

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(3)	(2)	(4)	(4)	(1)	(3)	(4)	(2)	(4)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(4)	(4)	(1)	(1)	(3)	(2)	(1)	(4)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-8)

1. **השאלה:** אם גוזרים פיסת נייר בצורת _____ לשניים, **לא יתכן** ששתי פיסות הנייר שיתקבלו יהיו גם הן _____.

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות:

תשובה (1): מלבן ; משולשים.

ניתן לגזור פיסת נייר בצורת מלבן לאורך אלכסון המלבן כך שנקבל שני משולשים, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

תשובה (2): מעוין ; מעוינים.

על פניו נראה כי לא ניתן לגזור פיסת נייר בצורת מעוין כך שנקבל שני מעוינים, אולם על מנת להיות בטוחים בתשובה, נמשיך ונבדוק את יתר התשובות במטרה לפסול אותן.

תשובה (3): טרפז ; טרפזים.

אם נגזור פיסת נייר בצורת **טרפז** לאורכו של קו המאונך לשני הבסיסים נקבל שני טרפזים ישרי-זווית, ולפיכך תשובה זו אינה נכונה.

תשובה (4): משולש ; משולשים.

אם נגזור פיסת נייר בצורת משולש לאורך קו אשר יוצא מקודקוד זווית הראש ומאונך לבסיס, נקבל שני משולשים ישרי-זווית, ולפיכך תשובה זו אינה נכונה.

מכיוון שפסלנו את תשובות (1), (3) ו-(4), הרי שניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (2).

תשובה (2).

2. **השאלה:** סוניה אוכלת קובייה אחת של שוקולד חלב ו-9 קוביות של שוקולד מריר **ביום**.

ריטה אוכלת 13 קוביות של שוקולד חלב ו-2 קוביות של שוקולד מריר **בשבוע**.

כמה קוביות שוקולד **סך הכול** אוכלות שתיהן בארבעה שבועות?

פיתרון: סוניה אוכלת קובייה אחת של שוקולד חלב ו-9 קוביות של שוקולד מריר **ביום**, כלומר סוניה אוכלת בסך הכול 10 קוביות שוקולד ביום ($1 + 9 =$) ובמהלך שבוע שלם אוכלת סוניה 70 קוביות שוקולד ($7 \cdot 10 =$). במהלך 4 שבועות אוכלת סוניה בסך הכול 280 קוביות שוקולד ($7 \cdot 40 =$).

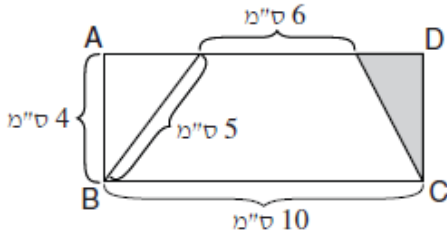
ריטה אוכלת 13 קוביות של שוקולד חלב ו-2 קוביות של שוקולד מריר **בשבוע**, כלומר ריטה אוכלת בסך הכול 15 קוביות שוקולד בשבוע ($13 + 2 =$), וב-4 שבועות ריטה אוכלת 60 קוביות שוקולד ($4 \cdot 15 =$).

סך הכול אוכלות סוניה וריטה ביחד במשך ארבעה שבועות 340 קוביות שוקולד ($280 + 60 =$).

תשובה (3).

3.

השאלה: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא מלבן.



לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט, מה שטח המשולש הכהה (בסמ"ר)?

פיתרון: המשולש הכהה הוא משולש ישר-זווית שאחד מניצביו מהווה חלק מצלע המלבן AD, ואורך ניצבו השני שווה לרוחב המלבן, אשר על פי הסרטוט שווה ל-4 ס"מ (אורכה של הצלע AB).

שטח משולש שווה למכפלת צלע המשולש בגובהו חלקי 2, ומכאן שעל מנת למצוא את שטח המשולש עלינו למצוא את אורך הניצב החסר, אורך הניצב שהוא חלק מהצלע AD. אורכה של הצלע AD שווה לאורך הצלע הנגדית של המלבן, כלומר הצלע BC, אשר אורכה שווה ל-10 ס"מ. הצלע AD מורכבת משלושה קטעים, אשר אורכו של אחד מהם שווה על פי הסרטוט ל-6 ס"מ. על מנת למצוא את אורך הקטע הדרוש לנו, אורכו של הקטע הימני ביותר, עלינו למצוא את אורך הקטע השמאלי השייך למשולש ישר-הזווית בחלקו השמאלי של המלבן. נתבונן במשולש: על פי נתוני הסרטוט, אורך הניצב במשולש הוא 4 ס"מ (הצלע AB) ואורך היתר שווה ל-5 ס"מ, ומכאן שלפי משפט פיתגורס (או בעזרת השלשה המוכרת 3:4:5), ניתן לקבוע כי אורך הניצב השני הוא 3 ס"מ ($x^2 + 4^2 = 5^2$). מכיוון שכעת אנו יודעים מה אורכם של שניים מהקטעים המרכיבים את הצלע AD, אנו יכולים למצוא את אורך הקטע השלישי. אורך הקטע שביקשנו למצוא הוא 1 ס"מ ($10 - 6 - 3 =$). מצאנו כי במשולש הכהה, אורך אחד הניצבים הוא 1 ס"מ ואורך הניצב השני הוא 4 ס"מ, ומכאן ששטח המשולש הכהה הוא 2 סמ"ר ($\frac{1 \cdot 4}{2} =$).

