מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(3)	(2)	(3)	(2)	(4)	(2)	(4)	(3)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(4)	(1)	(3)	(4)	(1)	(2)	(2)	(3)	(1)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-9)

1. **השאלה**: באיזה מן המקרים הבאים ערך הביטוי $2x-\frac{y}{2}$ הוא **הגדול** ביותר?

פיתרון: ניתן לפתור את השאלה בשתי דרכים: הצבת התשובות המוצעות וחישוב ערך הביטוי המתקבל או הבנה של העיקרון האלגברי שבבסיס השאלה.

דרך א': הבנה אלגברית

על מנת לקבל את ערך הביטוי הגדול ביותר יש להציב את ה-x הגדול ביותר האפשרי וממנו להפחית את ערך ה-y המינימלי.
ערך ה-x המקסימלי מופיע בתשובות (2) ו-(4), וערך ה-y המינימלי בתשובה (4), ומכאן שתשובה (4) היא התשובה הנכונה.

דרך ב': בדיקת תשובות

נבדוק מה ערכה של כל אחת מהתשובות המוצעות, ונבחר בתשובה שבה ערך הביטוי המתקבל הוא הגדול ביותר.

תשובה (1): $x=10$; $y=8$. כאשר נציב מספרים אלו בביטוי $2x-\frac{y}{2}$, נקבל כי ערך הביטוי הוא 16 $\left[2x-\frac{y}{2}=2\cdot10-\frac{8}{2}=20-4=\right]$.

תשובה (2): $x=16$; $y=8$. כאשר נציב מספרים אלו בביטוי $2x-\frac{y}{2}$, נקבל כי ערך הביטוי הוא 28 $\left[2x-\frac{y}{2}=2\cdot16-\frac{8}{2}=32-4=\right]$.

תשובה (3): $x=10$; $y=4$. כאשר נציב מספרים אלו בביטוי $2x-\frac{y}{2}$, נקבל כי ערך הביטוי הוא 18 $\left[2x-\frac{y}{2}=2\cdot10-\frac{4}{2}=20-2=\right]$.

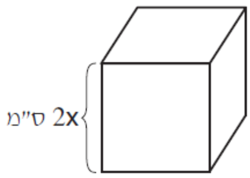
תשובה (4): $x=16$; $y=4$. כאשר נציב מספרים אלו בביטוי $2x-\frac{y}{2}$, נקבל כי ערך הביטוי הוא 30 $\left[2x-\frac{y}{2}=2\cdot16-\frac{4}{2}=32-2=\right]$.

מכיוון שערך התשובה הגדול ביותר הוא זה המתקבל בתשובה (4), זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

2. **השאלה**: מה נפח הקובייה שבסרטוט?



פיתרון: נפח של כל מנסרה ישרה שווה למכפלת שטח בסיסה בגובהה, ובמקרה של קובייה, מכיוון שאורכי כל מקצועותיה שווים, נפח הקובייה שווה ל- $(\text{צלע})^3$.

לפי נתוני הסרטוט אורך צלע הקובייה הוא 2x, ומכאן שנפח הקובייה שווה ל- $8x^3$ $\left[(\text{צלע})^3 = (2x)^3 =\right]$.

תשובה (3).

---

3. **השאלה**: שני דולפינים שוחים כל אחד למרחק של 84 ק״מ. שני הדולפינים יוצאים לדרכם באותו זמן. דולפין אחד שוחה במהירות קבועה של 21 קמ״ש, והדולפין השני שוחה במהירות קבועה של 7 קמ״ש.

כמה שעות יחלפו מרגע שיגיע הדולפין הראשון ליעדו ועד שיגיע הדולפין השני ליעדו?

פיתרון: לפי נוסחת התנועה: דרך = זמן · מהירות.

דולפין השוחה במהירות קבועה של 21 קמ״ש, יעבור מרחק של 84 ק״מ ב-4 שעות ($21\cdot x = 84$ ⇦ $x = \frac{84}{21}$).

דולפין השוחה במהירות קבועה של 7 קמ״ש, יעבור מרחק של 84 ק״מ ב-12 שעות ($7\cdot x = 84$ ⇦ $x = \frac{84}{7}$).

מצאנו כי מרגע שיגיע הדולפין הראשון יעברו 8 שעות עד שיגיע הדולפין השני $(=12-4)$.

תשובה (2).

---

4. **השאלה**: נתון: $x\cdot\frac{x}{2} = x+\frac{x}{2}$,

$0 < x$

$x = ?$

פיתרון: **<u>דרך א׳</u>**: אלגברה

נכפול את שני האגפים ב-2, ונקבל: $x^2 = 2x + x$ ⇦ $x^2 = 3x$.
נחלק ב-x את שני האגפים, ונקבל: $x = 3$.

<u>דרך ב׳</u>: הצבת תשובות
נבדוק מי מהתשובות המוצעות מקיימת את המשוואה הנתונה:

<u>תשובה (1)</u>: 1. כאשר נציב $x = 1$ במשוואה הנתונה, נקבל: $1\cdot\frac{1}{2} = 1+\frac{1}{2}$ ⇦ $\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$. מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, ניתן לפסול את התשובה.

