2)	(1)	(3)	(2)	(2)	(4)	(1)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-10)

1. **השאלה:** כל שנה גובהו של שיח מסוים גדל ב-25%. בתחילת שנה מסוימת היה גובהו של השיח 80 ס"מ.

מה יהיה גובהו של השיח (בס"מ) כעבור שנתיים?

פיתרון: נעבוד בצורה מסודרת ונחשב את גובהו החדש של השיח בכל שנה:

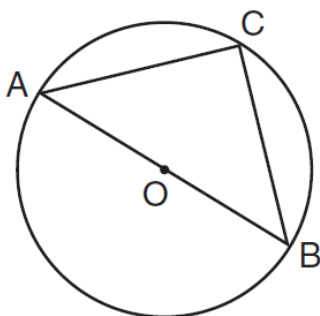
25% שווים לשבר $\frac{1}{4}$, ומכאן שבכל שנה גובהו של השיח גדל ב- $\frac{1}{4}$.

מכיוון שגובהו ההתחלתי של השיח הוא 80 ס"מ, הרי שכדי למצוא את התוספת לגובה השיח בסוף השנה הראשונה, עלינו לחשב כמה הם $\frac{1}{4}$ מ-80 ס"מ.

$\frac{1}{4}$ מ-80 ס"מ, הם 20 ס"מ, ומכאן שבסוף השנה הראשונה היה גובהו של השיח 100 ס"מ ($80 + 20 =$)

כעת נחשב את התוספת לגובהו של השיח בסוף השנה השנייה: $\frac{1}{4}$ מ-100 ס"מ הם 25 ס"מ כלומר, במהלך השנה השנייה גבה השיח בעוד 25 ס"מ, ולכן גובהו של השיח כעבור שנתיים הוא 125 ס"מ ($100 + 25 =$).

תשובה (3).



2. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O. AB הוא קוטר במעגל. C היא נקודה על היקף המעגל.

איזו מן הטענות הבאות נכונה בהכרח?

פיתרון: $\angle ACB$ היא זווית היקפית במעגל הנשענת על הקוטר, ולכן שווה ל- 90° . אם כך, משולש ABC הוא משולש ישר-זווית.

נעבור על התשובות המוצעות לצורך השלמת ההסבר:

תשובה (1): ABC הוא משולש שווה-שוקיים

אין כל נתון המאפשר לקבוע כי המשולש הוא שווה-שוקיים, אולם למי שנדמה כי המשולש הוא אכן משולש שווה-שוקיים, הרי שניתן לסתור את הטענה שבתשובה באמצעות הזזת הנקודה C על פני היקף המעגל. הזזת הנקודה תגרום למשולש ABC להיות משולש ששוקיו אינן שוות, תוך כדי שאנו שומרים על נתוני השאלה: AB הוא קוטר המעגל ו-C היא נקודה על היקפו. ולפיכך ניתן לקבוע כי המשולש ABC אינו בהכרח שווה-שוקיים. התשובה נפסלת.

תשובה (2): $\angle ACB = 60^\circ$

כדי שהטענה תתקיים היחס בין הצלעות במשולש ABC צריך להיות $1 : 2 : \sqrt{3}$. על פי אותו עיקרון שהוצג בתשובה (1), נוכל להזיז את הנקודה C, על פני היקף המעגל, ולפיכך התשובה נפסלת.

יולי 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

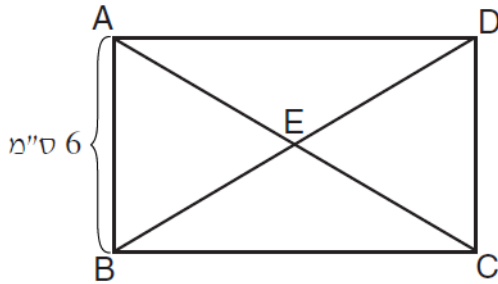
תשובה (3): ABC הוא משולש ישר-זווית

זווית C היא זווית היקפית במעגל הנשענת על הקוטר ולכן שווה בהכרח ל- 90° . זוהי התשובה הנכונה.

תשובה (4): $AC + BC = AB$

בכל משולש סכום שתי צלעות בהכרח גדול מהצלע השלישית, ולפיכך התשובה נפסלת.

תשובה (3).



3. השאלה: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא מלבן.

היקף המשולש ABE הוא 16 ס"מ.

לפי נתונים אלה והנתון שבסרטוט, מה היקף המשולש EBC (בס"מ)?

פיתרון: נתחיל בחילוץ מידע מתוך הנתונים.

היקף המשולש ABE שווה ל-16 ס"מ ולכן:

$$AB + AE + BE = 16$$

נתון כי אורך הצלע AB הוא 6 ס"מ, ומכאן \Leftrightarrow

$$AB + BE = 10 \Leftrightarrow 6 + AB + BE = 16$$

במלבן האלכסונים שווים וחוצים זה את זה, ולפיכך ניתן לקבוע כי משולש ABE הוא משולש שווה-שוקיים, כאשר $AE = BE$. מצאנו כי סכום אורכי השוקיים הוא 10, ומכאן שאורך מחצית אלכסון המלבן הוא 5 ס"מ. על מנת למצוא את היקף משולש EBC, עלינו למצוא את אורך הצלע BC. על מנת למצוא אורך של צלע מומלץ ראשית למצוא משולש ישר-זווית אשר הצלע המבוקשת היא אחת מצלעותיו:

נתבונן במשולש ABC:

משולש ABC הוא משולש ישר-זווית ובו אורך הניצב AB שווה ל-6 ס"מ.

