

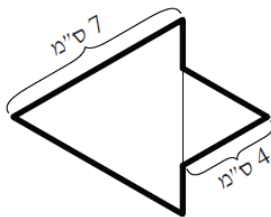
**מפתח תשובות נכונות**

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(4)	(1)	(3)	(4)	(3)	(2)	(2)	(3)	(3)	(1)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(4)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(4)	(1)	(2)	(2)	תשובה

**הסברים**

**שאלות ובעיות (שאלות 1-7)**



1. **השאלה:** שני משולשים שווי-צלעות הונחו זה לצד זה כבסרטוט.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט, מה היקף הצורה שנוצרה (הקו המודגש)?

**פיתרון:** בסרטוט שלפנינו שני משולשים שווי-צלעות משולש ימני שאורך צלעו 4 ס"מ, ומשולש שמאלי שאורך צלעו 7 ס"מ. אורך שתי הצלעות של המשולש הימני הוא 4 ס"מ, ואורך שתי הצלעות הארוכות שווה ל-7 ס"מ. סך הכול אורך שתי צלעות הארוכות ושתי הצלעות הקצרות שווה ל-22 ס"מ ( $2 \cdot 7 + 2 \cdot 4 = 14 + 8 = 22$ ).

נחשב את שני חלקי הצלע הארוכה שנותרו להשלמת היקף הצורה: שני החלקים שנותרו הם למעשה ההפרש בין הצלע הארוכה לצלע הקצרה. כאמור אורכה של הצלע הארוכה הוא 7 ס"מ, ואורך הצלע הקצרה הוא 4 ס"מ, ולכן סכום שני החלקים שנותרו שווה ל-3 ס"מ ( $7 - 4 = 3$ ).

היקף הצורה מורכב משני החלקים שחושבו בנוסף לארבעת צלעות המשולשים שווי הצלעות, ולכן שווה ל-25 ס"מ ( $22 + 3 = 25$ ).

**תשובה (1).**

2. **השאלה:** במשק יש 6 שדות תירס ו-8 שדות חיטה.

כל שדה תירס מניב יבול של 1 טון תירס בשנה, וכל שדה חיטה מניב יבול של  $\frac{1}{2}$  טון חיטה בשנה.

מה החלק של יבול התירס מתוך כל היבול השנתי של המשק?

**פיתרון:** נחשב את היבול השנתי של המשק:

כל שדה חיטה מניב  $\frac{1}{2}$  טון יבול בשנה וישנם 8 שדות חיטה במשק. לכן, יבול החיטה הכולל במשק הוא

4 טון ( $\frac{1}{2} \cdot 8 = 4$ ). כל שדה תירס מניב 1 טון יבול בשנה וישנם 6 שדות תירס. לכן, יבול התירס הכולל

הוא 6 טון ( $1 \cdot 6 = 6$ ). היבול השנתי של המשק שווה ליבול השנתי של החיטה ועוד היבול השנתי של התירס, השווים ל-10 טון ( $4 + 6 = 10$ ).

חלקו של יבול התירס מתוך כל היבול השנתי הוא יבול התירס לחלק בסך כל היבול, כלומר  $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ .

**תשובה (3).**

יולי 2015 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

3.

השאלה:  $a, b$  ו- $c$  הם מספרים שלמים וחייבים.

$$b = a + 3$$

$$c = b + 3$$

$$a \cdot b = a + b + c$$

$$a = ?$$

פיתרון: דרך א': בדיקת תשובות:

תשובה (1): אם  $a = 1$ , הרי ש- $b$  אשר לפי המשוואה הראשונה שווה ל- $(a + 3)$  שווה ל-4, ו- $c$  השווה לפי המשוואה השנייה ל- $(b + 3)$  שווה ל-7.

נציב את הנתונים שקיבלנו במקום הנעלמים במשוואה השלישית, ונבדוק האם המשוואה נכונה:  
 $1 \cdot 4 = 1 + 4 + 7 \Leftrightarrow 4 = 12$ . מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה התשובה נפסלת.

תשובה (2): אם  $a = 6$ , הרי ש- $b$  אשר לפי המשוואה הראשונה שווה ל- $(a + 3)$  שווה ל-9, ו- $c$  השווה לפי המשוואה השנייה ל- $(b + 3)$  שווה ל-12.

נציב את הנתונים שקיבלנו במקום הנעלמים במשוואה השלישית, ונבדוק האם המשוואה נכונה:  
 $6 \cdot 9 = 6 + 9 + 12 \Leftrightarrow 54 = 27$ . מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה התשובה נפסלת.

תשובה (3): אם  $a = 3$ , הרי ש- $b$  אשר לפי המשוואה הראשונה שווה ל- $(a + 3)$  שווה ל-6, ו- $c$  השווה לפי המשוואה השנייה ל- $(b + 3)$  שווה ל-9.

נציב את הנתונים שקיבלנו במקום הנעלמים במשוואה השלישית, ונבדוק האם המשוואה נכונה:  
 $3 \cdot 6 = 3 + 6 + 9 \Leftrightarrow 18 = 18$ . מכיוון שקיבלנו משוואה נכונה, זו התשובה הנכונה.

דרך ב': פתרון אלגברי

עלינו למצוא את  $a$  ולכן נבטא את  $b$  ו- $c$  בעזרת  $a$  ונציב את הערכים שקיבלנו במשוואה האחרונה. כך נקבל משוואה אחת עם נעלם אחד ונוכל לבדוד את  $a$ . מכיוון ש- $b$  מבוטא במשוואה הראשונה בעזרת  $a$ , נוכל לעבור ל- $c$ :

$$c = b + 3$$

נציב את המשוואה הראשונה  $b = a + 3$  בתוך המשוואה השנייה, ונקבל:  $c = a + 6$

נציב את  $b$  ו- $c$  במשוואה השלישית  $(a \cdot b = a + b + c)$ , ונקבל:

$$a \cdot (a + 3) = a + (a + 3) + (a + 6) \Leftrightarrow a^2 + 3a = 3a + 9$$

נחסר  $3a$  משני האגפים, ונקבל:  $a^2 = 9$ .