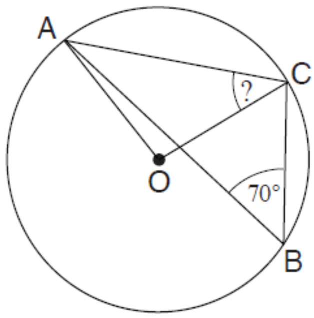
<u>תשובה (2)</u>: 2. כאשר נציב $x = 2$ במשוואה הנתונה, נקבל: $2\cdot\frac{2}{2} = 2+\frac{2}{2}$ ⇦ $2\cdot 1 = 2+1$ ⇦ $2 = 3$. מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (3)</u>: 3. כאשר נציב $x = 3$ במשוואה הנתונה, נקבל: $3\cdot\frac{3}{2} = 3+\frac{3}{2}$ ⇦ $\frac{9}{2} = 3+1\frac{1}{2}$ ⇦ $4\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$. מכיוון שקיבלנו משוואה נכונה, ניתן לעצור ולסמן את התשובה.

תשובה (3).

---

5. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O. הנקודות A, B ו-C נמצאות על היקף המעגל.



לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
$\angle OCA = ?$

פיתרון: $\angle OCA$ היא זווית פנימית במשולש AOC. זווית הראש של המשולש היא זווית מרכזית, כלומר זווית ששני שוקיה הם רדיוסים $(AO = OC)$, ומכאן שהמשולש AOC הוא משולש שווה-שוקיים $(\angle CAO = \angle ACO)$.

זווית הראש של משולש AOC היא זווית מרכזית הנשענת על הקשת AC.

על הקשת AC נשענת הזווית ההיקפית ABC אשר שווה ל-70°.

מכיוון שזווית מרכזית הנשענת על קשת גדולה מזווית היקפית הנשענת ממנה פי 2, הרי שזווית AOC שווה ל-140° $(= 70° \cdot 2)$.

המשולש AOC הוא משולש שווה-שוקיים $(\angle CAO = \angle ACO)$, אשר זווית הראש שלו שווה ל-140°, ומכאן שכל אחת מזוויות הבסיס שוות ל-20° $\left(= \frac{180° - 140°}{2}\right)$.

מצאנו כי $\angle OCA$ שווה ל-20°.

תשובה (2).

---

6. **השאלה**: לכל שני מספרים x ו-y הוגדרה הפעולה $ כך:

אם $y < x$ אז $\$(x,y) = x^2$

אם $x < y$ אז $\$(x,y) = y^2$

אם $x = y$ אז $\$(x,y) = 0$

$$\$(2,\$(3,\$(4,4))) = ?$$

פיתרון: על מנת לפשט את הביטוי הנתון יש לבצע את פעולת ה-$ לפי סדר פעולות חשבון, כלומר להתחיל בסוגריים הפנימיים ביותר.

בסוגריים הפנימיים ביותר נתונה פעולת ה-$ על שני המספרים שערכם שווה ל-4: $\$(4,4)$.

מכיוון שלפי הגדרת הפעולה, אם $x = y$ אז $\$(x,y) = 0$, הרי ש- $\$(4,4) = 0$.

כעת הביטוי שעלינו לפשט הוא: $\$(2,\$(3,0))$.

כעת הביטוי בסוגריים הפנימיים ביותר הוא פעולת ה-$ - $\$(3,0)$.

מכיוון שלפי הגדרת הפעולה, אם $y < x$ אז $\$(x,y) = x^2$, הרי ש- $\$(3,0) = 3^2 = 9$.

כעת הביטוי שעלינו לפשט הוא: $\$(2,9)$.

מכיוון שלפי הגדרת הפעולה, אם $x < y$ אז $\$(x,y) = y^2$, הרי ש- $\$(2,9) = 9^2 = 81$.

תשובה (4).

---

7. **השאלה**: עובדים במשרד התבקשו להשתתף בארגון מסיבת חנוכה.
הם יכלו להירשם בשתי רשימות: רשימת העובדים שמוכנים להביא אוכל, ורשימת העובדים שמוכנים לסייע בקישוט. ברשימת האוכל היו 80 שמות, וברשימת הקישוט היו 35 שמות.
ידוע כי 20 עובדים נרשמו בשתי הרשימות, ו-45 עובדים לא נרשמו באף רשימה.

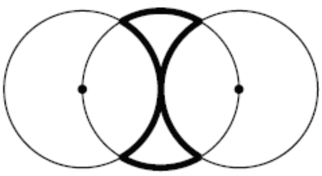
כמה עובדים יש במשרד סך הכול?