תשובה (2).

4.

השאלה: $\sqrt[4]{4^8} = ?$

פיתרון: לפי החוק $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, ולפיכך ניתן לפשט את הביטוי הנתון ל- 4^2 . $\left(\sqrt[4]{4^8} = 4^{\frac{8}{4}} = 4^2\right)$.

בשל זה ניתן לחשב כי ערכו של הביטוי הוא 16, ולבדוק ערכה של מי מהתשובות שווה ל-16 או לפשט את הביטוי על ידי המרת המספר 4 ב- 2^2 , ולקבל: $2^4 = (2^2)^2 = 2^{2 \cdot 2} = 2^4$.

תשובה (4).

5.

השאלה: דבורה אחת שותה צוף מ-5 פרחים ב-20 דקות.

אם כל הדבורים שותות בקצב קבוע ושווה, מכמה פרחים ישתו 3 דבורים צוף בשעה?

פיתרון: נתבקשנו למצוא מכמה פרחים ישתו 3 דבורים צוף בשעה. אם דבורה אחת שותה צוף מ-5 פרחים ב-20 דקות, הרי שב-60 דקות, זמן הגדול פי 3, תשתה דבורה אחת צוף מכמות הגדולה פי 3 של פרחים, כלומר מ-15 פרחים ($3 \cdot 5 =$). אם דבורה אחת שותה צוף מ-15 פרחים בשעה, הרי ש-3 דבורים, כמות דבורים הגדולה פי 3, ישתו במהלך שעה אחת צוף מכמות פרחים הגדולה פי 3, כלומר מ-45 פרחים ($3 \cdot 15 =$).

תשובה (4).

6.

השאלה: נתונים משולש שווה-צלעות וריבוע.

היקף המשולש שווה לחצי מהיקף הריבוע.

מה היחס בין אורך צלע במשולש לבין אורך צלע הריבוע?

פיתרון: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין בשאלה נתונים מספריים נציב מספר נוח, למשל שהיקף המשולש שווה-הצלעות הוא 6 ס"מ (מספר שכאשר נכפול אותו ב-2, לשם מציאת היקף הריבוע, יתחלק ללא שארית ב-3 וב-4, אשר מהווים את מספרי הצלעות בכל אחת מהצורות).

אם היקף המשולש שווה-הצלעות הוא 6 ס"מ, הרי שאורכה של צלע המשולש הוא 2 ס"מ $\left(\frac{6}{3} = 2\right)$.

אם היקף מרובע שווה ל-6 ס"מ, הרי שהיקף הריבוע כולו שווה ל-12 ס"מ $(2 \cdot 6 = 12)$, ואורך צלע

הריבוע הוא 3 ס"מ $\left(\frac{12}{4} = 3\right)$.

היחס בין אורך צלע המשולש לאורך צלע הריבוע הוא 2:3.

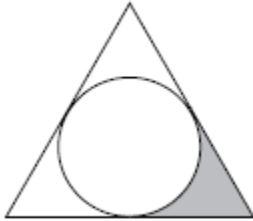
תשובה (1).

7.

השאלה: בסרטוט שלפניכם משולש שווה-צלעות ששטחו S סמ"ר.

בתוך המשולש חסום מעגל שרדיוסו \sqrt{a} ס"מ.

מה גודל השטח הכהה בסמ"ר?



פיתרון: מכיוון שלפנינו שתי צורות סימטריות – מעגל ומשולש שווה-צלעות, הרי כאשר נחסר משטח המשולש את שטח המעגל, נקבל שלושה שטחים זהים, אשר נתבקשנו למצוא את גודלו של אחד מהם.

מכאן שהשטח הכהה שווה ל- $\frac{\text{שטח המשולש} - \text{שטח המעגל}}{3}$

שטח המשולש שווה לפי הנתונים ל-S. הנוסחה לחישוב שטח מעגל היא $r^2 \pi$, ומכאן שאם רדיוס

המעגל הוא \sqrt{a} ס"מ, הרי ששטח המעגל הוא $a\pi$ $\left(\pi (\sqrt{a})^2 = a\pi\right)$.

השטח הכהה שווה ל- $\frac{S - a\pi}{3}$.

תשובה (3).

8.