מצאנו כי אורך מחצית האלכסון הוא 5 ס"מ, ומכאן שאורכו של AC, אלכסון המלבן שווה ל-10 ס"מ.

כעת ניתן באמצעות משפט פיתגורס או באמצעות השלשה הפיתגורית המוכרת 6 : 8 : 10, למצוא כי אורכו של BC הוא 8 ס"מ.

כעת נוכל למצוא כי היקף המשולש EBC שווה ל-18 ס"מ ($5 + 5 + 8 =$).

תשובה (3).

4. השאלה: יעל, ענבר ורונית אכלו סוכריות. מספר הסוכריות שאכלה יעל היה גדול פי 2 ממספר

הסוכריות שאכלה רונית. ענבר אכלה 5 סוכריות יותר מרונית.

מספר הסוכריות שאכלו רונית וענבר יחד גדול ב-_____ ממספר הסוכריות שאכלה יעל.

פיתרון: דרך א': הצבת מספרים

מכיוון שאין כל נתון מספרי בשאלה, נציב לדוגמה כי רונית אכלה סוכריה אחת. נתון כי יעל אכלה פי 2 סוכריות מרונית ולכן יעל אכלה 2 סוכריות, וענבר אשר אכלה 5 סוכריות יותר מרונית אכלה 6 סוכריות ($1 + 5 =$).

מצאנו כי רונית וענבר אכלו יחד 7 סוכריות ($6 + 1 =$) שהן 5 סוכריות יותר ממספר הסוכריות שאכלה יעל ($7 - 2 =$).

דרך ב': בניית משוואה

נתאר את נתוני השאלה בעזרת משוואות. נסמן את מספר הסוכריות שאכלה רונית ב-R, מספר הסוכריות שאכלה יעל ב-Y, ואת מספר הסוכריות שאכלה ענבר ב-I.

נתון כי מספר הסוכריות שאכלה יעל היה גדול פי 2 ממספר הסוכריות שאכלה רונית, ומכאן ש: $Y = 2R$

נתון כי ענבר אכלה 5 סוכריות יותר מרונית, ולכן: ענבר $I = R + 5$

נתבקשנו למצוא את מספר הסוכריות שאכלו רונית וענבר יחד, כלומר מה ערך הביטוי $R + I$.

יולי 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

$I = R + 5$, ומכאן שהביטוי שווה ל- $2R + 5$ ($R + I = R + R + 5 = 2R + 5$).
 יעל שווה ל- $2R$, כלומר מספר הסוכריות של ענבר ורונית גדול ב-5 ממספר הסוכריות שלה.

תשובה (1).

5. השאלה: מה הממוצע של $\frac{1}{2}$ ו- $\frac{1}{8}$?

פיתרון: נוסחת הממוצע:

ממוצע שווה ל- $\frac{\text{סכום כל האיברים}}{\text{מספר האיברים}}$, ומכאן שהממוצע של $\frac{1}{2}$ ו- $\frac{1}{8}$ שווה ל- $\frac{5}{16}$.

$$\left(\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{8}}{2} = \frac{\frac{4}{8} + \frac{1}{8}}{2} = \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{16} \right)$$

תשובה (4).

6. השאלה: $(5^x - 1) = 0$

$x = ?$

פיתרון: דרך א': בדיקת תשובות

נבדוק קודם את התשובות הנוחות יותר לבדיקה.

תשובה (1):

נציב 1 במקום x , ונקבל: $(5^1 - 1) = 0 \Leftrightarrow 4 = 0$

מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה (פסוק שקר), הרי שהתשובה נפסלת.

נעבור לבדוק את תשובה (4) מכיוון שהיא נוחה יותר לבדיקה מתשובות (2) ו-(3).

תשובה (4):

נציב 0 במקום x , ונקבל: $(5^0 - 1) = 0 \Leftrightarrow (1 - 1) = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$.

מכיוון שקיבלנו משוואה שהיא בהכרח נכונה (פסוק אמת), זוהי התשובה הנכונה.

דרך ב': הבנה אלגברית

כדי שהביטוי $(5^x - 1)$ יהיה שווה ל-0 הביטוי 5^x צריך להיות שווה ל-1. על מנת ש- 5^x יהיה שווה ל-1,

מכיוון שכל מספר בחזקת 0 שווה ל-1, הרי שהחזקה של 5 צריכה להיות שווה ל-0, ומכאן ש: $x = 0$.

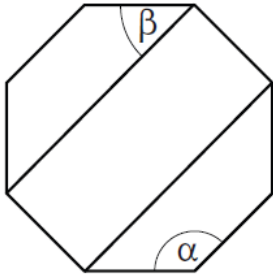
תשובה (4).

יולי 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

7.

השאלה: במתומן המשוכלל שבסרטוט,

$$\alpha + \beta = ?$$



פיתרון: גודלה של זווית פנימית במתומן הוא 135° , ולמי ששכח (חלילה וחס) ניתן למצוא אותה באמצעות הנוסחה:

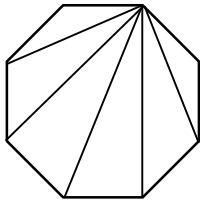
$$\frac{180^\circ(n-2)}{n} = \frac{180^\circ(8-2)}{8} = \frac{180^\circ \cdot 6^3}{4^8} = \frac{45^\circ 180^\circ \cdot 3}{4_1} = 135^\circ$$

מצאנו כי גודלה של α שהיא זווית פנימית במתומן ולכן שווה ל- 135° .