למשוואה שקיבלנו יש שני פתרונות  $a = \pm 3$ , אולם מכיוון שלפי נתוני השאלה  $a$  הוא מספר חיובי, הרי ש- $a = 3$ .

תשובה (3).

4.

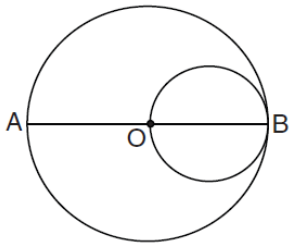
השאלה: בסרטוט שלפניכם שני מעגלים. הנקודה  $O$  היא מרכז המעגל הגדול,  $AB$  הוא קוטר במעגל הגדול, ו- $OB$  הוא קוטר במעגל הקטן. היקף המעגל הקטן הוא  $4\pi$  ס"מ.

מהו היקף המעגל הגדול (בס"מ)?

פיתרון: כדי למצוא את היקף המעגל הגדול עלינו למצוא את אורך רדיוסו. קוטר המעגל הקטן שווה לרדיוס המעגל הגדול, ולכן אם נמצא את קוטרו של המעגל הקטן נוכל גם לחשב את היקף המעגל הגדול. נתון כי היקף המעגל הקטן שווה ל- $4\pi$  ס"מ, ומכאן שקוטר המעגל הקטן שווה ל- $4$  ס"מ  $(2\pi r = 4\pi \Leftrightarrow 2r = 4)$ .

כאמור, אם קוטר המעגל הקטן שווה ל- $4$  ס"מ אז רדיוס המעגל הגדול שווה אף הוא ל- $4$  ס"מ. נציב את אורך הרדיוס בנוסחה לחישוב היקף מעגל, ונקבל: כי ההיקף הוא  $8\pi$  ס"מ  $(2\pi R = 2\pi \cdot 4 = 4\pi)$ .

תשובה (2).



5.

**השאלה:** לגדי יש קוביות שחורות וקוביות לבנות.  
גדי הניח את כל הקוביות בשורה אחת, בלי להניח שתי קוביות באותו צבע זו ליד זו.  
נתון: מספר הקוביות השחורות הוא  $n$ .

איזה מהביטויים הבאים **אינו** יכול להיות מספר הקוביות הלבנות?

**פיתרון:** הצבת דוגמה מספרית. מכיוון שאין בשאלה נתון מספרי נציב כי  $n = 1$ , כלומר יש קובייה שחורה אחת.

נעבור על התשובות המוצעות ונמצא איזה מהתשובות המוצעות אינו יכול להיות מספר הקוביות הלבנות:

**תשובה (1):**  $n + 1$ . אם  $n = 1$ , הרי שמספר הקוביות הלבנות הוא 2.  
ניתן לסדר את הקוביות באופן הבא:

לבן - שחור - לבן. מכיוון שניתן לסדר את הקוביות כך שאין שתי קוביות באותו צבע הסמוכות זו לזו, ומכאן שהתשובה תיתכן, ולכן התשובה נפסלת.

**תשובה (2):**  $n + 2$ . אם  $n = 1$ , הרי שמספר הקוביות הלבנות הוא 3.  
ניתן לסדר את הקוביות באופן הבא:

לבן - לבן - שחור - לבן, או: לבן - שחור - לבן - לבן - שחור. כפי שניתן לראות, בכל האפשרויות המוצעות שתי קוביות מאותו צבע מונחות זו לצד זו. התשובה לא תיתכן, אך מכיוון שהצבנו מספרים מהראש עלינו לבדוק את שאר התשובות שנתרו.

**תשובה (3):**  $n$ . אם  $n = 1$ , הרי שמספר הקוביות הלבנות הוא 1.  
ניתן לסדר את הקוביות באופן הבא:

שחור - לבן, או: לבן - שחור. בכל אחת מהאפשרויות ניתן לסדר את הקוביות כך ששתי קוביות באותו צבע לא סמוכות זו לזו ולכן התשובה תיתכן. התשובה נפסלת.

**תשובה (4):**  $n - 1$ . אם  $n = 1$ , הרי שמספר הקוביות הלבנות הוא 0.  
מכיוון שאין קוביות לבנות, ויש רק קובייה שחורה אחת, לא קיים סידור אפשרי לקוביות כך ששתי קוביות באותו צבע יונחו זו לצד זו, ולכן התשובה תיתכן. התשובה נפסלת.

פסלנו את כל התשובות למעט תשובה (2) ולכן היא התשובה הנכונה.

**תשובה (2).**

6.

**השאלה:** איתמר ובתיה בחרו כל אחד באקראי אחד מן המספרים 1, 2 ו-3.

מה הסיכוי ששניהם בחרו באותו מספר?

**פיתרון:** **דרך א':** ספירה ידנית של האפשרויות הרצויות

ראשית נבדוק כמה זוגות אפשריים של תוצאות יכולים איתמר ובתיה לקבל:

איתמר ובתיה בוחרים כל אחד מספר מבין 3 מספרים אפשריים, ולפיכך לכל אחד מהם יש 3 אפשרויות בחירה, ובסך הכול יש לשניהם יחדיו 9 אפשרויות בחירה שונות ( $3 \cdot 3$ ).

**שימו לב:** מכיוון שמדובר במספר אפשרויות קטן יחסית, ניתן לספור ידנית את האפשרויות הללו: 1,1

; 1,2 ; 1,3 ; 2,1 ; 2,2 ; 2,3 ; 3,1 ; 3,2 ; 3,3. בסך הכול 9 אפשרויות שונות.