השאלה : במפעל אריזה ממלאים ארגזי תפוחים וארגזי אפרסקים. בכל ארגז נארזים 100 פרות. בכל ארגז תפוחים 3 מהתפוחים פגומים, ובכל ארגז אפרסקים 12 מהאפרסקים פגומים. באחד מימי העבודה היה מספר ארגזי התפוחים שמילאו במפעל גדול פי 3 ממספר ארגזי האפרסקים שמילאו בו.

מתוך כל הפרות הפגומים שנארזו באותו היום, מה היה היחס בין מספר התפוחים למספר האפרסקים?

פיתרון : הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין בשאלה נתונים מספריים כלל, ונתון כי מספר ארגזי התפוחים שמילאו במפעל גדול פי 3 ממספר ארגזי האפרסקים שמילאו בו, נציב כי מספר ארגזי התפוחים שנארזו הוא 3 ומספר ארגזי האפרסקים הוא 1.

נתון כי בכל ארגז תפוחים 3 מהתפוחים פגומים. מכאן שב-3 ארגזי תפוחים יש 9 תפוחים פגומים ($3 \cdot 3 = 9$).

בארגז אפרסקים 12 מהאפרסקים פגומים, ומכאן שבארגז אפרסקים אחד ישנם 12 אפרסקים פגומים. מצאנו כי היחס בין מספר התפוחים הפגומים למספר האפרסקים הפגומים הוא 9:12, נחלק את שני אגפי היחס ב-3, ונקבל: 3:4.

תשובה (4).

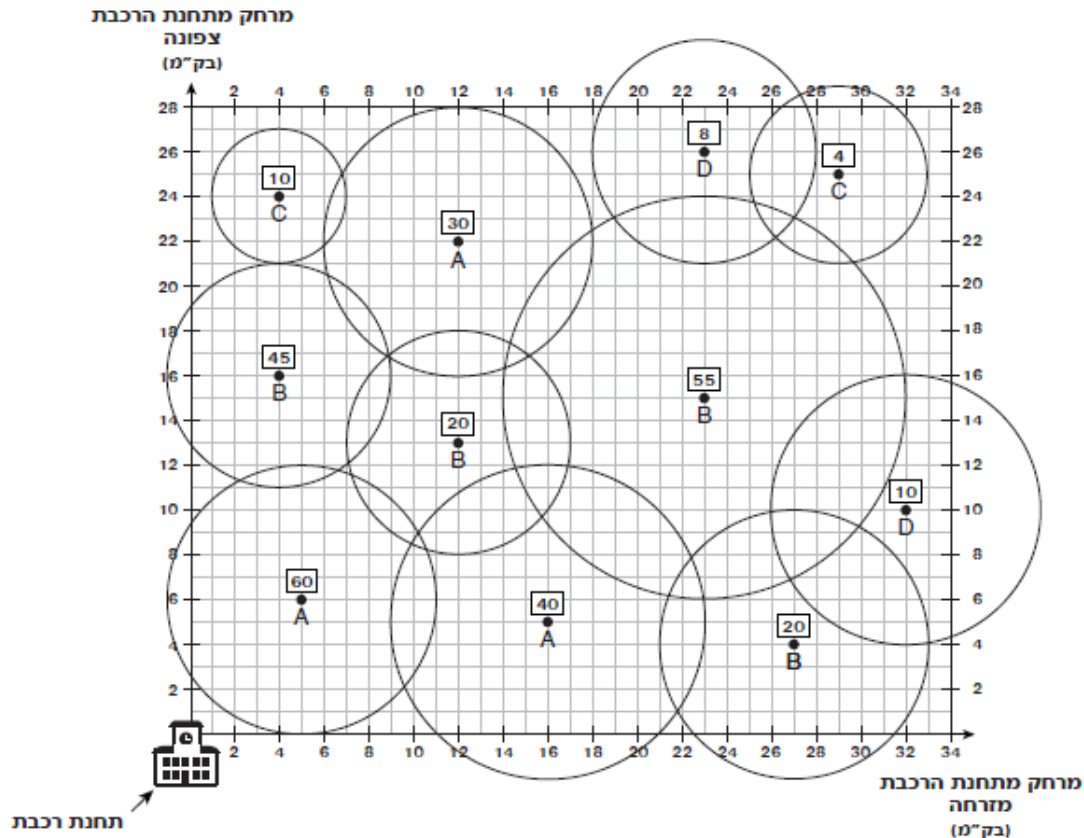
ספטמבר 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

הסקה מתרשים (שאלות 9-12)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

התרשים מציג מידע על סניפים של ארבע רשתות מזון מהיר - A, B, C ו-D - בעיר מסוימת. המסגרת המלבנית של התרשים מסמנת את גבולות העיר. בפינה השמאלית התחתונה נמצאת תחנת רכבת. כל סניף מסומן בנקודה מודגשת המציינת את מיקומו של הסניף ביחס לתחנת הרכבת. מעל לנקודה רשום מספר העובדים בסניף, ומתחתיה רשום שם הרשת שהסניף משתייך אליה. אזור המשלוחים של סניף הוא האזור שאליו הוא מבצע משלוחים, והוא מסומן בתרשים בעיגול המקיף את הסניף. טווח המשלוחים של סניף הוא המרחק המרבי מהסניף, שאליו הוא מבצע משלוחים.