פיתרון: על פי נתוני השאלה ברשימת האוכל היו 80 שמות, וברשימת הקישוט היו 35 שמות, ו-20 עובדים נרשמו בשתי הרשימות.
אם נפריד את 20 העובדים שנרשמו בשתי הרשימות גם יחד, נקבל:
אם יש 80 עובדים בסך הכול שנרשמו ברשימת האוכל, יש 60 עובדים שנרשמו **רק** ברשימת האוכל $(=80-20)$.
אם יש 35 עובדים בסך הכול שנרשמו ברשימת הקישוט, יש 15 עובדים שנרשמו **רק** ברשימת הקישוט $(=35-20)$.
כעת נוסיף את 20 העובדים אשר נרשמו בשתי הרשימות, ואת 45 העובדים אשר לא נרשמו באף רשימה.
סך הכול מספר העובדים הכולל שבמשרד הוא 140 $(=60+15+20+45)$.

תשובה (2).

---

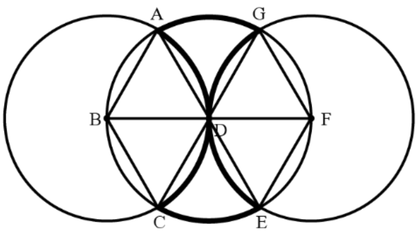
8. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם שלושה מעגלים חופפים שרדיוס כל אחד מהם 5 ס"מ.
מרכזו של המעגל האמצעי נמצא בנקודת ההשקה של שני המעגלים האחרים.



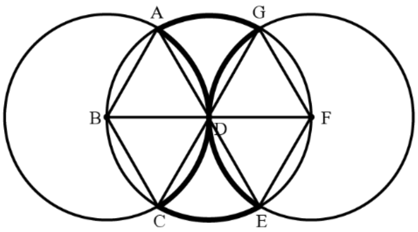
מה אורך הקו המודגש (בס"מ)?

פיתרון: על מנת למצוא אורך של קשת מודגשת יש למצוא את הזויות המרכזיות הנשענות על הקשתות המודגשות, על מנת למצוא איזה חלק מהוות קשתות אלו מהיקף המעגל. נחזור לדרך זו בהמשך מכיוון שבמקרה שלפנינו יש דרך קלה ופשוטה לפיתרון השאלה.

<u>דרך א'</u>:
הצורה המודגשת מורכבת מ-4 קשתות, הקשת AG, הקשת ADC, הקשת CE והקשת GDE.
נתבונן בקשת ADC:



קשת זו היא חלק מהיקף המעגל השמאלי, המעגל שמרכזו בנקודה B.
מכיוון שכל המעגלים חופפים, הרי שקשת זו זהה באורכה לאורך הקשת ABC, הקשת של המעגל האמצעי העוברת דרך נקודה B, ומכאן שניתן להדגיש את הקשת ABC במקום את הקשת ADC.
נתבונן בקשת GDE:
קשת זו היא חלק מהיקף המעגל הימני, המעגל שמרכזו בנקודה F.
מכיוון שכל המעגלים חופפים, הרי שקשת זו זהה באורכה לאורך הקשת GFE של המעגל האמצעי העוברת דרך נקודה F, מרכז המעגל הימני. מכאן שניתן להדגיש את הקשת GFE במקומה של הקשת GDE.
כעת 4 הקשתות המודגשות הן: הקשת AG, הקשת ABC, הקשת CE והקשת GFE, וכולן יחדיו מהוות את היקף המעגל האמצעי כולו.
אורך רדיוס כל אחד מהמעגלים הוא 5 ס"מ.
היקף מעגל שווה למכפלת קוטר המעגל ב-π, כלומר ל-10π ס"מ, ומכאן שזהו אורך הקו המודגש.



דרך ב׳: אורך קשת

על מנת למצוא אורך קשת יש לדעת מה גודלה של הזווית המרכזית הנשענת על הקשת.

נחבר את מרכז המעגל הימני, הנקודה F ומרכז המעגל השמאלי, הנקודה B דרך נקודה D, מרכז המעגל האמצעי, ונחבר את מרכזי המעגלים לנקודות החיתוך בין המעגלים, כלומר את נקודה B לנקודות A ו-C ואת נקודה F לנקודות G ו-E.

ניתן לראות בסרטוט שלפנינו כי קיבלנו 4 משולשים: המשולשים ABD, BDC, DEF ו-GDF, אשר צלעותיהם הם רדיוסים של המעגלים שבסרטוט, כלומר משולשים שווי צלעות.

מכיוון שמשולשים ABD ו-BDC הם משולשים שווי-צלעות, משולשים אשר גודל כל אחת מהזוויות הפנימיות שלהם שווה ל-$60°$, הרי שזווית ADC שווה ל-$120°$, ומכאן שהקשת עליה היא נשענת מהווה $\frac{1}{3}$ מהיקף המעגל $\left(=\frac{120°}{360°}\right)$.

באותו אופן ניתן לקבוע כי מכיוון שמשולשים DGF ו-DFE הם משולשים שווי-צלעות, ומכאן שזווית GDE שווה אף היא ל-$120°$, ומכאן שהקשת עליה היא נשענת מהווה $\frac{1}{3}$ מהיקף המעגל $\left(=\frac{120°}{360°}\right)$.