מבין 9 הזוגות שמצאנו ישנם 3 זוגות של מספרים זהים, ולכן ההסתברות ששניהם יבחרו את אותו

$$\text{מספר היא } \frac{1}{3} \left( \frac{3}{9} = \right)$$

יולי 2015 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

**דרג ב':** הסתברות בשלבים

נחשב את ההסתברות עבור איתמר ובתיה בנפרד ונכפול בין ההסתברויות השונות.

נתחיל מאיתמר (שימו לב: אין חשיבות לסדר הבחירה, אם בתיה היא זו שתבחר מספר ראשונה נקבל תוצאה זהה): כל אחד מהמספרים שאיתמר יבחר הוא "אפשרות רצויה", ומכאן שההסתברות שאיתמר

$$\text{יבחר מספר רצוי היא } 1 \left( \frac{3}{3} = \right).$$

נעבור לבתיה: בתיה צריכה לבחור את המספר שבחר איתמר. מכיוון שיש 3 מספרים וכל מספר מופיע רק פעם אחת, הסיכוי שבתיה תבחר באותו מספר הוא  $\frac{1}{3}$  (שכן קיים רק מספר אחד הזהה לזה שבחר איתמר).

$$\text{נכפול בין שתי ההסתברויות, ונקבל כי ההסתברות היא } \left( 1 \cdot \frac{1}{3} = \right)$$

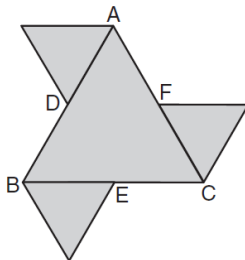
**תשובה (3).**

**7. השאלה:** בסרטוט שלפניכם משולש שווה-צלעות ABC שעל 3 צלעותיו הונחו משולשים חופפים שווי-צלעות

ששטח כל אחד מהם x ס"מ.

הנקודות D, E ו-F הן אמצעי צלעות המשולש ABC. שטח הצורה שהתקבלה (השטח הכהה) הוא 280 סמ"ר.

$$x = ?$$



**פיתרון:** השטח הכהה מורכב משלושה משולשים קטנים ששטח כל אחד מהם הוא x, ומשולש שווה-צלעות גדול, משולש ABC, אשר שטחו אינו ידוע.

נתון כי הנקודות D, E ו-F הן אמצעי צלעות המשולש ABC. נחבר את נקודה D לנקודה E לנקודה F ואת נקודה E לנקודה F, ונקבל 4 משולשים, אשר כל אחד מהם הוא משולש שווה-שוקיים אשר אורכי שתיים מצלעותיו שווה למחצית מצלע המשולש הגדול וזווית הראש שלו שווה ל- $60^\circ$ .

משולש שווה-שוקיים אשר אחת מזוויותיו הפנימיות שווה ל- $60^\circ$  הוא משולש שווה-צלעות, ולפיכך מצאנו כי כל 4 המשולשים שבסרטוט הם משולשים שווי-צלעות זהים ל-3 המשולשים שנמצאים מחוץ למשולש ABC.

קיבלנו צורה כהה ששטחה על פי הנתונים הוא 280 סמ"ר ומורכבת מ-7 משולשים שווי-צלעות זהים,

$$\text{ומכאן ששטח כל אחד מהמשולשים שווי-הצלעות הוא } 40 \text{ סמ"ר } \left( \frac{280}{7} = \right).$$

**תשובה (4).**

## יולי 2015 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

### הסקה מטבלה (שאלות 8-11)

עיינו היטב בטבלה שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריה.

בתחנת המוניות "איילים" 4 מוניות המסומנות באותיות **A-D**. בבוקר מסוים ביצעו מוניות התחנה 10 משימות סך הכול. משימה של מונית מתחילה עם עליית נוסע למונית ומסתיימת בירידתו ממנה. כל שורה בטבלה מתארת משימה אחת. עבור כל משימה נתונים: שעת התחלת המשימה, המונית שביצעה את המשימה, המהירות הממוצעת של המונית במהלך המשימה, משך המשימה, משך כל העצירות במהלך המשימה, וכמות הדלק שנצרכה במשימה.

הערות: - משך המשימה **כולל** את זמן העצירות.

- המהירות הממוצעת מחושבת לפי משך המשימה כולה.

שעת התחלת המשימה	המונית	המהירות הממוצעת (בקמ"ש)	משך המשימה (בדקות)	משך כל העצירות (בדקות)	כמות הדלק שנצרכה (בליטרים)
7:00	<b>A</b>	50	15	2.5	1
7:00	<b>B</b>	90	45	3	6.5
7:15	<b>C</b>	75	90	15	10
7:20	<b>D</b>	55	20	0	2
7:30	<b>A</b>	70	25	0	3
7:55	<b>D</b>	50	50	20	3.5
8:05	<b>A</b>	35	10	3	0.4
8:10	<b>B</b>	80	75	7	10.5
8:20	<b>A</b>	110	30	0.5	4
8:50	<b>D</b>	60	8	0.5	0.5

**שימו לב:** בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

### 8. השאלה: כמה מוניות היו במהלך משימה בשעה 7:25?

**פיתרון:** נחפש אלו מוניות יצאו לפני השעה 7:25 וטרם סיימו את המשימה, או אלו מוניות יצאו למשימה בשעה זו:

- מונית **A** יצאה למשימה בשעה 7:00 אולם סיימה את המשימה לאחר 15 דקות, כלומר לפני השעה 7:25.

- מונית **B** יצאה למשימה בשעה 7:00 שנמשכה 40 דקות.

- מונית **C** יצאה למשימה בשעה 7:15 שנמשכה 90 דקות.

- מונית **D** יצאה למשימה בשעה 7:20 שנמשכה 20 דקות.

סך הכול מדובר ב-3 מוניות שהיו במהלך משימה בשעה 7:25.

**תשובה (3).**

יולי 2015 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

9. **השאלה:** מה כמות הדלק הממוצעת למשימה (בליטרים) שצרכה מונית A במשך השעות המתוארות בטבלה?