לדוגמה: אחד הסניפים של רשת B נמצא 4 ק"מ ממזרח לתחנת הרכבת ו-16 ק"מ מצפון לתחנת הרכבת. טווח המשלוחים של סניף זה הוא 5 ק"מ ועובדים בו 45 עובדים.



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

9.

השאלה: ביתו של עידן נמצא במקום שאף סניף אינו מבצע אליו משלוחים.

ייתכן שביתו של עידן נמצא _____ ק"מ מזרחה מתחנת הרכבת, ו- _____ ק"מ צפונה ממנה.

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות לנו על מנת לראות איזו מהתשובות מצביעה על מקום אשר אף סניף לא מבצע אליו משלוחים, כלומר לא נמצא בתוך או על היקף אף אחד מהמעגלים.

תשובה (1): 16 ; 1.

הנקודה 16 ק"מ מזרחה מתחנת הרכבת, ו-1 ק"מ צפונה ממנה, היא נקודה המוצעת נמצאת בתוך אחד העיגולים המייצג אזור משלוחים של סניף מרשת A, ומכאן שזו אינה התשובה הנכונה.

ספטמבר 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

תשובה (2): 32 ; 20

הנקודה 32 ק"מ מזרחה מתחנת הרכבת, ו-20 ק"מ צפונה ממנה, אינה נמצאת בתוך עיגול כלשהו, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (3): 28 ; 8

הנקודה 28 ק"מ מזרחה מתחנת הרכבת, ו-8 ק"מ צפונה ממנה, נמצאת בתוך מספר עיגולים, שניים המסמנים את אזור המשלוח של שני סניפים מרשת B ואחד המסמן סניף מרשת D, ומכאן שזו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (4): 20 ; 23

הנקודה 20 ק"מ מזרחה מתחנת הרכבת, ו-23 ק"מ צפונה ממנה, נמצאת בתוך מספר עיגולים, המסמנים את אזור המשלוחים של סניפים מרשת B ורשת D, ומכאן שזו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2).

10. השאלה: לגבי הסניף המזרחי ביותר של רשת D,

$$? = \frac{\text{מספר העובדים}}{\text{טווח המשלוחים (בקילומטר)}}$$

פיתרון: הסניף המזרחי ביותר הוא הסניף שממוקם במרחק המזרחי הגדול ביותר מתחנת הרכבת, כלומר הסניף שנמצא במיקום הימני ביותר בתרשים. סניף זה שייך לרשת D, ומיקומו הוא 32 ק"מ מזרחה מתחנת הרכבת ו-10 ק"מ צפונה. בסניף זה של רשת D יש 10 עובדים וטווח המשלוחים הוא 6 ק"מ, ומכאן ש:

$$\frac{\text{מספר העובדים}}{\text{טווח המשלוחים (בקילומטר)}} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

תשובה (4).

11. השאלה: "סניף קטן" הוא סניף שמספר העובדים שבו קטן ממספר העובדים בכל אחד מהסניפים

שאזור המשלוחים שלהם חופף חלקית לאזור המשלוחים שלו.

כמה מהסניפים הם סניפים קטנים?

פיתרון: בכדי לענות על שאלה זו יש לעבור בצורה מסודרת ושיטתית על כל עיגול ולבדוק את החפיפה שלו עם עיגולים אחרים.

נתחיל בעיגול השמאלי התחתון, ואז נמשיך לעיגול שמימינו ואז נבחן את השורה שמעל וכן הלאה.

העיגול השמאלי התחתון ביותר הוא סניף של רשת A שבו 60 עובדים. מכיוון שיש עיגול של רשת B החופף אליו ובו מספר העובדים 20, כלומר מספר עובדים קטן יותר, הרי שזה אינו סניף קטן.

העיגול שמימינו מייצג אף הוא סניף של רשת A ובו 40 עובדים. מכיוון שאף הוא חופף לאותו עיגול של רשת B שבו 20 עובדים, הרי שגם זה אינו סניף קטן.

העיגול שמימינו, העיגול הימני התחתון, מייצג סניף של רשת B ובו 20 עובדים. מכיוון שעיגול זה חופף לעיגול של רשת D (הנמצא מעליו) שבו 10 עובדים הרי שגם זה אינו סניף קטן.