כעת נבדוק איזה חלק מהוות הקשתות המודגשות AG ו-CE מהיקף המעגל .

על גבי ישר BF שלוש זוויות: זווית ADB השווה ל-$60°$, זווית GDF השווה ל-$60°$, ומכאן שזווית ADG שווה אף היא ל-$60°$ $(180°-60°-60°=)$, והקשת AG מהווה $\frac{1}{6}$ מהיקף המעגל $\left(=\frac{60°}{360°}\right)$.

באותו אופן ניתן להראות כי גם הקשת CE מהווה $\frac{1}{6}$ מהיקף המעגל $\left(=\frac{60°}{360°}\right)$.

ארבעת הקשתות המודגשות מהוות היקף אחד שלם של מעגל $\left(=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)$.

על פי הנתונים אורך רדיוס המעגל הוא 5 ס״מ, ומכאן שהיקף מעגל שווה ל-10π ס״מ $(=2\cdot5\cdot\pi)$, וזה אורכו של הקו המודגש.

תשובה (4).

---

9. **השאלה**: L ו-M הם מספרים שלמים ושונים זה מזה.

נתון: $(-1)^{(L-M)}=1$

הביטוי $L-M$ בהכרח -

פיתרון: החזקה בה יש להעלות את (1-) על מנת לקבל 1, היא חזקת 2 או כל כפולה זוגית שלה, כלומר 0, 2, 4, 6, וכדומה. מכאן שהביטוי $L-M$ הוא בהכרח מספר המתחלק ב-2 ללא שארית.

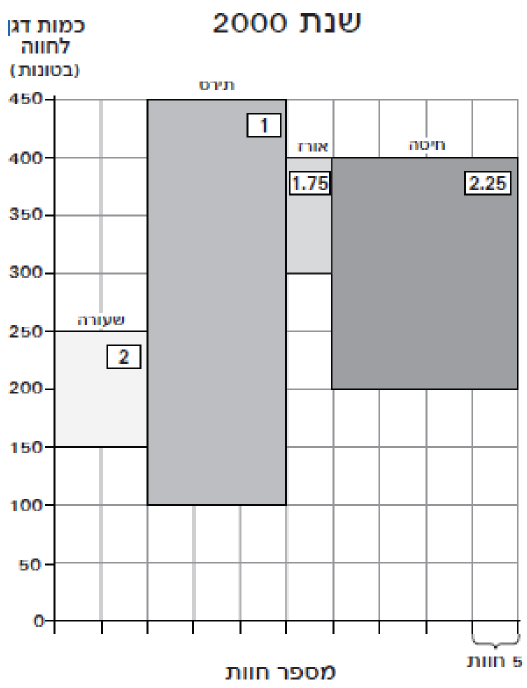
תשובה (3).

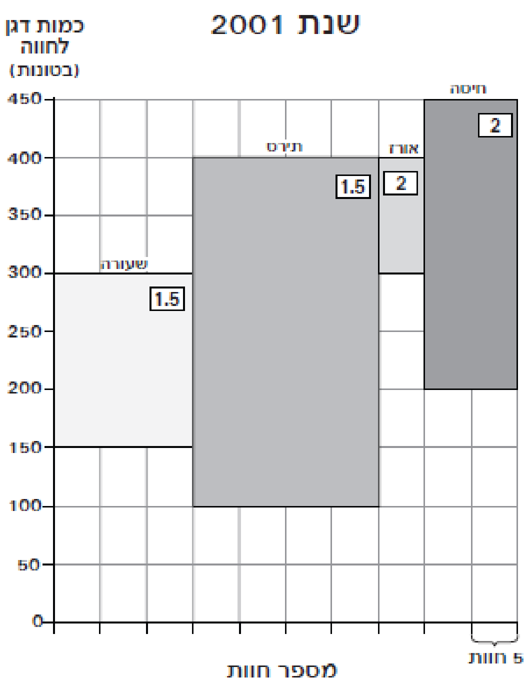
הסקה מתרשים (שאלות 13-10)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

בשנת 2000 ובשנת 2001 גידלו דגנים ב-50 חוות חקלאיות. בכל שנה גידלו בכל אחת מהחוות דגן מסוג אחד בלבד מארבעת הסוגים הבאים: חיטה, אורז, תירס ושעורה.
התרשים מתאר את גידול הדגנים בחוות בכל שנה. כל מלבן בתרשים מייצג דגן מסוג אחד. רוחב המלבן מייצג את מספר החוות שבהן גידלו סוג דגן זה: רוחב כל משבצת מייצג 5 חוות. מיקום המלבן ביחס לציר האנכי מייצג את טווח כמות הדגן בחוות שגידלו אותו: הקצה התחתון של המלבן מסמן את הכמות הקטנה ביותר של הדגן שגודלה בחווה כלשהי, והקצה העליון של המלבן מסמן את הכמות הגדולה ביותר של הדגן שגודלה בחווה כלשהי.
המספר שבתוך כל מלבן מייצג את השווי של טונה דגן (באלפי שקלים).