**פיתרון:** כדי לחשב את כמות הדלק הממוצעת למשימה שצרכה מונית A יש למצוא את כמות הדלק הכוללת שצרכה מונית זו בכל המשימות ולחלק אותה במספר המשימות.

- במשימה אליה יצאה מונית A בשעה 7:00 היא צרכה 1 ליטר דלק
- במשימה אליה יצאה מונית A בשעה 7:30 היא צרכה 3 ליטר דלק
- במשימה אליה יצאה מונית A בשעה 8:05 היא צרכה 0.4 ליטר דלק
- במשימה אליה יצאה מונית A בשעה 8:20 היא צרכה 4 ליטר דלק

סך הכל מונית A צרכה 8.4 ליטרים של דלק ( $1 + 3 + 0.4 + 4 =$ ) במהלך 4 משימות, ולכן כמות הדלק הממוצעת שצרכה המונית למשימה היא 2.1 ליטר  $\left(\frac{8.4}{4} =\right)$

**תשובה (1).**

10. **השאלה:** באחת המשימות היה משך העצירות ארוך יותר מ- $\frac{1}{3}$  ממשך המשימה כולה.

איזה מונית ביצעה את המשימה?

**פיתרון:** נסתכל על כל המשימות שבטבלה ונחשב מהו  $\frac{1}{3}$  ממשך המשימה. יש לשים לב כי אין צורך

לחשב בדיוק מהו  $\frac{1}{3}$  ממשך המשימה כאשר החישוב אינו פשוט, ומספיק לדעת מהו בערך כדי לדעת אם משך העצירות גבוה או נמוך מערך זה. כמו כן, במשימות שהחלו בשעות 7:20 ו-7:30 לא היו עצירות כלל ולכן לא ייתכן שבנסיעות אלו משך העצירה היה גבוה מ- $\frac{1}{3}$  מאורך המשימה.

משך העצירות	משך המשימה $\frac{1}{3}$	משך המשימה	המונית	זמן התחלת המשימה
2.5	5	15	A	7:00
3	15	45	B	7:00
15	30	90	C	7:15
20	בין 15 ל-16	50	D	7:55
3	$3\frac{1}{3}$	10	A	8:05
7	25	75	B	8:10
0.5	10	30	A	8:20
0.5	בין 2 ל-3	8	D	8:50

כפי שניתן לראות, במשימה שהחלה בשעה 7:55 משך העצירות הכולל היה גבוה מ- $\frac{1}{3}$  מאורך המשימה,

אותה ביצעה מונית D.

**תשובה (4).**

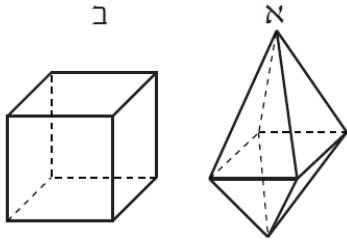
11. **השאלה:** כמה מהמוניות נסעו בכל אחת ממשימותיהן במהירות ממוצעת הגבוהה מ-70 קמ"ש?  
**פיתרון:** נסתכל בטבלה על כל אחת מהמוניות בנפרד:  
 מונית A נסעה במשימתה הראשונה במהירות ממוצעת של 50 קמ"ש.  
 מונית B נסעה במשימתה הראשונה במהירות ממוצעת של 90 קמ"ש, ובמשימתה השנייה במהירות ממוצעת של 80 קמ"ש.  
 מונית C נסעה במשימתה הראשונה, והיחידה, במהירות ממוצעת של 75 קמ"ש.  
 מונית D נסעה במשימתה הראשונה במהירות ממוצעת של 55 קמ"ש.  
 סך הכול ישנן שתי מוניות: מונית B ומונית C אשר נסעו בכל אחת ממשימותיהן במהירות ממוצעת הגבוהה מ-70 קמ"ש.  
**תשובה (2).**

### שאלות ובעיות (שאלות 12-20)

12. **השאלה:** בבניין רב-קומות יש 12 מדרגות בין כל שתי קומות סמוכות. ניצן יצאה מדירתה שבקומה 3 והחלה לעלות במדרגות. היא עלתה 70 מדרגות סך הכל. מה הקומה האחרונה שבה עברה ניצן?  
**פיתרון: דרך א':** ספירה ידנית  
 נספור בצורה שיטתית את מספר המדרגות עד שנגיע ל-70 מדרגות סך הכל:  
 מהקומה השלישית לרביעית ניצן עלתה 12 מדרגות, מהקומה הרביעית לחמישית עוד 12 כך שסך הכל היא עלתה עד כה 24 מדרגות. לאחר מכן, מהקומה החמישית לשישית היא עלתה עוד 12 מדרגות, 36 סך הכל, ומהשישית לשביעית עוד 12, 48 מדרגות סך הכל. מהקומה השביעית ועד לשמינית עלתה ניצן עוד 12 מדרגות, והגענו ל-60 מדרגות סך הכל. כעת עולה ניצן עוד 10 מדרגות על מנת להגיע למדרגה ה-70 מדרגות, מכיוון שמדרגה זו נמצאת בין הקומה ה-8 לקומה ה-9, הרי שהקומה האחרונה שבה עברה ניצן היא הקומה השמינית.  
**דרך ב':** אלגברה  
 אפשרות נוספת היא לחלק את סך הכל המדרגות שעלתה ניצן ב-12, מספר המדרגות בין כל קומה. כך נוכל לדעת כמה קומות עלתה ניצן:  $\frac{70}{12} = 5\frac{5}{6}$  כלומר, ניצן עלתה 5 קומות ועוד  $\frac{5}{6}$  קומה. אם ניצן החלה לעלות בקומה 3 ועלתה 5 קומות ועוד קצת, אז היא נמצאת בין קומה 8 ל-9. אם כך, הקומה האחרונה שבה עברה ניצן היא 8.  
**תשובה (2).**

יולי 2015 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

13. **השאלה:** מקצוע בגוף תלת-מימדי הוא הקטע הנוצר ממפגש שתי פאות. בסרטוט שלפניכם שני גופים: גוף א בנוי מ-2 פרמידות מרובעות בעלות בסיס משותף, וגוף ב הוא קובייה.



$$=? \frac{\text{מספר המקצועות בגוף א}}{\text{מספר המקצועות בגוף ב}}$$

**פיתרון:** מספר המקצועות הוא מספר הקווים המלאים והמקווקווים בכל סרטוט.

סרטוט א': יש 8 קווים מלאים ועוד 4 קווים מקווקווים, סך הכול 12 קווים.