מעל העיגול שבחנו כרגע נמצא, כאמור, העיגול של רשת D אשר בו 10 עובדים. מכיוון שמספר העובדים בסניף זה קטן ממספר העובדים בכל יתר הסניפים שחופפים לו - זהו סניף קטן.

משמאל לעיגול של רשת D, נמצא עיגול המייצג סניף של רשת B ובו 55 עובדים, אשר בשל החפיפה עם העיגול מימינו אינו סניף קטן.

משמאל לעיגול של רשת B שבו 55 עובדים ישנו עיגול נוסף המייצג סניף של רשת B ובו 20 עובדים.

מכיוון שמספר העובדים בסניף זה קטן ממספר העובדים בכל יתר הסניפים שחופפים לו - זהו סניף קטן.

משמאל לעיגול של רשת B שבו 20 עובדים ישנו עיגול נוסף המייצג סניף של רשת B ובו 45 עובדים, אשר בשל החפיפה עם העיגול מימינו אינו סניף קטן.

על גבו של העיגול שבחנו כעת נמצא עיגול המייצג סניף של רשת C ובו 10 עובדים.

ספטמבר 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

מכיוון שמספר העובדים בסניף זה קטן ממספר העובדים בכל יתר הסניפים שחופפים לו- זהו סניף קטן. מימין לעיגול זה נמצא עיגול המייצג סניף של רשת A ובו 30 עובדים, אשר בשל החפיפה עם העיגול משמאלו אינו סניף קטן.

מימין לעיגול זה נמצא עיגול המייצג סניף של רשת D ובו 8 עובדים, אשר בשל החפיפה עם העיגול שמתחתיו שבו יש 55 עובדים אינו סניף קטן. מימין לעיגול זה נמצא עיגול המייצג סניף של רשת C ובו 4 עובדים. מכיוון שמספר העובדים בסניף זה קטן ממספר העובדים בכל יתר הסניפים שחופפים לו- זהו סניף קטן. משמאל לעיגול של רשת B ובו 55 עובדים ישנו עיגול נוסף המייצג סניף של רשת B ובו 20 עובדים. מצאנו כי סך הכל ישנם 4 סניפים שניתן להגדירם כסניפים קטנים.

תשובה (4).

12. השאלה: באיזו רשת, ככל שסניף צפוני יותר, כך טווח המשלוחים שלו קטן יותר?

פיתרון: טווח המשלוחים של כל סניף הוא המרחק המרבי של היקף המעגל מהסניף, אשר מיוצג על ידי הנקודה שבמרכז המעגל, ולכן ככל שטווח המשלוחים של סניף קטן יותר כך שטח העיגול המייצג את האזור אליו הוא מבצע משלוחים יהיה קטן יותר. נעבור על כל אחת מרשתות המזון ונבדוק לגבי מי מהן נכון לומר כי ככל שהסניף נמצא במקום צפוני יותר, כלומר "גבוה יותר" בתרשים, כך שטח העיגולים המייצגים את הסניפים שלו קטן יותר.

תשובה (1): A

לרשת A ישנם 3 סניפים. טווח המשלוחים של הסניף שמרכזו במרחק 5 ק"מ מזרחית ו-6 ק"מ צפונית מתחנת הרכבת הוא 6 ק"מ וזהה לטווח המשלוחים של הסניף הממוקם 12 ק"מ מזרחית ו-22 ק"מ צפונית מתחנת הרכבת, כלומר צפונית ממנו, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

תשובה (2): B

לרשת B ישנם 4 סניפים. ניתן להיווכח בקלות כי טווח המשלוחים של הסניף שמרכזו במרחק 27 ק"מ מזרחית ו-4 ק"מ צפונית מתחנת הרכבת קטן מטווח המשלוחים של הסניף הממוקם 23 ק"מ מזרחית ו-15 ק"מ צפונית מתחנת הרכבת, כלומר צפונית ממנו, ולפיכך תשובה זו אינה נכונה.

תשובה (3): C

לרשת C ישנם 2 סניפים. ניתן לראות בתרשים כי שטח העיגול המייצג את הסניף הצפוני יותר מבין שני הסניפים גדול יותר, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

תשובה (4): D

לרשת D ישנם 2 סניפים. ניתן לראות בתרשים כי שטח העיגול המייצג את הסניף הצפוני יותר מבין שני הסניפים קטן יותר, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

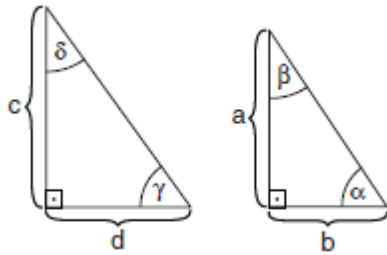
שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

13. השאלה: מבין המספרים השלמים בין 10 ל-60, כמה מספרים יש שספרת העשרות שלהם גדולה ב-2 מספרת האחדות שלהם?