נמצא מה גודלה של זווית β :

את הזווית הפנימית במתומן ניתן לחלק ל-6 חלקים על-ידי חיבור בין קודקוד הזווית לבין הקודקודים

הסמוכים לה. כך למעשה זווית β היא חיבור של שני חלקים כאלו ולכן היא מהווה $\frac{1}{3}$ מהזווית



$$\text{הפנימית במתומן } \left(\frac{2}{6} = \right) \cdot \text{נחשב את גודלה של } \beta : \frac{1}{3} \cdot 135^\circ = 45^\circ$$

$$\text{מכאן ש: } \alpha + \beta = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$$

תשובה (2).

8.

השאלה: נתון: $x \neq 0$

$$z < 0 < y$$

איזה מהביטויים הבאים הוא בהכרח חיובי?

פיתרון: דרך א': הבנה אלגברית

נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): $x \cdot (z^2 - y^2)$

מכיוון שאיננו יודעים האם x הוא חיובי או שלילי, הרי שלא ניתן לדעת מה הסימן של מכפלה ש- x הוא אחד הגורמים שלה.

תשובה (2): $(x^2 - y) \cdot z$

לפי הנתונים z הוא שלילי, ולכן על מנת לקבוע כי תוצאת המכפלה חיובית עלינו למצוא מה ערכו של הביטוי $(x^2 - y)$:

נתון כי x שונה מ-0, ולכן x^2 הוא בהכרח חיובי, כמו כן על פי הנתונים y חיובי.

מכיוון שאיננו יודעים ערכו של מי גדול יותר: x^2 או y , הרי שלא ניתן לקבוע האם הביטוי חיובי או שלילי, ומכאן שהתשובה נפסלת. כך לשם הדוגמה יתכן ש- $x = 1$ ו- $y = 100$ ואז הביטוי שלילי

($1^2 - 100 =$) ואילו אם $x = 100$ ו- $y = 1$ הביטוי חיובי.

תשובה (3): $x^3 + y^3 + z^3$

ניתן לפסול את התשובה בשל כל אחת משתי הסיבות הבאות:

(א) מכיוון שאיננו יודעים האם x חיובי או שלילי, איננו יודעים מה ערכו של x^3 . x^3 יכול להיות חיובי גדול מאוד או שלילי מאוד, כך שניתן רק על סמך עובדה זו לפסול את התשובה.

(ב) אמנם אנו יודעים כי y חיובי וכי z שלילי, אולם איננו יודעים ערכו המוחלט של מי מהם גדול יותר, ולכן רק על סמך עובדה זו ניתן לפסול את התשובה.

תשובה (4): $x^2 - (z - y)$

נתון כי x שונה מ-0, ולכן x^2 הוא בהכרח חיובי.
מכיוון ש- $z < y$, הביטוי $(z - y)$ בהכרח שלילי.

כאשר מחסרים ממספר חיובי (x^2) מספר שלילי, מתקבל בהכרח מספר חיובי, ומכאן שזו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

9. **השאלה:** לכל פרה ברפת יש מספר מזהה ייחודי (כלומר, אין ברפת שתי פרות או יותר עם אותו מספר מזהה). המספרים המזהים של הפרות הם בני 5 ספרות **שונות** זו מזו שכולן אי-זוגיות.

כמה פרות, לכל היותר, יש ברפת?

פיתרון: זוהי שאלת צירופים ולכן נבין קודם כל עבור כמה פעמים עלינו לבחור ספרה. מכיוון שמספר הזיהוי של כל פרה הוא מספר בן 5 ספרות, הרי שעלינו לבחור 5 מספרים שונים. כעת נמצא מה מספר אפשרויות הבחירה הקיימות לכל אחד מהמספרים שעלינו לבחור. נתון כי כל ספרות המספר הן אי-זוגיות, ולכן לספרה הראשונה קיימות 5 אפשרויות (1; 3; 5; 7; 9). נתון כי ספרות המספר הסיידורי **שונות** זו מזו, ולכן לאחר שבחרנו ספרה מסוימת לספרה הראשונה של המספר נותרו לספרה הבאה רק 4 אפשרויות. לספרה השלישית קיימות 3 אפשרויות וכך הלאה. כדי למצוא את מספר האפשרויות השונות הכולל נכפול בין כל האפשרויות שמצאנו, ונקבל כי בסך הכול יש 120 אפשרויות שונות ($5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =$)

תשובה (1).

10. **השאלה:** נתון: x הוא מספר שלם.

$\frac{x}{3}$ הוא מספר זוגי.

$\frac{x}{2}$ הוא בהכרח -

פיתרון: דרך א': הצבת מספרים:

נציב דוגמה מספרית למספר שכאשר מחלקים אותו ב-3 מתקבלת תוצאה זוגית, למשל $x = 6$.

כאשר נחלק מספר זה ב-2, נקבל 3 $\left(\frac{x}{2} = 3\right)$. כעת נעבור על התשובות המוצעות ונפסול את תשובות (2) ו-(4).

לשם הכרעה בין תשובות (1) ו-(3) נציב מספר נוסף שכאשר מחלקים אותו ב-3 מקבלים מספר זוגי, לדוגמה

$x = 12$, ונקבל כי $\frac{x}{2}$ שווה ל-6. מכיוון ש-6 אינו מספר אי-זוגי, הרי שתשובה (1) נפסלת.