סרטוט ב': יש 9 קווים מלאים ועוד 3 קווים מקווקווים, סך הכול 12 קווים.

$$\frac{\text{מספר המקצועות בגוף א}}{\text{מספר המקצועות בגוף ב}} = \frac{12}{12} = 1$$

$$\frac{12}{12} = 1$$

**תשובה (1).**

14. **השאלה:** לכל שני מספרים x ו-y הוגדרה פעולה \$ כך:  $\$(x, y) = x^2 - y^2$

$$\$(2a, b) + \$(a, 2b) = ?$$

**פיתרון: דרך א'** פיתרון אלגברי

נחשב את הביטוי שנתבקשנו למצוא.

ערכו של הביטוי הראשון הוא:  $\$(2a, b) = (2a)^2 - b^2 = 4a^2 - b^2$

ערכו של הביטוי השני הוא:  $\$(a, 2b) = a^2 - (2b)^2 = a^2 - 4b^2$

נחבר את שני הביטויים שמצאנו, ונקבל:  $(4a^2 - b^2 + a^2 - 4b^2) = 5a^2 - 5b^2$

כעת נעבור לבדוק את התשובות המוצעות:

**תשובה (1):**  $\$(a, b)$

לפי הגדרת הפעולה, ערכו של הביטוי הוא:  $\$(a, b) = a^2 - b^2$ , מכיוון שהביטוי שקיבלנו אינו זהה לביטוי המקורי הרי שהתשובה נפסלת.

**תשובה (2):**  $\$(2a, 2b)$

לפי הגדרת הפעולה, ערכו של הביטוי הוא:  $\$(2a, 2b) = (2a)^2 - (2b)^2 = 4a^2 - 4b^2$ . מכיוון שהביטוי שקיבלנו אינו זהה לביטוי המקורי, הרי שהתשובה נפסלת.

**תשובה (3):**  $3(a^2 + b^2)$

לפי הגדרת הפעולה, ערכו של הביטוי הוא:  $3(a^2 + b^2) = 3a^2 + 3b^2$ . מכיוון שהביטוי שקיבלנו אינו זהה לביטוי המקורי הרי שהתשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שתשובה (4) היא התשובה הנכונה, על אף שאין הכרח בכך נבדוק את התשובה לשם השלמת ההסבר.

**תשובה (4):**  $5 \cdot \$(a, b)$

לפי הגדרת הפעולה, ערכו של הביטוי הוא:  $5 \cdot \$(a, b) = 5 \cdot (a^2 - b^2) = 5a^2 - 5b^2$ . מכיוון שהביטוי שקיבלנו זהה לביטוי המקורי הרי שזו התשובה הנכונה.



יולי 2015 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

דרג ב': הצבת מספרים

נציב למשל  $a = 1$  ו-  $b = 2$ .

נחשב מה ערכה של הפעולה עליה נשאלנו:

$$\$(2a, b) + \$(a, 2b) = \$(2, 2) + \$(1, 4) = (2^2 - 2^2) + (1^2 - 4^2) = 4 - 4 + 1 - 16 = -15$$

כעת נעבור על התשובות המוצעות, ונפסול כל תשובה שערכה שונה מ-15:

**תשובה (1):**  $\$(a, b)$ . אם  $a = 1$  ו-  $b = 2$ , ערכו של הביטוי הוא  $-3$ .  $[\$(1, 2) = 1^2 - 2^2 = 1 - 4 = -3]$ . מכיוון שערך זה שונה מערכו של הביטוי המקורי, הרי שהתשובה נפסלת.

**תשובה (2):**  $\$(2a, 2b)$ . אם  $a = 1$  ו-  $b = 2$ , ערכו של הביטוי הוא  $-12$ .  $[\$(2, 4) = 2^2 - 4^2 = 4 - 16 = -12]$ . מכיוון שערך זה שונה מערכו של הביטוי המקורי, הרי שהתשובה נפסלת.

**תשובה (3):**  $3(a^2 + b^2)$ . אם  $a = 1$  ו-  $b = 2$ , ערכו של הביטוי הוא  $15$ .  $[3(1^2 + 2^2) = 3(1 + 4) = 15]$ . מכיוון שערך זה שונה מערכו של הביטוי המקורי, הרי שהתשובה נפסלת.

**תשובה (4):**  $5\$(a, b)$ . אם  $a = 1$  ו-  $b = 2$ , ערכו של הביטוי הוא  $-15$ .  $[5\$(1, 2) = 5(1^2 - 2^2) = 5(1 - 4) = -15]$ . מכיוון שפסלנו 3 תשובות, זוהי התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**

15. השאלה: נתון:  $|x| = 1$

$$|x + y| = 1$$

y בהכרח אינו מספר -

**פיתרון:** נתון כי  $|x| = 1$ , ומכאן ש:  $x = 1$  או  $x = -1$ .

נסתכל על כל אפשרות בנפרד ונסיק מסקנות לגבי y בעזרת המשוואה השנייה, אשר לפיה:  $|x + y| = 1$ .