פיתרון: ספירה ידנית

נבדוק מיהם המספרים הדו-ספרתיים המקיימים את נתוני השאלה.
 המספרים הללו הם: 20; 31; 42 ו-53.
 סך הכול ישנם 4 מספרים המקיימים את התנאים.

תשובה (4).



14. השאלה: בסרטוט שלפניכם שני משולשים ישרי-זווית.

מאיזה זוג מזוגות הנתונים הבאים לא נובע ששני המשולשים חופפים?

פיתרון: נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): $\beta = \delta$; $\alpha = \gamma$

אם $\alpha = \gamma$ ו- $\beta = \delta$ הרי שכל שלוש הזוויות של שני

המשולשים שוות זו לזו. מנתון זה ניתן לקבוע כי המשולשים בהכרח דומים, אך בהיעדר נתונים לגבי שוויון בין זוגות צלעות מתאימות בשני משולשים אלו, לא ניתן לקבוע שהמשולשים חופפים, ומכאן שזו התשובה הנכונה. על אף שאין הכרח לעשות כן, נעבור על יתר התשובות לשם השלמת ההסבר.

תשובה (2): $b = d$; $\alpha = \gamma$

נתון כי שני המשולשים הם ישרי זווית.

מהנתון כי $\alpha = \gamma$, ניתן להסיק כי גם זוג הזוויות השלישי: β ו- δ שוות זו לזו. כלומר ניתן לקבוע כי שני המשולשים דומים זה לזה.

מכיוון שנתון כי $b = d$, הרי שיחס הצלעות בין זוג צלעות מתאימות בשני המשולשים הדומים הוא 1:1, ומכאן שהמשולשים בהכרח חופפים.

תשובה (3): $a = c$; $b = d$

אם שני הניצבים בשני המשולשים ישרי-זווית שווים זה לזה, הרי שאם נחשב באמצעות משפט פיתגורס את אורך היתר בכל אחד מהמשולשים, נמצא כי בהכרח גם היתר של כל אחד משני המשולשים שווה באורכה, ומכאן ששני המשולשים חופפים.

הערה: לפי משפטי חפיפה – צלע, צלע וזווית שמול הצלע הגדולה במשולש.

תשובה (4): $a = c$; $\beta = \delta$

נתון כי שני המשולשים הם ישרי זווית.

מהנתון כי $\beta = \delta$, ניתן להסיק כי גם זוג הזוויות השלישי: α ו- γ שוות זו לזו. כלומר ניתן לקבוע כי שני המשולשים דומים זה לזה.

מכיוון שנתון כי $a = c$, הרי שיחס הצלעות בין זוג צלעות מתאימות בשני המשולשים הדומים הוא 1:1, ומכאן שהמשולשים חופפים.

תשובה (1).

15.

השאלה: בכד יש 6 כדורים אדומים ו-4 כדורים שחורים. איילת הוציאה באקראי, ללא החזרה, 5 כדורים מהכד.

מה הסיכוי שלפחות אחד מהכדורים שהוציאה איילת הוא אדום?

פיתרון: היגיון

השאלה "מה הסיכוי שלפחות אחד מהכדורים שהוציאה איילת הוא אדום?" כוללת בתוכה את השאלה מה הסיכוי שאחד הכדורים שאיילת תוציא יהיה אדום + הסיכוי ששניים מהכדורים יהיו אדומים + הסיכוי ששלושה כדורים יהיו אדומים + הסיכוי שארבעה כדורים יהיו אדומים + הסיכוי שחמישה כדורים יהיו אדומים.

חישוב של הפיתרון לשאלה זו מסובך הרבה יותר מלענות על השאלה השקולה לשאלה שנשאלנו:

מה הסיכוי שאף כדור שאיילת תוציא לא יהיה כדור אדום?

אם איילת הוציאה 5 כדורים ללא החזרה, ומכיוון שישנם בכד רק 4 כדורים שחורים, הרי שבהכרח לפחות באחת מהוצאות הכדורים תוציא איילת כדור אדום, שכן אין מספיק כדורים שחורים על מנת שבכל 5 הוצאות הכדורים היא תוציא רק כדורים שחורים.

מכאן, שהתשובה לשאלה "מה הסיכוי שלפחות אחד מהכדורים שהוציאה איילת הוא אדום?" היא שמכיוון שבאחת לפחות אחד הכדורים שאיילת תוציא יהיה כדור אדום, ההסתברות שלפחות אחד הכדורים יהיה אדום היא 1.

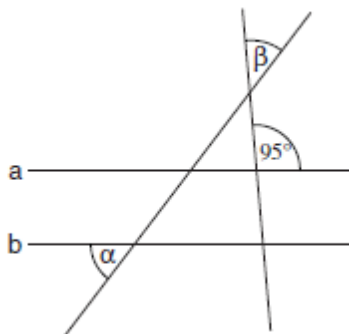
תשובה (1).

16.