לדוגמה: בשנת 2000 גידלו תירס ב-15 חוות, ושווי כל טונה תירס היה 1,000 שקלים.
כל אחת מהחוות האלה גידלה בין 100 ל-450 טונות תירס.





שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

10. **השאלה**: בחווה של שוש מגדלים חיטה. בשנת 2000 גידלו בחווה זו את הכמות הקטנה ביותר מסוג דגן זה.

מה היה שווי החיטה שגידלו בחווה של שוש בשנה זו (באלפי שקלים)?

פיתרון: על פי נתוני התרשים כמות החיטה שגידלו בחוות בשנת 2000 הוא בין 200 ל-400 טון.
מכיוון שנתון כי בחווה של שוש גידלו את הכמות הקטנה ביותר של חיטה בשנת 2000 הרי שבחווה של שוש גידלו 200 טון חיטה, כאשר שווי של כל טון חיטה הוא 2.25 אלפי שקלים.
שווי החיטה שגידלו בחווה של שוש בשנת 2000 הוא 450 אלפי שקלים

$$\left(200\cdot 2.25=200\cdot 2\frac{1}{4}=200\cdot\frac{9}{4}=\right).$$

תשובה (3).

11. **השאלה**: "מדד הריכוזיות" של כל סוג דגן בכל שנה מוגדר כך:

$$? = \frac{\text{הכמות הגדולה ביותר של דגן מסוג זה שגודלה בחווה כלשהי (בטונות)}}{\text{מספר החוות שבהן שגידלו דגן מסוג זה}}$$

עבור איזה מהבאים מדד הריכוזיות הוא **הגבוה** ביותר?

פיתרון: נבדוק לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות את ערכו של "מדד הריכוזיות" כפי שהוגדר בשאלה:

<u>תשובה (1)</u>: חיטה ב-2000

הכמות הגדולה ביותר של חיטה שגודלה בחווה כלשהי בשנת 2000 הייתה 400 טון, ומספר החוות שבהן גידלו חיטה בשנת 2000 הוא 20.

מכאן ש"מדד הריכוזיות" לחיטה בשנת 2000 הוא 20 $\left(= \frac{400}{20}\right)$.

<u>תשובה (2)</u>: שעורה ב-2000

הכמות הגדולה ביותר של שעורה שגודלה בחווה כלשהי בשנת 2000 הייתה 250 טון, ומספר החוות שבהן גידלו חיטה בשנת 2000 הוא 10.

מכאן ש"מדד הריכוזיות" לשעורה בשנת 2000 הוא 25 $\left(= \frac{250}{10}\right)$.

<u>תשובה (3)</u>: חיטה ב-2001

הכמות הגדולה ביותר של חיטה שגודלה בחווה כלשהי בשנת 2001 הייתה 450 טון, ומספר החוות שבהן גידלו חיטה בשנת 2001 הוא 10.

מכאן ש"מדד הריכוזיות" לחיטה בשנת 2001 הוא 45 $\left(= \frac{450}{10}\right)$.

<u>תשובה (4)</u>: שעורה ב-2001

הכמות הגדולה ביותר של שעורה שגודלה בחווה כלשהי בשנת 2001 הייתה 300 טון, ומספר החוות שבהן גידלו חיטה בשנת 2000 הוא 15.

מכאן ש"מדד הריכוזיות" לשעורה בשנת 2001 הוא 20 $\left(= \frac{300}{15}\right)$.

"מדד הריכוזיות" הגבוה ביותר הוא חיטה בשנת 2001 - 45.

תשובה (3).

---

12. **השאלה**: בשנת 2000, חווה א וחווה ב גידלו את אותה כמות דגן.

לא ייתכן שבחווה א גידלו ______ ובחווה ב גידלו ______ .

פיתרון: נתבקשנו למצוא מתי **לא יתכן** ששתי חוות ב גידלו את אותה כמות דגן. על מנת למצוא שני מיני דגן אשר בוודאות אין ביניהם חפיפה, עלינו למצוא שני מיני דגן אשר אין כל חפיפה בין טווחי הכמויות שגידלו מאותם מינים. אם נתבונן בתרשים נמצא כי בשנת 2000 אין כל חפיפה בין אורז ושעורה, מכיוון שהכמות המינימלית של האורז שגודל בחווה כלשהי גדולה מהכמות המקסימלית של שעורה שגודלה בחווה כלשהי.

תשובה (4).

---

13. **השאלה**: בחוות שגידלו בהן תירס בשנת 2001, ממוצע כמות התירס היה 240 טונות לחווה.

מה היה השווי הכולל של התירס שגודל בחוות בשנת 2001 (באלפי שקלים)?