נציב  $x = 1$  במשוואה השנייה, ונקבל:  $|1 + y| = 1$ , מכאן ניתן להסיק כי:

$$y + 1 = -1 \text{ או } y + 1 = 1$$

כאשר  $y + 1 = 1$ , הרי ש:  $y = 0$

כאשר  $y + 1 = -1$ , הרי ש:  $y = -2$ .

באחת מהאפשרויות מצאנו כי y שלילי. מכיוון שיתכן כי y שלילי, הרי שתשובה (1) נפסלת.

בשתי האפשרויות קיבלנו כי y זוגי. מכיוון שלא ניתן לטעון כי y בהכרח אינו זוגי, הרי שתשובה (3) נפסלת.

נעבור לאפשרות השנייה:

נציב  $x = -1$  במשוואה השנייה, ונקבל:  $|-1 + y| = 1$ . מכאן ניתן להסיק כי:

$$-1 + y = -1 \text{ או } -1 + y = 1$$

כאשר  $-1 + y = 1$ , הרי ש:  $y = 2$ .

כאשר  $-1 + y = -1$ , הרי ש:  $y = 0$ .

באחת מהאפשרויות קיבלנו y חיובי. מכיוון שיתכן כי y חיובי, הרי שתשובה (2) נפסלת.

מכיוון שתשובה (4) היא התשובה היחידה שלא נפסלה, היא התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**

16. **השאלה:** a ו-b הם מספרים שלמים וחיוביים הגדולים מ-2.

איזה מהביטויים הבאים הוא הגדול ביותר?

**פיתרון:** דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נציב שני מספרים שלמים וחיוביים הגדולים מ-2, למשל  $a = 3$  ו- $b = 3$ , כעת נעבור על התשובות המוצעות ונחשב מה ערכה של כל אחת מהן.

**תשובה (1):**  $a^2 \cdot a^b$ . כאשר  $a = 3$  ו- $b = 3$ , ערך הביטוי הוא  $3^5$  ( $a^2 \cdot a^b = 3^2 \cdot 3^3 = 3^5$ ).

בשלב זה אין צורך לחשב את ערכו המספרי של הביטוי. נשאיר את הביטוי כך, וננסה להשוות בין התשובות מבלי לחשב את ערכו המדויק.

**תשובה (2):**  $(a^b)^2$ . כאשר  $a = 3$  ו- $b = 3$ , ערך הביטוי הוא  $3^6$  ( $(a^b)^2 = (3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6$ ).

מכיוון שערך זה גדול בהכרח מהערך שקיבלנו בתשובה (1), הרי שניתן לפסול את תשובה (1).

**תשובה (3):**  $a^{(b^2)}$ . כאשר  $a = 3$  ו- $b = 3$ , ערך הביטוי הוא  $3^9$  ( $a^{(b^2)} = 3^{(3^2)} = 3^9$ ).

מכיוון שערך זה גדול מערך הביטוי שקיבלנו בתשובה (2), הרי שניתן לפסול את תשובה (2).

**תשובה (4):**  $a^b - a^2$ . כאשר  $a = 3$  ו- $b = 3$ , ערך הביטוי הוא  $3^3 - 3^2$ .

מכיוון שביטוי זה קטן מערך הביטוי שבתשובה (3), הרי שתשובה (3) היא התשובה הנכונה.

**דרך ב':** פיתרון אלגברי

נפשט את הביטויים המוצעים בתשובות השונות:

**תשובה (1):**  $a^2 \cdot a^b$ . באמצעות שימוש בחוק החזקות  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  נפשט את הביטוי ונקבל כי ערכו הוא  $a^{2+b}$ .

**תשובה (2):**  $(a^b)^2$ . באמצעות שימוש בחוק החזקות  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$  נפשט את הביטוי ונקבל כי ערכו הוא  $a^{2b}$ .

בתשובות (1) ו-(2) יש שני ביטויים אשר בסיסם שווה וגדול מ-2.

על מנת להשוות ביניהם יש למצוא למי מהם חזקה גדולה יותר.

החזקה בתשובה (1) היא  $(2+b)$  והחזקה בתשובה (2) היא  $2b$  השווה גם ל- $(b+b)$ .

מכיוון שעל פי נתוני השאלה  $b$  גדול מ-2, הרי שהחזקה בתשובה (2) גדולה מהחזקה שבתשובה (1).

**תשובה (3):**  $a^{(b^2)}$ . ערך החזקה שבביטוי שקול גם לביטוי  $b \cdot b$ .

מכיוון ש- $b$  גדול מ-2, הרי שהביטוי  $b \cdot b$  בהכרח גדול מהביטוי  $b + b$ , ולכן ערך הביטוי בתשובה זו

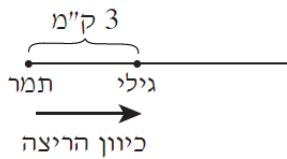
בהכרח גדול מערכו של הביטוי בתשובה (2).

**תשובה (4):**  $a^b - a^2$ . בשל פעולת החיסור המקטינה את ערכו של הביטוי  $a^b$  שבעצמו קטן מהביטויים המופיעים ב-3 התשובות, הרי שערך ביטוי זה בהכרח קטן מערך הביטוי שבתשובה (3).

מצאנו כי ערך הביטוי שבתשובה (3) הוא הגדול ביותר.

**תשובה (3).**

17.



**השאלה:** גילי ותמר נמצאות במרחק 3 ק"מ זו מזו. הן מתחילות לרוץ לאותו הכיוון באותו רגע (ראו סרטוט) גילי רצה במהירות של 5 קמ"ש, ותמר רצה במהירות של 11 קמ"ש.

כמה דקות יעברו עד שגילי ותמר ייפגשו?