השאלה: בסרטוט שלפניכם $a \parallel b$.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

$$\alpha + \beta = ?$$



פיתרון: בקצה העליון של הסרטוט ישנו משולש אשר אחת מזוויותיו החיצוניות שווה ל- 95° , וזווית β שהיא זווית קודקודית לזווית הראש של המשולש. מכיוון שנתונות שתיים מזוויות המשולש, נמצא מה הקשר של זווית α למשולש העליון:

זווית α היא זווית מתאימה לזווית שהיא זווית קודקודית

לזווית השמאלית התחתונה של המשולש, ומכאן שהזווית השמאלית התחתונה שווה ל- α .

זווית חיצונית למשולש שווה לסכום הזוויות הפנימיות אשר אינן צמודות לה, ומכאן שהזווית בת 95°

שווה לסכום הזוויות הפנימיות $\alpha + \beta$.

תשובה (3).

17. השאלה: $x \neq \pm y$, $\frac{(x-y)(x+y) + (x-y)^2}{2(x^2-y^2)} = ?$

פיתרון: דרך א' פשוט אלגברי

נפשט את מונה הביטוי על ידי פתיחת הסוגרים במונה הביטוי, ונקבל:

$$\frac{(x-y)(x+y) + (x-y)^2}{2(x^2-y^2)} = \frac{x^2 - y^2 + x^2 + y^2 - 2xy}{2(x^2-y^2)} = \frac{2x^2 - 2xy}{2(x^2-y^2)} = \frac{2x \cdot (x-y)}{2(x^2-y^2)} = \frac{x \cdot (x-y)}{(x^2-y^2)}$$

כעת נפשט את המכנה באמצעות נוסחת הכפל המקוצר, ונקבל:

$$\frac{x \cdot (x-y)}{(x^2-y^2)} = \frac{x \cdot (x-y)}{(x+y)(x-y)}$$

נצמצם את מונה ומכנה השבר ב- $(x-y)$, ונקבל: $\frac{x \cdot (x-y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x}{x+y}$

הערה: ניתן לפשט את מונה הביטוי אם בשלב הראשון של פתרון התרגיל נוציא $(x-y)$ כגורם משותף.

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב לדוגמה כי $x=2$ ו- $y=1$, ונחשב את ערכו של הביטוי הנתון:

$$\frac{(x-y)(x+y) + (x-y)^2}{2(x^2-y^2)} = \frac{(2-1)(2+1) + (2-1)^2}{2(2^2-1^2)} = \frac{1 \cdot 3 + 1^2}{2 \cdot (4-1)} = \frac{3+1}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

כעת נציב מספרים אלו בתשובות, ונקבל:

תשובה (1): מכיוון שערכה של התשובה שונה מערך הביטוי שקיבלנו, תשובה זו נפסלת.

תשובה (2): $\frac{x}{x+y}$. נציב כי $x=2$ ו- $y=1$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא $\frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$, ומכאן שלא ניתן

לפסול את התשובה בשלב זה.

תשובה (3): $\frac{x}{x-y}$. נציב כי $x=2$ ו- $y=1$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא $2 = \frac{2}{2-1}$, ומכאן שתשובה זו

נפסלת.

תשובה (4): $\frac{(x-y)^2}{2}$. נציב כי $x=2$ ו- $y=1$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא $\frac{1}{2} = \frac{(2-1)^2}{2}$, ומכאן

שתשובה זו נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לקבוע כי תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).



18.

השאלה: משפחת שגיב – אב, אם, בס ובת – יוצאים לטיול ברכב המשפחתי. ברכב יש 4 מושבים כמתואר בסרטוט: 2 מלפנים (אחד מהם לנהג) ו-2 מאחור. נתון: - רק האב או האם יכולים לשבת במושב הנהג. - הבן והבת אינם מוכנים לשבת זה ליד זה.

כמה אפשרויות שונות יש למשפחת שגיב להתיישב ברכב?

פיתרון: ספירה ידנית

זוהי שאלת צירופים, ומכיוון שהמספרים בתשובות הם קטנים נספור ידנית את האפשרויות המתאימות לתנאי השאלה. נבדוק מה מספר האפשרויות השונות הקיימות כאשר האב נוהג. מכיוון שהבן והבת אינם מוכנים לשבת זה ליד זה, הרי שכאשר האב נוהג אחד הילדים חייב לשבת לידו. אם האב נוהג והבת יושב לידו, הרי שישנן 2 אפשרויות לסידור האם והבן מאחור: האם בצד ימין והבן בצד שמאל או שהאם בצד שמאל והבן בצד ימין. כאשר האב נוהג והבן יושב לצדו, ישנן כמובן גם 2 אפשרויות לסידור האם והבת מאחור: האם בצד ימין והבת בצד שמאל או שהאם בצד שמאל והבת בצד ימין. סך הכול מצאנו כי כאשר האב נוהג ישנן 4 אפשרויות סידור שונות לבני המשפחה. מכיוון שקיים מספר זהה של אפשרויות גם כאשר האם נוהגת, כלומר 4 אפשרויות נוספות, הרי שמספר האפשרויות השונות שיש למשפחת שגיב להתיישב ברכב הוא $8 (4 + 4 =)$.