פיתרון: נתבקשנו למצוא את השווי הכולל של תירס שגדל בחוות בשנת 2001.
השווי הכולל של התירס שגודל בחוות בשנת 2001 שווה לכמות הכוללת של תירס שגודלה על ידי כלל החוות **כפול** שווי של טון תירס בשנת 2001.
הכמות הכוללת של תירס שגודלה על ידי כלל החוות בשנת 2001 שווה לממוצע כמות התירס שגודל בחווה כפול מספר החוות. ממוצע כמות התירס אשר גודלה בשנת 2001 היה 240 טונות לחווה, ומספר החוות שבהן גידלו תירס בשנת 2001 הוא 20, ומכאן שהכמות הכוללת של תירס שגודלה בשנת 2001 היא 4,800 טון $(240\cdot 20=)$.

על פי נתוני התרשים, השווי של טון תירס בשנת 2001 היה 1.5 אלפי שקלים, ולכן השווי הכולל של התירס שגודל בשנת 2001 הוא 7,200 אלפי שקלים $\left(4{,}800\cdot 1.5=4{,}800\cdot\frac{3}{2}=\right)$.

תשובה (1).

שאלות ובעיות (שאלות 14-20)

14. **השאלה**: את ארבעת המספרים 3, $\frac{10}{3}$, $\sqrt{8}$ ו-π סידרו בסדר עולה (המספר הקטן ביותר ראשון והמספר הגדול ביותר רביעי).

מה מקומו של π בסדר זה?

פיתרון: ערכו המספרי של השבר $\frac{10}{3}$ הוא $3\frac{1}{3}$.

הביטוי $\sqrt{9}$ שווה ל-3, ומכאן שהביטוי $\sqrt{8}$ בהכרח קטן מ-3.
הקבוע π שווה ל-3.14.

מצאנו כי המספר הגדול ביותר מבין ארבעת המספרים הוא $\frac{10}{3}$, ומכאן שהוא הרביעי.

אחריו נמצא הקבוע π, ומכאן שהוא השלישי.

תשובה (3).

.15 **השאלה**: הביטוי $|b-3| \le |a|$ מתקיים בהכרח כאשר -

פיתרון: __דרך א'__: הבנה אלגברית

נשאלנו מתי הביטוי מתקיים בהכרח. על מנת שצד ימין של אי-השיוויון $(|a|)$ יהיה גדול או שווה או גדול מצד שמאל, הביטוי שבצד שמאל צריך להיות שווה ל-0, שכן ערך מוחלט של a יהיה תמיד גדול או שווה ל-0. על מנת שהביטוי $|b-3|$ יהיה שווה ל-0, ערכו של b צריך להיות שווה ל-3, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (4).

__דרך ב'__: בדיקת תשובות

נבדוק עבור כל אחת מהתשובות המוצעות האם ניתן להציב מספרים אשר אינם מקיימים את אי-השיוויון. אם קיימים מספרים כאלו, הרי שניתן לפסול את התשובה.

__תשובה (1)__: $a \ne 0$. אם נציב למשל $a=1$ ו- $b=5$, נקבל: $|5-3| \le |1|$ ⇦ $|2| \le |1|$.

מכיוון שאי-השיוויון שקיבלנו אינו נכון, הרי שניתן לפסול את התשובה.

__תשובה (2)__: $b \ne 0$. אם נציב למשל $a=0$ ו- $b=1$, נקבל: $|1-3| \le |0|$ ⇦ $|-2| \le |0|$ ⇦ $2 \le 0$.

מכיוון שאי-השיוויון שקיבלנו אינו נכון, הרי שניתן לפסול את התשובה.

__תשובה (3)__: $a=3$. נציב למשל $a=3$ ו- $b=7$, נקבל: $|7-3| \le |3|$ ⇦ $|4| \le |3|$ ⇦ $4 \le 3$.

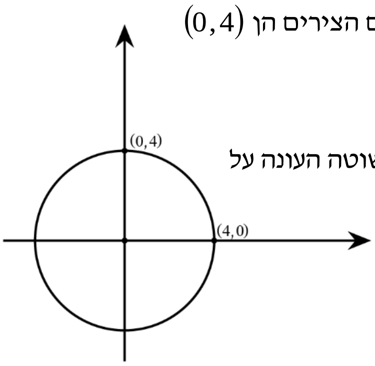
מכיוון שאי-השיוויון שקיבלנו אינו נכון, הרי שניתן לפסול את התשובה.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לסמן כי תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

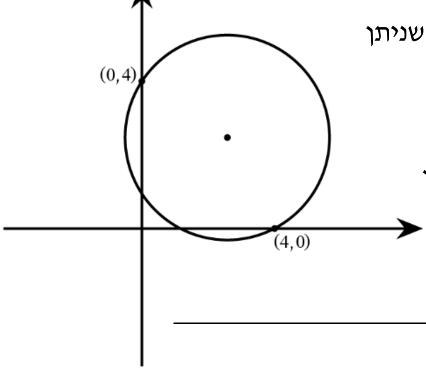
.16 **השאלה**: במערכת צירים סרטטו מעגל. שתיים מנקודות החיתוך של המעגל עם הצירים הן $(0,4)$ ו-$(4,0)$.

איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח**?



פיתרון: מכיוון שאין כל נתון בשאלה לגבי מיקום מרכז המעגל, נציב דוגמה פשוטה העונה על תנאי השאלה: מעגל שמרכזו בראשית הצירים ואורך רדיוסו 4.
דוגמה זו מוכיחה כי הטענות המופיעות בתשובות (2) ו-(3) אינן נכונות בהכרח, ומכאן שניתן לפסול אותן.

כעת נמצא מקרה נוסף המקיים את נתוני השאלה, למשל הסרטוט הבא:



על פי דוגמה זו ראשית הצירים אינה נמצאת בתוך המעגל, ומכאן שניתן לפסול גם את תשובה (4), ולכן התשובה הנכונה היא תשובה (1).

תשובה (1).

הערה: אפשרות נוספת לפיתרון היא הנחת יסוד שמכיוון שמרחקן של שתי הנקודות שדרכן עובר המעגל מראשית הצירים זהה, הרי שמשיקולי סימטריה ערך ה-x וערך ה-y של מרכז המעגל זהה.

---

17. **השאלה**: מספר השקדים של זלמן גדול פי 2 מספר השקדים של הרשל.
מספר הצימוקים של הרשל גדול פי 2 מספר הצימוקים של זלמן.

מה מהבאים יכול להיות סך כל השקדים והצימוקים של זלמן והרשל יחד?

פיתרון: __דרך א'__: הבנה אלגברית
נתון כי מספר השקדים של זלמן גדול פי 2 מספר השקדים של הרשל, ולכן נסמן את מספר השקדים של הרשל ב-x ואת מספר השקדים של זלמן ב-$2x$. מספר השקדים הכולל של זלמן והרשל הוא $3x$ $(x+2x=)$.

נתון כי מספר הצימוקים של הרשל גדול פי 2 מספר הצימוקים של זלמן, ולכן נסמן את מספר הצימוקים של זלמן ב-y ואת מספר הצימוקים של הרשל ב-$2y$. מספר הצימוקים הכולל של זלמן והרשל הוא $3y$ $(y+2y=)$.
הביטוי המתמטי המייצג את מספר השקדים והצימוקים הכולל של הרשל וזלמן הוא $3x+3y$.
נוציא 3 כגורם משותף, ונקבל כי הביטוי הוא: $3(x+y)$.
מכיוון שביטוי זה הוא כפולה של 3 במספר שלם כלשהו, הרי שהוא בהכרח מתחלק ב-3 ללא שארית, ומכאן שמספר השקדים והצימוקים יכול להיות רק מספר אשר מתחלק ב-3 ללא שארית.
המספר היחידי מבין התשובות המוצעות אשר מתחלק ב-3 ללא שארית הוא 33, ומכאן שרק תשובה (2) יכולה להיות סך כל השקדים והצימוקים של זלמן והרשל יחד.

__דרך ב'__: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין נתונים מספריים, ניתן להציב מספרים במקום מספר השקדים והצימוקים הנתונים.
נתון כי מספר השקדים של זלמן גדול פי 2 מספר השקדים של הרשל, ולכן נציב כי לזלמן 2 שקדים ולהרשל שקד אחד. נתון כי מספר הצימוקים של הרשל גדול פי 2 מספר הצימוקים של זלמן, ולכן נציב כי להרשל 2 צימוקים ולזלמן צימוק אחד.
מצאנו כי מספר השקדים של זלמן והרשל הוא 3 ומספר הצימוקים הכולל של זלמן והרשל גם יחד הוא 3, ומכאן שמספר השקדים והצימוקים הכולל של שניהם גם יחד הוא 6 $(3+3=)$.
כעת ננסה להרחיב את אחד היחסים על מנת להגיע לאחת התשובות המוצעות.
קל לראות כי אם נרחיב את אחד מהמינים, למשל את מספר השקדים, פי 10, נקבל כי מספר השקדים הוא 30 (שכן לזלמן יהיו 20 שקדים ולהרשל 10 שקדים).
במקרה כזה מספר השקדים של זלמן והרשל הוא 30 ומספר הצימוקים הכולל של זלמן והרשל גם יחד הוא 3, ומכאן שמספר השקדים והצימוקים הכולל של שניהם גם יחד הוא 33 $(30+3=)$, ומכאן שתשובה (2) אפשרית.

תשובה (2).

18. **השאלה**: ספר ילדים מחולק לפרקים שאורך כל אחד מהם 6 עמודים.
מספר העמוד הראשון בפרק הראשון הוא 1.

מה מספר העמוד הראשון בפרק השמיני?