**פיתרון:** דרך א': בדיקת תשובות:

ראשית חשוב לשים לב שהתשובות הן בדקות בעוד שהמהירויות הנתונות הן ביחידות של קילומטר לשעה. לכן, נצטרך להמיר את הזמן בכל אחת מהתשובות לשעות כדי לאפשר את בדיקתן. שנית, כדאי תמיד להתחיל לבדוק עם התשובה הנוחה ביותר לחישוב. במקרה הזה יהיה הכי קל לבדוק את תשובה (3) מכיוון ש-30 דקי הן חצי שעה, כך שיהיה קל יותר לחשב את המרחק שעברה כל אחת מהבנות.

בבדיקת התשובות נחשב איזה מרחק עשתה כל אחת מהבנות. כדי לדעת האם הבנות נפגשו עלינו לבדוק שהן נמצאות באותה נקודה על הצייר. כלומר המרחק שעשתה תמר, ועוד המרחק שעשתה גילי בתוספת 3 ק"מ, צריך להיות זהה.

**תשובה (3):** 30

30 דקות הן מחצית השעה. אם תמר רצה במשך חצי שעה במהירות של 11 קילומטרים לשעה, אז היא עברה מרחק של 5.5 קילומטרים ( $11 \cdot 0.5 =$ ).

אם גילי רצה במשך חצי שעה במהירות של 5 קילומטרים לשעה, אז היא רצה סך הכל 2.5 קילומטרים ( $5 \cdot 0.5 =$ ). מכיוון שמלכתחילה היה קיים בין גילי לתמר פער ההתחלתי של 3 ק"מ, הרי שגילי נמצאת לאחר 30 דקות במרחק של 5.5 ק"מ מהנקודה שבה נמצאה תמר ( $3 + 2.5 =$ ), וגם תמר עצמה נמצאת באותה נקודה. אם המרחק של הבנות מציר ההתחלה זהה משמעות הדבר הוא שהן נפגשו. זוהי התשובה הנכונה ואין צורך לבדוק את שאר התשובות.

**דרך ב':** בניית משוואות

נשתמש בנוסחת הדרך ( $s = v \cdot t$ ) ובעזרתה נתאר את תנועתן של כל אחת מהבנות. בבניית המשוואה יש לזכור כי הזמן במהלכו רצו הבנות זהה מכיוון שהן יצאו באותו זמן ונפגשו באותו זמן. כמו כן, תמר רצה 3 ק"מ יותר מגילי ולכן כדי להשוות בין הדרך שהן רצו עלינו להוסיף את הפער ההתחלתי בנייהן למשוואה שמתארת את תנועתה של תמר.

גילי רצה במהירות של 5 קמ"ש לאורך זמן לא ידוע, אשר נסמן ב- $t$ , ומכאן שהמרחק שעברה הוא  $s = 5t$ . תמר רצה במהירות של 11 קמ"ש במשך זמן של  $t$ , ומכאן שהמרחק שעברה תמר הוא  $11t$ . המרחק שעברה תמר גדול ב-3 ק"מ מהמרחק שעברה גילי, ולכן:  $5t + 3 = 11t$ .

נחסר  $5t$  משני האגפים, ונקבל:  $6t = 3$

נחלק את שני האגפים ב-6, ונקבל:  $t = 0.5$ .

כזכור התשובות הן ביחידות של דקות, והערכים הנתונים לנו הם ביחידות של קמ"ש. כלומר, קיבלנו שהבנות נפגשו לאחר חצי שעה שהן למעשה 30 דקות.

**תשובה (3).**

18. **השאלה:** קובי קנה מכנסיים בהנחה של 50% וחולצה בהנחה של 10%, ושילם סך הכל 300 שקלים במקום 500 שקלים.

מה היה מחיר החולצה לפני ההנחה (בשקלים)?

**פיתרון:** דרך א' : בדיקת תשובות:

מכיוון שתמיד נוהג להתחיל ולבדוק את התשובה הנוחה ביותר:

**תשובה (1):** 100

אם מחיר החולצה לפני ההנחה היה 100 שקלים אז מחיר המכנסיים לפני ההנחה היה 400 שקלים (500-100=).

10% מ-100 שקלים הם 10 שקלים, ולכן לאחר הנחה של 10% מחירה של החולצה הוא 90 שקלים (100-10=).

50% הם  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$  מ-400 הם 200 שקלים, ולפיכך ולאחר הנחה של 50% מחירם של המכנסיים הוא 200 שקלים (400-200=).

ביחד מחירם של המכנסיים והחולצה לאחר הנחה הוא 290 שקלים (90+200=). מכיוון שלפי הנתונים מחירם לאחר הנחה הוא 300 שקלים, הרי שהתשובה נפסלת.

**תשובה (2):** 125

אם מחיר החולצה לפני ההנחה היה 125 שקלים אז מחיר המכנסיים לפני ההנחה היה 375 שקלים (500-125=). 10% מ-125 הם 12.5 שקלים, ולכן לאחר הנחה של 10% מחירה של החולצה הוא 112.5 שקלים (125-12.5=).

50% הם  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$  מ-375 הם 187.5 שקלים, ולפיכך ולאחר הנחה של 50% מחירם של המכנסיים הוא 187.5 שקלים (375-187.5=).

ביחד מחירם של המכנסיים והחולצה לאחר הנחה הוא 300 שקלים (112.5+187.5=).

מכיוון שתוצאה זו תואמת את נתוני השאלה, זו התשובה הנכונה.

**דרך ב':** בניית משוואה

נסמן את מחיר המכנסיים המקורי ב-M ואת מחיר החולצה המקורי ב-H.