תשובה (1).

19.

השאלה: a הוא מספר שלם וחיוני.

$$a! \cdot (a+1)! = ?$$

פיתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נציב לדוגמה כי $a = 1$, ונקבל את הביטוי $1! \cdot 2!$. לפי הגדרת הביטוי האלגברי $n! : 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n = n!$. מכאן שהביטוי $1! \cdot 2!$ שווה ל- $2 = [1! \cdot 2!] = (1) \cdot (2 \cdot 1) = 1 \cdot 2 =$

כעת נבדוק מה ערכה של כל אחת מהתשובות המוצעות:

תשובה (1): $(2a+1)!$. נציב כי $a = 1$, ונקבל כי ערכה של התשובה הוא $6 = [(2a+1)! = (2 \cdot 1 + 1)! = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 =]$. מכיוון שערך זה שונה מערך הביטוי התשובה נפסלת.

תשובה (2): $(a^2 + a)!$. נציב כי $a = 1$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $2 = [(1^2 + 1)! = (1+1)! = 2! = 2 \cdot 1 =]$. ומכאן שבשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה.

תשובה (3): $2 \cdot a! \cdot (a+1)!$. נציב כי $a = 1$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $4 = [2 \cdot a! \cdot (a+1) = 2 \cdot 1! \cdot (1+1) = 2 \cdot (1) \cdot 2 =]$. ומכאן שניתן לפסול את התשובה.

תשובה (4): $(a!)^2 \cdot (a+1)!$. נציב כי $a = 1$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $2 = [(a!)^2 \cdot (a+1) = (1!)^2 \cdot (1+1) = 1 \cdot 2 =]$. ומכאן שלא ניתן לפסול בשלב זה את התשובה.

כעת על מנת להכריע בין שתי התשובות שלא נפסלו, תשובות (2) ו-(4), נציב כי $a = 2$ בביטוי, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $12 = [a! \cdot (a+1)! = (2! \cdot 3!) = (2 \cdot 1) \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1) = 2 \cdot 6 =]$. כעת נציב $a = 2$ בשתי התשובות שטרם נפסלו:

תשובה (2): $(a^2 + a)!$. נציב כי $a = 2$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $720 = [(2^2 + 2)! = (4+2)! = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =]$. מכיוון שערך זה שונה מערך הביטוי התשובה נפסלת. כעת ניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (4).

דרך ב': אלגברה

על מנת לפשט את הביטוי $a! \cdot (a+1)!$? נפרק את הביטוי $(a+1)!$ באופן הבא:

$$(a+1)! = (a+1) \cdot \underbrace{a \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}_{a!} = (a+1) \cdot a!$$

מכאן שהביטוי $a! \cdot (a+1)!$ שקול לביטוי: $a! \cdot (a+1) \cdot a! = (a!)^2 \cdot (a+1)$

ולכן תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

20. השאלה: n הוא המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר שמתחלק ב-7 ללא שארית.

מהי ספרת האחדות של n ?

פיתרון: מכיוון שברור כי איננו יודעים מיהו המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר אשר מתחלק ב-7 ללא שארית, הרי שעלינו למצוא מספר גדול שאנו יודעים כי הוא מתחלק ב-7, למשל 700, ו'להתקדם' ממנו. נסיף ל-700 אשר אנו יודעים כי הוא מתחלק ב-7 ללא שארית, מספרים נוספים אשר אנו יודעים בוודאות כי הם מתחלקים ב-7, כדוגמת המספר הדו-ספרתי 70. מכאן ש-770 מתחלק ב-7 ללא שארית ($700 + 70 =$), ו-840 מתחלק ב-7 ללא שארית ($770 + 70 =$), המספר 910 מתחלק ב-7 ללא שארית ($840 + 70 =$), וכן המספר 980 מתחלק ב-7 ללא שארית ($910 + 70 =$).

בשלב זה הוספה נוספת של 70 תיתן מספר בן 4 ספרות, ולפיכך נתקדם ב'קפיצות' של 7, כלומר אם 980 מתחלק ב-7 ללא שארית, הרי שגם 987 ($980 + 7 =$), וכן 994 ($987 + 7 =$). מצאנו כי 994 מתחלק ב-7 ללא שארית. מכיוון שהוספה של 7 ל-994 תיתן מספר בן 4 ספרות, הרי שמצאנו בוודאות את המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר שמתחלק ב-7 ללא שארית. כעת ניתן לקבוע כי ספרת האחדות של מספר זה היא 4.

תשובה (4).