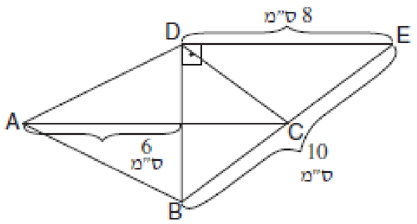
פיתרון: מכיוון שמדובר במספרים קטנים נספור ידנית את מספרו של העמוד הראשון בכל פרק.
אם מספר העמוד הראשון בפרק הראשון הוא 1, ואורך כל אחד מהפרקים הוא 6 עמודים, הרי שמספר העמוד הראשון בפרק 2 הוא 7 $(=1+6)$ או אם פרק 1 מסתיים בעמוד 6, הרי שפרק 2 מתחיל בעמוד 7.
אם מספר העמוד הראשון בפרק 2 הוא 7, הרי שמספר העמוד הראשון בפרק 3 הוא 13 $(=7+6)$ או אם פרק 2 מתחיל בעמוד 6 הרי שהוא מסתיים בעמוד 12, ולפיכך פרק 3 מתחיל בעמוד 13.
אם מספר העמוד הראשון בפרק 3 הוא 13, הרי שמספר העמוד הראשון בפרק 4 הוא 19 $(=13+6)$.
אם מספר העמוד הראשון בפרק 4 הוא 19, הרי שמספר העמוד הראשון בפרק 5 הוא 25 $(=19+6)$.
אם מספר העמוד הראשון בפרק 5 הוא 25, הרי שמספר העמוד הראשון בפרק 6 הוא 31 $(=25+6)$.
אם מספר העמוד הראשון בפרק 6 הוא 31, הרי שמספר העמוד הראשון בפרק 7 הוא 37 $(=31+6)$.
אם מספר העמוד הראשון בפרק 7 הוא 37, הרי שמספר העמוד הראשון בפרק 8 הוא 43 $(=37+6)$.

תשובה (2).

---

19. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא דלתון $(AB=AD \;,\; CB=CD)$.

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה שטח הדלתון ABCD (בסמ"ר)?



פיתרון:
שטח דלתון שווה ל- $\frac{\text{מכפלת אלכסונים}}{2}$.
נתבונן במשולש ישר-הזווית BDE:
אורך היתר במשולש, הצלע BE, שווה ל-10 ס"מ. אורך הניצב DE שווה ל-8 ס"מ, ומכאן ניתן למצוא באמצעות שלשה מוכרת (6:8:10) או באמצעות משפט פיתגורס, כי אורך הניצב BD שהוא אחד מאלכסוני הדלתון, שווה ל-6 ס"מ.
אלכסוני הדלתון מאונכים זה לזה, והאלכסון המחבר את קודקודי המשולשים שווי-השוקיים חוצה את האלכסון השני, ומכאן שהאלכסון BD אשר אורכו שווה ל-6 ס"מ נחצה על ידי האלכסון AC.
נסמן את נקודת מפגש האלכסונים ב-G. על מנת למצוא את שטח הדלתון, עלינו למצוא את אורך הקטע GC.
הקטע GC מקביל לקטע DE, ומכאן שבהכרח המשולשים ישרי הזווית BDE ו-GBC דומים זה לזה. במשולשים דומים יש יחס זהה בין כל זוג צלעות מתאימות.
מכיוון שהניצב BG במשולש BGC שווה למחצית הניצב המתאים לו במשולש BDE: הניצב BD, הרי שבהתאמה הניצב GC שווה למחצית הניצב המתאים לו – ניצב DE, אשר אורכו הוא 8 ס"מ, ומכאן שאורכו של GC הוא 4 ס"מ $\left(=\frac{1}{2}\cdot 8\right)$.

מכיוון שאורכו של הקטע G הוא לפי נתוני הסרטוט 6 ס"מ, הרי שאורכו הכולל של האלכסון AC הוא 10 ס"מ $(=6+4)$.

שטח דלתון שווה ל- $\frac{\text{מכפלת אלכסונים}}{2}$, כלומר שטח הדלתון ABCD שווה ל-30 סמ"ר $\left(=\frac{10\cdot 6}{2}\right)$.

תשובה (3).

.20 **השאלה**: המשכורת של מעיין גבוהה ב-20% מ**ממוצע** המשכורות של מעיין ושל נופר.

המשכורת של נופר שווה ל- ______ המשכורת של מעיין.

פיתרון: הצבת דוגמה מספרית

נציב לדוגמה כי ממוצע המשכורות של מעיין ושל נופר הוא 100.
נתון כי המשכורת של מעין גבוהה ב-20% מממוצע המשכורות של מעיין ושל נופר.
10% מ-100 הם 10 שקלים, ולפיכך 20% מ-100 הם 20 שקלים, ומכאן שמשכורתה של מעיין היא 120.
אם ממוצע המשכורות של מעיין ושל נופר הוא 100, הרי שסכום משכורותיהן הוא 200 $\left(= 2 \cdot 100 = \text{מספר האיברים} \cdot \text{ממוצע} = \text{סכום}\right)$.
אם משכורתה של מעיין היא 120, הרי שמשכורתה של נופר היא 80 $\left(= 200 - 120\right)$,

ומכאן שהמשכורת של נופר שווה ל- $\frac{2}{3}$ מהמשכורת של מעיין $\left(= \frac{80}{120}\right)$.

תשובה (1).