קובי קנה מכנסיים וחולצה ב-500 שקלים ללא הנחה ולכן:  $M + H = 500$   
לאחר שמחיר המכנסיים ירד ב-50%, ומחיר החולצה ירד ב-10%, קובי שילם 300 שקלים ולכן:

$$\frac{50}{100} \cdot M + \frac{90}{100} \cdot H = 300$$

עלינו למצוא את מחיר החולצה ולכן עלינו 'להיפטר' מהמכנסיים. נבודד את מחיר המכנסיים מהמשוואה הראשונה, הפשוטה יותר, ונציב אותו במשוואה השנייה:

$$M = 500 - H \Leftrightarrow M + H = 500$$

כעת נציב נתון זה במשוואה השנייה, ונקבל:

$$. 250 - \frac{1}{2} H + \frac{9}{10} H = 300 \Leftrightarrow \frac{50}{100} \cdot (500 - H) + \frac{90}{100} \cdot H = 300 \Leftrightarrow \frac{50}{100} \cdot M + \frac{90}{100} \cdot H = 300$$

נכפול ב-10 את שני אגפי המשוואה, ונקבל:

$$. H = 125 \Leftrightarrow 4H = 500 \Leftrightarrow 2,500 - 5H + 9H = 3,000$$

**תשובה (2).**

19.

**השאלה:**  $a, b, c$  ו- $d$  הם מספרים שלמים הגדולים מ-1.

נתון:  $a \cdot b \cdot c \cdot d = 54$

$\frac{a \cdot b}{c}$  לא יכול להיות שווה ל-

**פיתרון:** נפרק את 54 למכפלת המספרים הראשוניים המרכיבים אותו. פירוק זה יאפשר לדעת מי הם  $a, b, c$  ו- $d$  וכך יהיה ניתן לחשב את ערך הביטוי עליו נשאלנו:  $54 = 27 \cdot 2 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$

מצאנו כי המכפלה הנתונה שווה ל:  $a \cdot b \cdot c \cdot d = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$

מכיוון שלא נתון היחס בין הנעלמים, הרי שכל אחד מהם יכול להיות שווה ל-2.

נבדוק את כל האפשרויות לביטוי עליו נשאלנו כאשר בכל אפשרות נעלם אחר יהיה שווה ל-2.

כאשר  $d = 2$ , יתר המשתנים שווים ל-3, ומכאן שערכו של הביטוי  $\frac{a \cdot b}{c}$  שווה ל-3  $\left(\frac{3 \cdot 3}{3} = 3\right)$ ,

תשובה (3) נפסלת.

כאשר  $c = 2$ , ערכו של הביטוי  $\frac{a \cdot b}{c}$  שווה ל-4.5  $\left(\frac{3 \cdot 3}{2} = 4.5\right)$ , תשובה (4) נפסלת.

כאשר  $b = 2$ , ערכו של הביטוי  $\frac{a \cdot b}{c}$  שווה ל-2  $\left(\frac{3 \cdot 2}{3} = 2\right)$ , תשובה (2) נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לקבוע כי תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

**תשובה (1).**

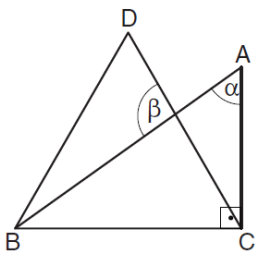
20.

**השאלה:** בסרטוט שלפניכם  $ABC$  הוא משולש ישר-זווית ו- $DBC$  הוא משולש שווה שוקיים ( $DB=DC$ ).

נתון:  $AB$  חוצה את הזווית  $\angle DBC$

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,

$\beta = ?$



**פיתרון:** כדי למצוא את זווית  $\beta$  צריך למצוא את כל הזוויות בצורה גיאומטרית מסוימת, כמו

משולש או מרובע, ולהשתמש בסכום הזוויות בצורה זו. מכיוון שבסרטוט יש רק משולשים

נבחר משולש שמכיל את זווית  $\beta$ , או זווית אחרת המבוטאת בעזרתה, נבטא את כל שאר

הזוויות בעזרת  $\alpha$ , ונשתמש בסכום הזוויות במשולש כדי למצוא את  $\beta$ . חשוב לשים לב כי

בכל אחת מהתשובות זווית  $\beta$  מבוטאת בעזרת  $\alpha$  ולכן נבטא את הזוויות במשולש שנבחר בעזרתה גם כן.

משולש  $ABC$  הוא משולש ישר זווית אשר שתיים מזוויותיו ידועות, ומכאן זווית  $ABC$  שווה ל- $(90^\circ - \alpha)$ ,

$(180^\circ - 90^\circ - \alpha =)$

ידוע כי  $AB$  חוצה את הזווית  $\angle DBC$  ולכן  $\angle DBA = \angle ABC = 90^\circ - \alpha$ , וזווית  $DBC$  שווה ל- $(180^\circ - 2\alpha)$ .

נתון כי משולש  $DBC$  הוא משולש שווה שוקיים, ומכאן ש:  $\angle DBC = \angle DCB$ .

נסמן את מפגש הקווים  $DC$  ו- $AB$  ב- $O$ . כדי למצוא את זווית  $\beta$  נוכל להשתמש בסכום הזוויות במשולש

$DOB$  או במשולש  $BOC$ . אם נשתמש במשולש  $DOB$  נצטרך למצוא את זווית  $\angle BDC$  בעזרת סכום הזוויות

במשולש  $ABC$ . אם נבחר להשתמש במשולש  $BOC$  נצטרך למצוא את זווית  $\angle BOC$  בעזרת סכום זווית

צמודות. נבחר מטעמי נוחות באפשרויות השנייה:

זווית  $\angle BOC$  צמודה לזווית  $\beta$  ולכן  $\angle BOC = 180^\circ - \beta$ . סכום הזוויות במשולש  $BOC$  שווה ל- $180^\circ$  ולכן:

$\angle ABC + \angle ACB + \angle BOC = 180^\circ$ . נציב את כל הערכים שקיבלנו עבור הזוויות הנ"ל:

$90^\circ - \alpha + 180^\circ - 2\alpha + 180^\circ - \beta = 180^\circ \Leftrightarrow (90^\circ - \alpha) + 2(90^\circ - \alpha) + (180^\circ - \beta) = 180^\circ$

$\beta = 270^\circ - 3\alpha$

**תשובה (4).**