דרך ב': הבנה אלגברית

אם $\frac{x}{3}$ הוא מספר זוגי הרי שניתן להסיק כי x מתחלק ללא שארית ב-3 וב-2, כלומר x הוא כפולה של 6.

נשאלנו מה ניתן לקבוע בהכרח לגבי הביטוי $\frac{x}{2}$. ראשית מכיוון ש- x מתחלק ב-2, הרי ש- $\frac{x}{2}$ הוא מספר

שלם.

מכיוון ש- x הוא כפולה של 2 ו-3, הרי שלאחר חלוקתו ב-2, הוא עדיין כפולה שלמה של 3, ולכן התשובה הנכונה היא תשובה (3).

תשובה (3).

יולי 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

הסקה מתרשים (שאלות 11-14)

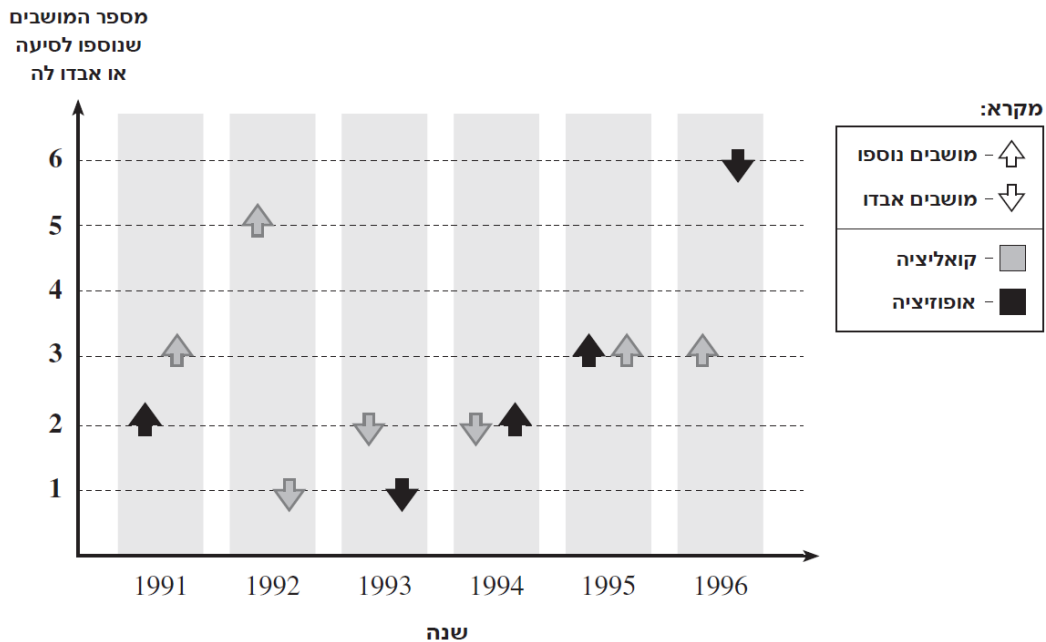
עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

מועצת עירייה מורכבת מכמה סיעות. בתחילת כל שנה נערכות בחירות, ועל פי תוצאותיהן נקבע מספר המושבים שמקבלת כל סיעה במועצה. אחרי הבחירות נחלקות הסיעות לשתי קבוצות: קואליציה ואופוזיציה.

התרשים מתאר את הישגיהן של שתיים מהסיעות - 'סיעת הימין' ו'סיעת השמאל' - במערכות הבחירות בשנים 1991-1996. כל שנה מתוארת בתרשים באמצעות עמודה ובה שני חצים: החץ שמיימין מייצג את 'סיעת הימין' והחץ שמשמאל מייצג את 'סיעת השמאל'. כיוון החץ ומיקומו מראים כיצד **השתנה** מספר המושבים של הסיעה בעקבות הבחירות: כיוון החץ מסמן אם נוספו לסיעה מושבים או אבדו לה מושבים, ומיקום החץ ביחס לציר האנכי מסמן את מספר המושבים שנוספו או אבדו. צבע החץ מסמן אם בעקבות מערכת הבחירות הסיעה השתייכה לקואליציה או לאופוזיציה (ראו מקרא).

הערה: במועצת העירייה יש עוד סיעות, והן אינן מתוארות בתרשים.

לדוגמה, בעקבות מערכת הבחירות של שנת 1991 נוספו ל'סיעת הימין' 3 מושבים והיא השתייכה לקואליציה. בעקבות אותה מערכת בחירות נוספו ל'סיעת השמאל' 2 מושבים, והיא השתייכה לאופוזיציה.



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

11. **השאלה:** בעקבות מערכת הבחירות של שנת _____ לא השתנה מספר המושבים הכולל של 'סיעת הימין' ו'סיעת השמאל' יחד.

פיתרון: נעבור על התשובות המוצעות ונחפש שנה שבה סכום המושבים שנוספו לאחת הסיעות, והמושבים שאבדו לשנייה, שווה **ביחד** לאפס.

תשובה (1): 1995

בשנה זו נוספו לשתי הסיעות 3 מושבים ולכן סך הכל נוספו לשתי הסיעות יחד 6 מושבים. מכיוון שמספר המושבים הכולל של שתי הסיעות גדל, התשובה נפסלת.

תשובה (2): 1996

בשנה זו מספר המושבים של 'סיעת הימין' קטן ב-6 ומספר המושבים של 'סיעת השמאל' גדל ב-3. מספר המושבים הכולל של שתי הסיעות קטן ב-3 ($-6 + 3 = -3$), ולכן התשובה נפסלת.

יולי 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

תשובה (3): 1993

בשנה זו מספר המושבים של 'סיעת הימין' קטן ב-1 ומספר המושבים של 'סיעת השמאל' קטן ב-2. מספר המושבים הכולל של שתי הסיעות קטן ב-3 ($-1 + -2 =$), ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (4): 1994

בשנה זו מספר המושבים של 'סיעת הימין' גדל ב-2 ומספר המושבים של 'סיעת השמאל' קטן ב-2. מספר המושבים הכולל של שתי הסיעות לא השתנה ($2 + -2 =$), ולכן זוהי התשובה הנכונה.

תשובה (4).

12. השאלה: עיתונאי מקומי עוקב אחר הישגיהן של 'סיעת הימין' ו'סיעת השמאל'. לאחר כל מערכת בחירות הוא מחלק ביניהן 2 נקודות: אם בעקבות מערכת הבחירות רק אחת משתי הסיעות משתייכת לקואליציה, היא מקבלת את מלוא 2 הנקודות. אחרת, כל סיעה מקבלת נקודה אחת. כמה נקודות סך הכול קיבלה 'סיעת השמאל' בתקופה המתוארת בתרשים?
פיתרון: נעבור באופן מסודר על הנתונים שבתרשים ונסדר את הנתונים בטבלה:

שנה	מי בקואליציה	מספר הנקודות שקיבלה 'סיעת השמאל'
1991	'סיעת הימין'	0
1992	שתי הסיעות	1
1993	'סיעת השמאל'	2
1994	'סיעת השמאל'	2
1995	'סיעת הימין'	0
1996	'סיעת השמאל'	2

כפי שניתן לראות לפי הנתונים בטבלה, 'סיעת השמאל' קיבלה סך הכל 7 נקודות ($1+2+2+2=$).

תשובה (3).

13. השאלה: איזה מהנתונים הבאים מאפשר לדעת בכמה מושבים במועצה זכתה 'סיעת הימין' בעקבות מערכת הבחירות של שנת 1991?

פיתרון: לפי התרשים אנו יכולים לדעת כמה מושבים נוספו או אבדו לכל אחת מהסיעות, אך אין באפשרותנו לדעת כמה מושבים יש לכל סיעה. כדי לדעת את כמות המושבים שיש ל'סיעת הימין' בעקבות מערכת הבחירות של שנת 1991 עלינו לדעת כמה מושבים היו לה באחת מן השנים שבתרשים. כך למשל, אם ידוע לנו כי בעקבות מערכת הבחירות של שנת 1992 היו ל'סיעת הימין' 30 מושבים, הרי שבשנת 1991 היו לה 29 מושבים, שכן בעקבות מערכת הבחירות של שנת 1992 אבד לה מושב אחד. לפי הסבר זה הרי שאם נדע את מספר המושבים של 'סיעת הימין' במועצה בעקבות מערכת הבחירות של שנת 1996, הרי שנוכל לחשב באמצעות נתוני התרשים את מספר המושבים שהיו למפלגה בעקבות מערכת הבחירות של שנת 1991.

כדי להשלים את ההסבר נתייחס לתשובות הלא-נכונות:

תשובה (1): מספר המושבים שנוספו ל'סיעת הימין' או אבדו לה במערכת הבחירות של שנת 1990.

ידעת מספר המושבים שאבדו או נוספו לסיעה בשנה מסוימת יוסיף מידע אשר זהה לחלוטין לזה הקיים לנו בתרשים. נוכל לדעת מהו השינוי במספר המושבים אך לא נוכל לדעת מהו מספר המושבים האמיתי.

יולי 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

תשובה (2): מספר המושבים של 'סיעת השמאל' במועצה בעקבות מערכת הבחירות של שנת 1991. מספר המושבים של 'סיעת השמאל' יאפשר לדעת כמה מושבים היו לסיעה זו בכל אחת מהשנים המופיעות בתרשים. עם זאת, מכיוון שיש, על פי נתוני התרשים, מספר סיעות במועצה, ואיננו יודעים מה כמות המושבים הכוללת במועצה, הרי שבאמצעות נתון זה בלבד לא ניתן לדעת כמה מושבים היו לסיעת הימין בעקבות מערכת הבחירות של שנת 1991.

תשובה (4): מספר המושבים הכולל במועצה

באופן דומה לאמור לגבי תשובה (2), ללא ידיעת כמות המושבים שהיו לכל אחת מהסיעות באחת מהשנים לא ניתן לדעת כמה מושבים היו לסיעת הימין בעקבות הבחירות של שנת 1991.

תשובה (3).

14. השאלה: נתון: לסיעת הימין תמיד נוספים מושבים ב-a מערכות בחירות רצופות ואז אובדים לה מושבים ב-b מערכות בחירות רצופות, וחוזר חלילה.

מה מהבאים מתקיים בהכרח?
פתרון: נסכם את השינוי במספר המושבים של 'סיעת הימין':

שנה	מה קרה לכמות המושבים?
1991	↑
1992	↓
1993	↓
1994	↑
1995	↑
1996	↓

נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): $a = 1, b = 1$

אם לסיעת הימין תמיד נוספים מושבים במערכת בחירות אחת, ואז אובדים לה מושבים במערכת בחירות אחת וחוזר חלילה, הרי שבשנת 1993 היו אמורים להתווסף מושבים לסיעה, שכן בשנת 1991 נוספו לה מושבים, ב-1992 אבדו לה מושבים, ולכן ב-1993 היו אמורים להתווסף מושבים. כפי שניתן לראות לא כך קרה ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (2): $a = 2, b = 2$

בין השנים 1992-1995 ניתן לראות שאכן במהלך שנתיים רצופות נוספות לסיעה מושבים, ולאחר מכן במשך שנתיים רצופות אבדו לה מושבים. לא ניתן לדעת מה היה בשנים 1990 ו-1997 כדי לוודא שהחוקיות עדיין מתקיימת, אך לפי הנתונים הידועים לנו התשובה מתאימה, ולכן זוהי התשובה הנכונה. נעבור על שאר התשובות לשם השלמת ההסבר:

תשובה (3): $a = 1, b = 3$

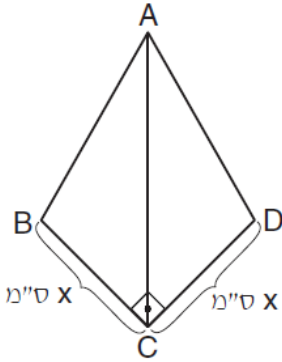
לא קיימות שלוש שנים רצופות בהן הייתה ירידה במספר המושבים של הסיעה, ולכן לא ייתכן שלסיעה תמיד נוספים מושבים במערכת בחירות אחת ואובדים מושבים בשלוש מערכות בחירה רצופות. כמו כן, ניתן לראות שבשנים 1994 ו-1995 נוספו לסיעה מושבים, ולפי החוקיות שבתשובה נוספים לסיעה מושבים רק במערכת בחירות רצופה אחת. התשובה נפסלת.

תשובה (4): $a = 2, b = 3$

בשנת 1991 נוספו מושבים לסיעה וייתכן שגם בשנה שקדמה לה נוספו לסיעה מושבים. אם כך, לפי התשובה, במשך 3 מערכות הבחירות הרצופות הבאות הסיעה אמורה לאבד מושבים, אך ניתן לראות ירידה רק בשנתיים הבאות. התשובה נפסלת.

תשובה (2).

שאלות ובעיות (שאלות 15-20)



15. השאלה: בסרטוט שלפניכם דלתון ABCD.

נתון: שטח הדלתון שווה ל- $2x^2$ סמ"ר.

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,

מה אורך האלכסון AC (בס"מ)?

פיתרון: ידוע לנו כי שטח דלתון שווה למחצית מכפלת אלכסונו.

מכיוון שנתון לנו גודל שטחו של הדלתון, ונתבקשנו למצוא את

אחד אלכסונו, ניתן להסיק כי עלינו להשתמש בנוסחה זו כדי

למצוא את אורכו של האלכסון AC. לשם כך נצייר את האלכסון BD.

על פי נתוני השאלה שטח הדלתון הוא $2x^2$, כלומר: $\frac{AC \cdot BD}{2} = 2x^2$. כדי למצוא את אורכו של AC

עלינו לגלות קודם כל את אורכו של BD.

נתבונן במשולש BCD שנוצר עם העברת האלכסון BD. קיבלנו משולש ישר זווית ושווה שוקיים ולכן

היחס בין הצלעות הוא $1:1:\sqrt{2}$, כלומר היתר ארוך פי $\sqrt{2}$ מהניצב. ידוע כי אורכם של הניצבים

במשולש BCD הוא x, ומכאן שאורכו של היתר BD הוא $x\sqrt{2}$.

כעת נציב את אורכו של BD במשוואה שקיבלנו בהתחלה: $\frac{AC \cdot BD}{2} = 2x^2 \Leftrightarrow \frac{AC \cdot x\sqrt{2}}{2} = 2x^2$

$$AC = \frac{4x^2}{x\sqrt{2}} = \frac{4x}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}x \Leftrightarrow AC \cdot x\sqrt{2} = 4x^2 \Leftrightarrow$$

תשובה (1).

16. השאלה: מעוניינים למלא במים מִקְל גלילי ריק שגובהו h ס"מ ורדיוס בסיסו r ס"מ, באמצעות כוס

גלילית שגובהה $\frac{h}{2}$ ס"מ ורדיוס בסיסה $\frac{r}{4}$ ס"מ.

כמה פעמים צריך למלא את הכוס במים ולמזוג אותם למִקְל עד שהמִקְל יתמלא?

פיתרון: כדי לדעת כמה כוסות מלאות מים ימלאו את המִקְל יש למצוא את נפח הכוס ואת נפח המִקְל.

תזכורת: נפח גליל שווה למכפלת שטח בסיסו בגובהו.

נפח המִקְל: $\pi r^2 h$

$$\text{נפח הכוס: } \pi \left(\frac{r}{4}\right)^2 \cdot \frac{h}{2} = \pi \cdot \frac{r^2}{16} \cdot \frac{h}{2} = \frac{\pi r^2 h}{32}$$

נפח הכוס קטן פי 32 מנפח המִקְל, ולכן נצטרך למלא את הכוס 32 פעמים כדי למלא את המִקְל עד

שיתמלא.

תשובה (3).

17. **השאלה:** נתון: $y = (x+1)(x-1)(x^2-1)$: $-1 < x < 0$

מה מהבאים נובע בהכרח מנתונים אלה?

פיתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נתון כי x הוא שבר שלילי.

נציב $x = -\frac{1}{2}$ ונמצא מה ערכו של y :

$$y = (x+1)(x-1)(x^2-1) = \left(-\frac{1}{2}+1\right)\left(-\frac{1}{2}-1\right)\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^2-1\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}-1\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16}$$

קיבלנו כי תשובות (1), (3) ו-(4) נפסלות.

דרך ב': הבנה אלגברית

נפשט את המשוואה: $y = (x+1)(x-1)(x^2-1)$

מכיוון שלפי נוסחת הכפל המקוצר השלישית $(x-1)(x+1) = x^2-1$, הרי שניתן להציג את המשוואה:

$$y = (x^2-1)^2$$

נתון כי $-1 < x < 0$ כלומר x הוא שבר שלילי.

מכיוון שהעלאת שבר בחזקה גדולה מ-1 יוצרת שבר קטן יותר, הרי שערכו של x^2 הוא בהכרח שבר

חיובי. כאשר נחסיר 1 מ- x^2 נקבל שבר שלילי.

ושוב, על פי אותו עיקרון בדיוק מכיוון שהעלאת השבר שנוצר כעת בריבוע ישאיר אותנו עם שבר חיובי,

y הוא למעשה שבר חיובי, כלומר $0 < y < 1$.

תשובה (2).

18. **השאלה:** מחירים הכולל של 2 עטים, 2 מחדדים ומחק אחד הוא 11 שקלים.

מחירים הכולל של עט אחד, מחדד אחד ו-2 מחקים הוא 16 שקלים.

מה סכום מחיריהם של עט אחד ושל מחדד אחד (בשקלים)?

פיתרון: דרך א': בדיקת תשובות

נציב את מחירים של עט אחד ומחדד אחד בנתוני השאלה ונבדוק שמחיר המחק המתקבל משני הנתונים

זהה. התשובה שבה יתקבל מחיר זהה היא התשובה הנכונה.

תשובה (1): 5

אם סכום מחיריהם של עט אחד ומחדד אחד הוא 5 שקלים, אז סכום מחיריהם של 2 עטים ו-2 מחדדים

הוא פי 2, כלומר 10 שקלים.

מכאן שאם סכום מחיריהם של 2 עטים, 2 מחדדים ומחק הוא 11 שקלים הרי שמחירו של מחק הוא

$$\text{שקל אחד } (11-10=).$$

כעת נעבור לנתון השני: אם סכום מחיריהם של עט אחד ומחדד אחד הוא 5 שקלים, ומחירים הכולל של

עט אחד, מחדד אחד ו-2 מחקים הוא 16 שקלים, אז מחירים של 2 המחקים הוא 11 שקלים $(16-5=)$,

כלומר מחירו של מחק אחד הוא 5.5 שקלים $\left(\frac{11}{2}=\right)$. מכיוון שמחיר המחק שקיבלנו מכל אחד

מהנתונים שונה, הרי שזוהי אינה התשובה הנכונה. התשובה נפסלת.

יולי 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

תשובה (2): 2

אם סכום מחיריהם של עט אחד ומחבר אחד הוא 2 שקלים, אז סכום מחיריהם של 2 עטים ו-2 מחברדים הוא כפול, כלומר שווה ל-4 שקלים. מכאן שאם סכום מחיריהם של 2 עטים, 2 מחברדים ומחק הוא 11 שקלים, הרי שמחירו של מחק הוא 7 שקלים ($11 - 4 = 7$).

כעת נעבור לנתון השני: אם סכום מחיריהם של עט אחד ומחבר אחד הוא 5 שקלים, ומחירם הכולל של עט אחד, מחבר אחד ו-2 מחקים הוא 16 שקלים, הרי שמחירם של 2 המחקים הוא 14 שקלים

$$(16 - 2 = 14) \text{, ומחירו של מחק אחד הוא 7 שקלים } \left(\frac{14}{2} = 7\right).$$

כפי שניתן לראות מחיר המחק שקיבלנו בכל אחד מהנתונים זהה, ולכן זוהי התשובה הנכונה.

דוד ב': אלגברה: בניית משוואות

נסמן את מחירו של עט יסומן ב-x, מחירו של מחבר ב-y ומחירו של מחק ב-z. שימו לב, בדרך כלל עדיף להגדיר את הנעלמים באות באנגלית המזכירה לנו את שם החפץ אותו סימנו, כמו למשל M למחבר. עם זאת, במקרה הזה, מחק ומחבר מתחילים באותה אות, ולכן בחרנו לסמן את הנעלמים כפי שכתב לעיל.

נתאר את נתוני השאלה בעזרת הנעלמים שהגדרנו:

$$2x + 2y + z = 11 \text{ לפי הנתון הראשון}$$

$$x + y + 2z = 16 \text{ לפי הנתון השני}$$

נתבקשנו למצוא את סכום מחיריהם של עט ומחבר ($x + y$) ולכן נבודד את z מהמשוואה הראשונה

ונציב אותו במשוואה השנייה:

$$2x + 2y + z = 11 \text{ על פי המשוואה הראשונה}$$

$$z = 11 - 2x - 2y \text{ נחסר } 2x \text{ ו-} 2y \text{ משני האגפים, ונקבל:}$$

$$x + y + 2z = 16 \text{ שלפיה, ונקבל:}$$

$$x + y + 2(11 - 2x - 2y) = 16 \Leftrightarrow x + y + 22 - 4x - 4y = 16 \Leftrightarrow 22 - 3x - 3y = 16$$

$$6 = 3x + 3y \text{ נחבר } 3x \text{ ו-} 3y \text{ לשני האגפים, ונקבל:}$$

$$2 = x + y \text{ נחלק ב-3 את שני האגפים, ונקבל:}$$

תשובה (2).

19. השאלה: משפחה אחת ממלאת פח זבל ריק ב-8 שעות.

שני חתולים מרוקנים פח זבל מלא ב-3 שעות.

בכמה שעות ירוקן חתול אחד את הפחים ששלוש משפחות ימלאו ב-24 שעות?

פיתרון: נתחיל במשפחה:

אם משפחה אחת ממלאת פח זבל ריק ב-8 שעות, אז ב-24 שעות, זמן הגדול פי 3, היא תמלא פי 3 פחי זבל, כלומר 3 פחי זבל. בנוסף, אם משפחה אחת ממלאת 3 פחי זבל ב-24 שעות, אז 3 משפחות ימלאו פי 3 פחי זבל, שהם למעשה 9 פחי זבל ($3 \cdot 3 = 9$).

לסיכום: שלוש משפחות ימלאו 9 פחי זבל ב-24 שעות, ולמעשה החתול צריך לרוקן 9 פחי זבל.

נעבור לחתול:

אם שני חתולים מרוקנים פח זבל ב-3 שעות אז חתול אחד מרוקן ב-3 שעות מחצית מפח הזבל.

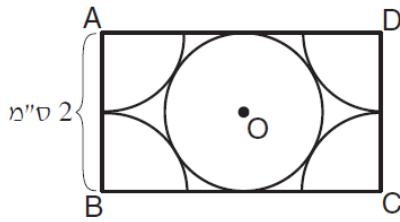
על מנת לרוקן פח שלם יידרש לחתול זמן כפול, כלומר 6 שעות.

אם החתול מרוקן פח זבל אחד ב-6 שעות אז על מנת לרוקן 9 פחים נדרש לו זמן הגדול פי 9, כלומר 54 שעות ($9 \cdot 6 = 54$).

תשובה (4).

20.

השאלה: בסרטוט שלפניכם כל אחד מקדקודי המלבן ABCD הוא מרכזו של מעגל שרדיוסו 1 ס"מ. הנקודה O היא מרכז המעגל המשיק לארבעת רבעי המעגלים ולצלעות המלבן AD ו-BC.



לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט, מה שטח המלבן ABCD (בסמ"ר)?

פיתרון: שטח המלבן שווה למכפלת אורך המלבן ברוחבו. מכיוון שרוחב המלבן ידוע, הרי שעל מנת למצוא את שטח המלבן עלינו לגלות את אורכו.

על מנת למצוא אורך צלע בגיאומטריה ניתן להשתמש באחת משלוש דרכים: משפט פיתגורס, בניית משוואה או דמיון. כפי שניתן לראות אין משולשים נוספים בסרטוט ולכן ניתן להסיק שיש למצוא את אורך המלבן בעזרת משפט פיתגורס.

כדי להשתמש במשפט עלינו ליצור משולש ישר זווית המכיל בתוכו את הצלע המבוקשת. לשם כך, נעביר את האלכסון BD שלמעשה מחבר בין מרכזי 3 מעגלים: המעגל שקדקודו הנקודה B, המעגל שקדקודו הנקודה O, והמעגל שקדקודו הנקודה D.

נתבונן במשולש ABD שנוצר:

הצלע BD מורכבת מ-4 רדיוסים של המעגלים שבסרטוט, מכיוון שאורך הרדיוס הוא 1 ס"מ, הרי שאורכה של BD שווה ל-4 ס"מ. כעת יש בידינו משולש ישר זווית שאורכיו שתיים מצלעותיו ידועות לנו ולכן ניתן

להשתמש במשפט פיתגורס כדי למצוא את אורך הצלע AD. לפי משפט פיתגורס: $2^2 + AD^2 = 4^2$
 $4 + AD^2 = 16$

נחסר 4 משני האגפים, ונקבל: $AD^2 = 12 \Leftrightarrow AD = \sqrt{12}$

כעת נפשט את הביטוי שקיבלנו, ונקבל כי אורכו של AD הוא $2\sqrt{3}$ ($AD = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$)

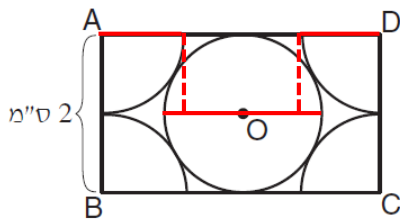
כעת נחשב את שטח המלבן: $S_{ABCD} = AB \cdot AD \Leftrightarrow S_{ABCD} = 2 \cdot 2\sqrt{3} \Leftrightarrow S_{ABCD} = 4\sqrt{3}$.

ניתן לחשב את הצלע AD בדרך נוספת:

קיבלנו משולש ישר זווית (ABD) שאורך היתר שלו גדול פי 2 מהניצב שלו (AB). זהו למעשה משולש $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ שהיחס בין צלעותיו הוא $1 : \sqrt{3} : 2$. לכן, אם אורכו של הניצב הקטן AB הוא 2 ס"מ אז אורכו של הניצב הגדול AD הוא פי $\sqrt{3}$, כלומר $2\sqrt{3}$.

חשוב לשים לב!

נהוג לטעות ולחשוב שאורכה של הצלע AD הוא 4 ס"מ. כפי שניתן לראות בסרטוט, הצלע AD היא למעשה חיבור של שני רדיוסים של רבעי המעגל בפנינות המלבן, ומקטע הקטן מאורך קוטרו של המעגל במרכז. לכן, אורכה של הצלע AD קטן מ-4 ס"מ.



תשובה (1).